ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ПРИБЛИЖЕННОГО НАХОЖДЕНИЯ РЕШЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ПЯТОЙ СТЕПЕНИ

Чернявский М.М., Якуто К.Л.
магистрант и аспирант ВГУ имени П.М. Машерова,
г. Витебск, Республика Беларусь
Научный руководитель – Трубников Ю.В., доктор физ.-мат. наук, профессор

Как известно, теорема Абеля не позволяет получить точное аналитическое выражение корней алгебраического уравнения пятой и более высоких степеней через его коэффициенты. Численные алгоритмы решения алгебраических уравнений в своем большинстве являются итерационными, поэтому они не всегда удобны для применения на практике. В связи с этим, в настоящей работе была поставлена цель – на основании эмпирических закономерностей получить прямой алгоритм нахождения корня алгебраического уравнения через его коэффициенты.

Материал и методы. Материалом исследования являются алгебраические уравнения и численные алгоритмы нахождения корней данных уравнений. Методы исследования: методы математического анализа с использованием пакета компьютерной математики *Maple* 2015.

Результаты и их обсуждение. Пусть $f(x)$ – многочлен комплексного аргумента степени n. Если рассмотреть разложение функции $\frac{1}{f(x)}$ в ряд Тейлора вида (1) [1, с. 177]

$$\frac{1}{f(x)}=\sum_{k=0}^{\infty}c_k x^k, \tag{1}$$

то можно заметить, что в случаях, когда минимальные по модулю корни исходного многочлена $f(x)$ не лежат на одной окружности с центром в начале координат комплексной плоскости, то отношение соседних слагаемых ряда (1) начинает стремиться к единице в минимальной по модулю точке расхождения ряда, то есть справедливо выражение (2):

$$\frac{c_k x_*^k}{c_{k+1}x_*^{k+1}}=\frac{c_k}{c_{k+1}x_*}\xrightarrow{k\to\infty}1. \tag{2}$$

В выражении (2) x_* является минимальным по модулю корнем алгебраического уравнения $f(x)=0$. Таким образом, для некоторого *m*-го слагаемого ряда (1) можно приближенно считать

$$\frac{c_m}{c_{m+1}x_*}\approx 1,$$

следовательно,

$$x_*\approx\frac{c_m}{c_{m+1}}. \tag{3}$$

Таким образом, если для фиксированного m выразить коэффициенты c_m и c_{m+1} ряда (1) через коэффициенты исходного многочлена $f(x)$, то после подстановки их в (3) можно получить приближенно минимальный по модулю корень алгебраического уравнения $f(x)=0$.

Проиллюстрируем сказанное на примере алгебраического уравнения пятой степени. Пусть

$$f(x)=x^5+a_1x^4+a_2x^3+a_3x^2+a_4x+a_5.$$

Разложим функцию $\frac{1}{f(x)}$ в ряд Тейлора и ограничимся пятью слагаемыми:

$$\frac{1}{f(x)}\approx\frac{1}{a_5}-\frac{a_4}{a_5^2}x+\left(\frac{a_4^2}{a_5^3}-\frac{a_3}{a_5^2}\right)x^2+\left(\frac{\left(a_3a_5-a_4^2\right)a_4}{a_5^4}+\frac{a_4a_3}{a_5^3}-\frac{a_2}{a_5^2}\right)x^3+$$
$$+\left(\frac{\left(a_2a_5^2-2a_3a_4a_5+a_4^3\right)a_4}{a_5^5}+\frac{\left(a_3a_5-a_4^2\right)a_3}{a_5^4}+\frac{a_4a_2}{a_5^3}-\frac{a_1}{a_5^2}\right)x^4+\left(\frac{a_4a_1}{a_5^3}-\frac{1}{a_5^2}\right)x^5+ \tag{4}$$

$$+\left(\frac{\left(a_3a_5-a_4^2\right)a_2}{a_5^4}+\frac{\left(a_2a_5^2-2a_3a_4a_5+a_4^3\right)a_3}{a_5^5}+\frac{\left(a_1a_5^3-2a_2a_4a_5^2-a_3^2a_5^2+3a_3a_4^2a_5-a_4^4\right)a_4}{a_5^6}\right)x^5.$$

Сравнивая выражения (4) и (1), находим

$$x_*\approx\frac{c_3}{c_4}=\frac{\left(a_2a_5^2-2a_3a_4a_5+a_4^3\right)a_5}{a_1a_5^3-2a_2a_4a_5^2-a_3^2a_5^2+3a_3a_4^2a_5-a_4^4};\tag{5}$$

$$x_*\approx\frac{c_4}{c_5}=\frac{\left(a_1a_5^3-2a_2a_4a_5^2-a_3^2a_5^2+3a_3a_4^2a_5-a_4^4\right)a_5}{2a_5^3\left(a_1a_4+a_2a_3\right)-3a_5^2a_4\left(a_2a_4+a_3^2\right)+4a_3a_4^3a_5-a_4^5-a_5^4}.\tag{6}$$

Таким образом, формулы (5) и (6) позволяют найти приближенное значение наименьшего корня алгебраического уравнения пятой степени.

Рассмотрим применение данных формул на конкретном числовом примере. Пусть

$$f(x)=x^5+(-13-6i)x^4+(64+78i)x^3+(-132-384i)x^2+(80+792i)x-480i=$$
$$=(x-1)(x-4)(x-6i)(x-4-2i)(x-4+2i).$$

Тогда подстановка коэффициентов многочлена в формулу (5) дает

$$x_*\approx 0,9891+0,0044i\ ,$$

а в формулу (6) –

$$x_*\approx 0,9972+0,0012i\ .$$

Заключение. В ходе выполнения работы предложен прямой алгоритм нахождения корня алгебраического уравнения через его коэффициенты и на конкретных примерах подтверждена его эффективность.

1. Власова, Е.А. Ряды: учеб для вузов / Е.А. Власова; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 3-е изд., исправл. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 616 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОМБИНИРОВАННОЙ ИМИТИРУЮЩЕЙ МАСКИРУЮЩЕЙ ПОМЕХИ ДЛЯ ИМПУЛЬСНО-ДОПЛЕРОВСКИХ РЛС ТОЧНОГО ИЗМЕРЕНИЯ КООРДИНАТ

Чигирь И.В., Кузьмичев Н.К.

адъюнкты УО «ВА РБ», г. Минск, Республика Беларусь

Научный руководитель – Горшков С.А., канд. техн. наук, доцент

Эффективным способом подавления импульсно-доплеровских РЛС точного измерения координат (ИД РЛС ТИК) является применение комбинированных имитирующих и маскирующих помех (КИМ-помех). Отраженный от цели сигнал маскируется шумовой составляющей такой помехи, мощность же уводящей помехи (УП) по дальности и/или скорости превышает уровень последней [1, 2]. Создание в САП требуемого уровня помехи не позволяет решить задачу обнаружения цели в сторожевых стробах, снижая эффективность защиты следящего измерителя.

Судить об эффективности помех лучше всего по результатам имитационного моделирования, таким путем удается получить конкретные данные о вероятностях срыва, захвата, перенацеливания РЛС, функционирующей в конфликте со средствами РЭП [3].

Целью работы является формирование математической модели временной структуры КИМ-помехи в интересах дальнейшего исследования методов защиты от таких помех в РЛС ТИК.

Материал и методы. Анализ [1-5] позволил синтезировать алгоритм формирования модели КИМ-помехи: 1) формирование модели многократной УП по дальности и/или скорости; 2) формирование модели шумовой помехи; 3) формирование аддитивной смеси с необходимым соотношением уводящей и маскирующей помех.

Проведенные исследования позволили сформировать модель многократной УП по дальности и скорости