Полученные результаты позволяют проанализировать корреляционные свойства помех, характер изменения времени запаздывания, частоты Доплера УП, при этом для ИД РЛС X-диапазона, где разрешающая способность по частоте составляет менее одного килогерца, частотные отличия между УП и ОС можно наблюдать раньше, чем это происходит во временной области.

Заключение. Для анализа эффективности существующих способов защиты следящего измерителя от КИМ-помех разработана ее математическая модель для ИД РЛС ТИК. Данная модель учитывает: временную корреляцию случайных отсчетов; изменение времени запаздывания помехи и угловую модуляцию ретранслируемого сигнала, в отличие от модели, предложенной в [3], учтено действие маскирующих помех (непрерывных, импульсных, прицельных, заградительных). Использование предлагаемой модели КИМ-помехи способствует разработке эффективных способов противодействия уводящим по скорости, дальности и комбинированных помех.

1. Защита радиолокационных систем от помех. Состояние и тенденции развития /под ред. А. И. Канащенкова и В. И. Меркулова. – М.: Радиотехника, 2003. – 416 с.

2. Добыкин В. Д., Куприянов А. И., Пономарев В. Г., Шустов Л. Н., Радиоэлектронная борьба. Цифровое запоминание и воспроизведение радиосигналов и электромагнитных волн / В. Д. Добыкин, А. И. Куприянов, В. Г. Пономарев, Л. Н. Шустов; од общ. ред. А. И. Куприянова. – М.: Вузовская книга, 2009. – 360 с.

3. Куприянов А. И., Радиоэлектронная борьба /А. И. Куприянов. – М: Вузовская книга, 2013. – 360 с.

4. Гейстер С.Р., Адаптивное обнаружение - распознавание с селекцией помех по спектральным портретам – Минск, ВА РБ, 2000 – 172 с.

5. Перунов Ю.М., Фомичев К.И., Юдин Л.М., Радиоэлектронное подавление информационных каналов систем управления оружием / под ред. Ю.М. Перунова. Изд. 2-е, испр. и дополн. – М.: «Радиотехника», 2008. – 416 с.

О РЕШЕНИИ НЕЛИНЕЙНОГО МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ $X^2 = A$

Якуто К.Л.

аспирант ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь

Научный руководитель – Трубников Ю.В., доктор физ.-мат. наук, профессор

Представляет интерес вопрос о наличии положительных решений нелинейного матричного уравнения вида $X^2 = A,$ где коэффициентами матрицы А являются положительные числа, и методик, позволяющих находить такого вида корни [1, с. 189].

Цель работы – исследовать метод интерполяционных полиномов для нахождения положительных решений рассматриваемого уравнения.

Материал и методы. В данной работе изучаются возможности использования метода интерполяционных полиномов для решения матричного уравнения $X^2 = A$ для матриц любого порядка, рассматриваются трудности данного метода, предлагаются варианты их разрешения. В процессе проведения исследования использовались пакет символьной математики Maple 18.

Результаты и их обсуждение. Метод интерполяционных полиномов включает в себя три этапа. Первый шаг предусматривает нахождение собственных значений исходной матрицы *A*. Второй шаг состоит в нахождении интерполяционного полинома, в котором в качестве узлов интерполяции рассматриваются собственные значения. Степень интерполяционного полинома должна быть на единицу меньше, чем размер исходной матрицы. Для нахождения коэффициентов полинома составляются системы уравнений, количество уравнений в которых равно размеру исходной матрицы. В правой части каждого из этих уравнений находится скалярная функция. Подставив в уравнения собственные значения матрицы и решив систему, мы получим коэффициенты полинома. Третий шаг предусматривает представление функции в виде суммы, в которой свободный член из системы уравнений умножается на единичную матрицу того же порядка, что и исходная, коэффициент при λ на исходную матрицу, коэффициент при λ^2 на квадрат исходной матрицы и т. д, где λ – собственные значения матрицы *A*.

Проиллюстрируем сказанное выше на примере. Постановка задачи: для матрицы *X* размером 2Ч2 найти матрицу *A*, такую что $X^2 = A$ и определить количество матриц, удовлетворяющих поставленному условию. Пусть $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$ Собственными значениями для данной матрицы будут иметь вид: $\lambda_1 = \dfrac{5+\sqrt{5}}{2}$, $\lambda_2 = \dfrac{5-\sqrt{5}}{2}$. Получим четыре системы из двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} a_0 + a_1\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right) = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}, \\ a_0 + a_1\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}\right) = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}; \end{cases} \begin{cases} a_0 + a_1\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right) = -\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}, \\ a_0 + a_1\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}\right) = -\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_0 + a_1\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right) = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}, \\ a_0 + a_1\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}\right) = -\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}; \end{cases} \begin{cases} a_0 + a_1\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right) = -\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}, \\ a_0 + a_1\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}\right) = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}. \end{cases}$$

В результате получаем четыре матрицы, квадраты которых представляют собой исходную матрицу А:

$$\begin{pmatrix} 1,38 & 0,32 \\ 0,32 & 1,70 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1,38 & -0,32 \\ -0,32 & -1,70 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -0,32 & 1,38 \\ 1,38 & 1,05 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0,32 & -1,38 \\ -1,38 & -1,05 \end{pmatrix}.$$

Таким образом можно сделать вывод, что для случая, когда матрицы X и A являются матрицами второго порядка, процесс построения интерполяционного полинома существенных трудностей не представляет. Однако для матриц третьего и более высоких порядков он уже становится достаточно сложным.

В частности, для матриц третьего порядка возникает необходимость решать восемь систем уравнений, каждая из которых включает в себя три уравнения.

$$\begin{cases} c_2\lambda_1^2 + c_1\lambda_1 + c_0 = \sqrt{\lambda_1}, \\ c_2\lambda_2^2 + c_1\lambda_2 + c_0 = \sqrt{\lambda_2}, \\ c_2\lambda_3^2 + c_1\lambda_3 + c_0 = \sqrt{\lambda_3}; \end{cases} \begin{cases} c_2\lambda_1^2 + c_1\lambda_1 + c_0 = \sqrt{\lambda_1}, \\ c_2\lambda_2^2 + c_1\lambda_2 + c_0 = \sqrt{\lambda_2}, \\ c_2\lambda_3^2 + c_1\lambda_3 + c_0 = -\sqrt{\lambda_3}; \end{cases} \begin{cases} c_2\lambda_1^2 + c_1\lambda_1 + c_0 = \sqrt{\lambda_1}, \\ c_2\lambda_2^2 + c_1\lambda_2 + c_0 = -\sqrt{\lambda_2}, \\ c_2\lambda_3^2 + c_1\lambda_3 + c_0 = \sqrt{\lambda_3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_2\lambda_1^2 + c_1\lambda_1 + c_0 = \sqrt{\lambda_1}, \\ c_2\lambda_2^2 + c_1\lambda_2 + c_0 = -\sqrt{\lambda_2}, \\ c_2\lambda_3^2 + c_1\lambda_3 + c_0 = -\sqrt{\lambda_3}; \end{cases} \begin{cases} c_2\lambda_1^2 + c_1\lambda_1 + c_0 = -\sqrt{\lambda_1}, \\ c_2\lambda_2^2 + c_1\lambda_2 + c_0 = \sqrt{\lambda_2}, \\ c_2\lambda_3^2 + c_1\lambda_3 + c_0 = \sqrt{\lambda_3}; \end{cases} \begin{cases} c_2\lambda_1^2 + c_1\lambda_1 + c_0 = -\sqrt{\lambda_1}, \\ c_2\lambda_2^2 + c_1\lambda_2 + c_0 = \sqrt{\lambda_2}, \\ c_2\lambda_3^2 + c_1\lambda_3 + c_0 = -\sqrt{\lambda_3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_2\lambda_1^2 + c_1\lambda_1 + c_0 = -\sqrt{\lambda_1}, \\ c_2\lambda_2^2 + c_1\lambda_2 + c_0 = -\sqrt{\lambda_2}, \\ c_2\lambda_3^2 + c_1\lambda_3 + c_0 = \sqrt{\lambda_3}; \end{cases} \begin{cases} c_2\lambda_1^2 + c_1\lambda_1 + c_0 = -\sqrt{\lambda_1}, \\ c_2\lambda_2^2 + c_1\lambda_2 + c_0 = -\sqrt{\lambda_2}, \\ c_2\lambda_3^2 + c_1\lambda_3 + c_0 = -\sqrt{\lambda_3}. \end{cases}$$

В связи с этим возникает необходимость в упрощении.

Предлагаемая ниже методика позволяет существенно упростить процесс нахождение решений рассматриваемых матричных уравнений.

Зададим в *Maple* исходную матрицу A любого порядка. Затем найдём её собственные значения. Пусть собственные значения матрицы A лежат на отрезке $[a, b]$ и $0 < a < b.$ Заменим интерполяционный полином аппроксимационным:

$$g = \int_a^b \left(sqrt(x) - c_0 - c_1 x - c_2 x^2 - c_3 x^3 - c_4 x^4 \right)^2 dx \qquad (1)$$

Коэффициенты аппроксимационного полинома можно найти с помощью команд: $g_0 = diff\left(g, c_0\right)$, $g_1 = diff\left(g, c_1\right)$ и т. д.

Теперь решение уравнения можно с достаточно большой степенью точности записать в виде

$$X = \sqrt{A} = c_0 I - c_1 A - c_2 A^2 - c_3 A^3 - c_4 A^4 \qquad 2)$$

Если необходимо уточнить корень, то можно воспользоваться простым итерационным процессом, который имеет следующий вид:

$$X_{n+1} = \frac{1}{2}\left(X_n + AX_n^{-1}\right),\ n = 1, 2, ... \qquad (3)$$

В качестве начального приближения необходимо использовать полученное значение полинома.

Заключение. В результате проведённого исследования показано, что метод интерполяционных полиномов позволяет находить положительные решения уравнения $X^2 = A$ для матриц любого порядка. Однако, при нахождении корней рассматриваемого вида для матриц третьего и более высоких порядков возникают трудности, избежать которых можно, используя аппроксимационно-итерационный подход.

1. Буснюк, Н.Н. Математическое моделирование / Н.Н. Буснюк, А. А. Черняк. – Минск: Беларусь, 2014. – 214 с.

О ЦЕЛОМ ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ СИММЕТРИЧНОМ РЕШЕНИИ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ $\mathbf{X^n = A}$ ДЛЯ МАТРИЦ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Якуто К.Л.

аспирант ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь

Научный руководитель – Трубников Ю.В., доктор физ.-мат. наук, профессор

Важное значение для решения большого круга задач, связанных с моделированием экономических, социальных процессов, имеет задача о целом положительном решении уравнения $X^n = A$ для матриц различных порядков [1, с. 189].

Целью настоящей работы является доказательство эффективности использования аналитических методов для решения задачи по нахождению целых положительных симметричных решений нелинейного матричного уравнения $X^n = A$ для матриц третьего порядка в случае целых положительных *n*.

Материал и методы. В данной работе изучаются нелинейные матричные уравнения вида $X^n = A,$ где *A*, *X* – матрицы второго порядка, *n* – натуральное число. Элементы исходной матрицы А являются целыми и положительными числами. Методика проводимого исследования заключалась в следующем: решаемое уравнение записывалось в виде системы, состоящей из девяти нелинейных уравнений, которая затем решалась аналитическими методами.

Результаты и их обсуждение. Пусть необходимо выяснить, когда корень *n*-ой степени матрицы третьего порядка будет иметь нулевые диагональные элементы и отличные от нуля симметричные относительно главной диагонали внедиагональные, т.е.

$$\begin{pmatrix} 0 & b & c \\ b & 0 & f \\ c & f & 0 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} K & L & M \\ N & P & Q \\ R & S & T \end{pmatrix}.$$

Лемма 1. *При n = 3 переменные b, c, f можно найти, используя следующие формулы:* $b = \sqrt[3]{\frac{KL^2}{2MQ}}$, $c = \sqrt[3]{\frac{KM^2}{2LQ}}$, $f = \sqrt[3]{\frac{KQ^2}{2LM}}$.

Доказательство. В данном случае система уравнений будет иметь вид: