Коэффициенты аппроксимационного полинома можно найти с помощью команд: $g_0 = diff\left(g, c_0\right),\ g_1 = diff\left(g, c_1\right)$ и т. д.

Теперь решение уравнения можно с достаточно большой степенью точности записать в виде

$$X = \sqrt{A} = c_0 I - c_1 A - c_2 A^2 - c_3 A^3 - c_4 A^4 \qquad 2)$$

Если необходимо уточнить корень, то можно воспользоваться простым итерационным процессом, который имеет следующий вид:

$$X_{n+1} = \frac{1}{2}\left(X_n + AX_n^{-1}\right),\ n = 1, 2, \ldots \qquad (3)$$

В качестве начального приближения необходимо использовать полученное значение полинома.

Заключение. В результате проведённого исследования показано, что метод интерполяционных полиномов позволяет находить положительные решения уравнения $X^2 = A$ для матриц любого порядка. Однако, при нахождении корней рассматриваемого вида для матриц третьего и более высоких порядков возникают трудности, избежать которых можно, используя аппроксимационно-итерационный подход.

1. Буснюк, Н.Н. Математическое моделирование / Н.Н. Буснюк, А. А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.

О ЦЕЛОМ ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ СИММЕТРИЧНОМ РЕШЕНИИ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ $\mathbf{X^n = A}$ ДЛЯ МАТРИЦ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Якуто К.Л.

аспирант ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь

Научный руководитель – Трубников Ю.В., доктор физ.-мат. наук, профессор

Важное значение для решения большого круга задач, связанных с моделированием экономических, социальных процессов, имеет задача о целом положительном решении уравнения $X^n = A$ для матриц различных порядков [1, с. 189].

Целью настоящей работы является доказательство эффективности использования аналитических методов для решения задачи по нахождению целых положительных симметричных решений нелинейного матричного уравнения $X^n = A$ для матриц третьего порядка в случае целых положительных *n*.

Материал и методы. В данной работе изучаются нелинейные матричные уравнения вида $X^n = A,$ где *A*, *X* – матрицы второго порядка, *n* – натуральное число. Элементы исходной матрицы А являются целыми и положительными числами. Методика проводимого исследования заключалась в следующем: решаемое уравнение записывалось в виде системы, состоящей из девяти нелинейных уравнений, которая затем решалась аналитическими методами.

Результаты и их обсуждение. Пусть необходимо выяснить, когда корень *n*-ой степени матрицы третьего порядка будет иметь нулевые диагональные элементы и отличные от нуля симметричные относительно главной диагонали внедиагональные, т.е.

$$\begin{pmatrix} 0 & b & c \\ b & 0 & f \\ c & f & 0 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} K & L & M \\ N & P & Q \\ R & S & T \end{pmatrix}.$$

Лемма 1. *При n = 3 переменные b, c, f можно найти, используя следующие формулы:* $b = \sqrt[3]{\dfrac{KL^2}{2MQ}},\ c = \sqrt[3]{\dfrac{KM^2}{2LQ}},\ \ f = \sqrt[3]{\dfrac{KQ^2}{2LM}}.$

Доказательство. В данном случае система уравнений будет иметь вид:

$$
\begin{cases}
2bcf = K,\ b^3 + bc^2 + bf^2 = L,\ b^2c + c^3 + cf^2 = M,\\
b^3 + bc^2 + bf^2 = N,\ 2bcf = P,\ c^2 f + b^2 f + f^3 = Q,\\
b^2c + c^3 + cf^2 = R,\ c^2 f + b^2 f + f^3 = S,\ 2bcf = T.
\end{cases} \tag{1}
$$

Домножим второе уравнение системы (1) на c/b, шестое уравнение на c/f.

Запишем второе уравнение и третье уравнение системы (1) в виде:

$$
\begin{cases}
b^2c + c^3 + cf^2 = L\, {}^{c}\!/_{b},\\
b^2c + c^3 + cf^2 = M.
\end{cases} \tag{2}
$$

Левые части системы (2) равны между собой, значит равны и правые части, следовательно, можно сделать вывод, что $b = c\dfrac{L}{M}$.

Запишем шестое уравнение и третье уравнение системы (1) в виде:

$$
\begin{cases}
b^2c + c^3 + cf^2 = Q\, {}^{c}\!/_{f},\\
b^2c + c^3 + cf^2 = M.
\end{cases} \tag{3}
$$

Левые части системы (3) равны между собой, значит равны и правые части, следовательно, можно сделать вывод, что $f = c\dfrac{Q}{M}$.

Подставив полученные формулы связи переменных в первое уравнение системы (3), получим уравнение относительно одной переменной *c*, решая которое получим $c = \sqrt[3]{\dfrac{KM^2}{2LQ}}$.

Переменные b и f можно найти, используя следующие формулы: $b = \sqrt[3]{\dfrac{KL^2}{2MQ}}$, $f = \sqrt[3]{\dfrac{KQ^2}{2LM}}$.

Лемма 2. *При* $n = 4$ *переменные* b, c, f *можно найти, используя формулы:* $b = \beta\sqrt[4]{\dfrac{L}{\alpha\left(3\beta^2+\alpha^2+1\right)}}$, $c = \alpha\sqrt[4]{\dfrac{L}{\alpha\left(3\beta^2+\alpha^2+1\right)}}$, $f = \sqrt[4]{\dfrac{L}{\alpha\left(3\beta^2+\alpha^2+1\right)}}$, $\alpha^2 = \dfrac{-K+P-T}{K-P-T}$, $\beta^2 = \dfrac{-K-P+T}{K-P-T}$.

Доказательство. В данном случае система уравнений будет иметь вид:

$$
\begin{cases}
b^4 + 2b^2c^2 + f^2\left(b^2+c^2\right) + c^4 = K,\ cf\left(3b^2+c^2+f^2\right) = L,\\
bf\left(3c^2+b^2+f^2\right) = M,\ cf\left(3b^2+c^2+f^2\right) = N,\\
b^4 + 2b^2f^2 + c^2\left(b^2+f^2\right) + f^4 = P,\ bc\left(3f^2+b^2+c^2\right) = Q,\\
bf\left(3c^2+b^2+f^2\right) = R,\ bc\left(3f^2+b^2+c^2\right) = S,\\
c^4 + 2c^2f^2 + b^2\left(c^2+f^2\right) + f^4 = T.
\end{cases} \tag{4}
$$

Запишем систему уравнений, первое из которых представляет собой разность первого и пятого уравнений системы (4), второе – девятое уравнение той же системы:

$$\begin{cases}\left(c^2 - f^2\right)\left(b^2 + c^2 + f^2\right) = K - P, \\ \left(c^2 + f^2\right)\left(b^2 + c^2 + f^2\right) = T.\end{cases} \qquad (5)$$

Разделив первое уравнение системы (5) на второе, приведя подобные и выразив переменную c через переменную f, получим: $c^2 = \alpha^2 f^2$, где $\alpha^2 = \dfrac{-K + P - T}{K - P - T}$.

Запишем систему уравнений, первое из которых представляет собой разность первого и девятого уравнений системы (4), второе – пятое уравнение той же системы:

$$\begin{cases}\left(b^2 - f^2\right)\left(b^2 + c^2 + f^2\right) = K - T, \\ \left(b^2 + f^2\right)\left(b^2 + c^2 + f^2\right) = P.\end{cases} \qquad (6)$$

Разделив первое уравнение системы (6) на второе, приведя подобные и выразив переменную b через переменную f, получим: $b^2 = \beta^2 f^2$, где $\beta^2 = \dfrac{-K - P + T}{K - P - T}$.

Так как b, c, f, α и β являются натуральными числами, то формулы связи между переменными b и f, c и f имеют вид: $c = \alpha f$, $b = \beta f$.

Подставив формулы связи во второе уравнение системы (4), получим уравнение относительно одной переменной f, решая которое получим следующий результат:

$$f = \sqrt[4]{\frac{L}{\alpha\left(3\beta^2 + \alpha^2 + 1\right)}}.$$

Используя полученные формулы связи, можно найти переменные b и c:

$$b = \beta\sqrt[4]{\frac{L}{\alpha\left(3\beta^2 + \alpha^2 + 1\right)}},\ c = \alpha\sqrt[4]{\frac{L}{\alpha\left(3\beta^2 + \alpha^2 + 1\right)}}.$$

Заключение. В статье представлены формулы, позволяющие находить целые положительные симметричные корни матриц для n = 3, 4. Если полученные значения переменных b, c, f будут представлять собой натуральные числа, то соответствующее матричное уравнение имеет решение рассматриваемого вида. Представленную методику можно использовать и для нахождения натуральных симметричных корней матриц третьего порядка при больших n.

1. Буснюк, Н.Н. Математическое моделирование / Н.Н. Буснюк, А. А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ОБОБЩЕННОЙ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ ДЛЯ СОГЛАСОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ НАГРУЗОК IV КЛАССА

Янцевич М.А., Свириденко А.А.
адъюнкт УО «ВА РБ», г. Минск, Республика Беларусь
старший преподаватель УО «ВА РБ», г. Минск, Республика Беларусь
Научный руководитель – Филиппович Г.А., канд. техн. наук, доцент

Согласно классической теории радиоприёма ***согласование*** состоит в схемно-техническом обеспечении передачи сигналов с минимальными искажениями, потерями и отражениями. Практически для согласования в диапазоне метровых и более длинных волн используют согласующие устройства с сосредоточенными параметрами, а в диапазоне дециметровых и более коротких волн применяются согласующие устройства на отрезках линий передачи, обладающих трансформационными свойствами и обеспечивающих формирование требуемых АЧХ и ФЧХ [1]. Развитие теории широкополосного согласования началось с исследования нагрузок с нулями передачи IV класса. Для этого же класса нагрузок впервые было получено фундаментальное ограничение на