

Для реакции отверждения температура смолы должна быть не менее 130°C. Очевидно, что общего времени обработки в 70 секунд достаточно для достоверного превышения этого порога.

Заключение. Результаты работы показывают, что СВЧ-нагрев для отверждения эпоксидной смолы целесообразен и возможен, позволит многократно ускорить процесс отверждения и снизить финансовые затраты. В дальнейшем предстоит усовершенствовать модель под реальные характеристики армированного стекловолокна и разработать удобные режимы СВЧ-обработки.

1. CST STUDIO SUITE Начало работы [Электронный документ] / Сайт компании Eurointech.ru Современные решения для производства электроники. – Люберцы, 2017 – Режим доступа http://www.eurointech.ru/store/CST_STUDIO_SUITE_Getting_Started_Rus.pdf. – Дата доступа: 18.09.2017.

ГЛОБАЛЬНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ ВЕРХНЕГО ОСОБОГО ПОКАЗАТЕЛЯ БОЛЯ ТРЕХМЕРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ЛОКАЛЬНО ИНТЕГРИРУЕМЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ И НАБЛЮДАТЕЛЕМ

Козлов А.А., Бурак А.Д.

УО «ПГУ», г. Новополоцк, Республика Беларусь

Пусть \mathbb{R}^n – векторное евклидово пространство размерности n с нормой $\|x\| = \sqrt{x^T x}$ для всякого $x \in \mathbb{R}^n$ (символ T означает операцию транспонирования); M_{mn} – пространство вещественных $(m \times n)$ – матриц со спектральной операторной нормой $\|A\| = \max_{x \neq 0} \|Ax\| / \|x\|$, т.е. нормой, индуцируемой евклидовыми нормами в пространствах \mathbb{R}^m и \mathbb{R}^n ; $M_n := M_{nn}$.

Рассмотрим линейную нестационарную управляемую систему

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

с наблюдателем

$$y = C^T(t)x, \quad y \in \mathbb{R}^n. \quad (2)$$

Будем считать, что матричные функции $A(\cdot)$, $B(\cdot)$ и $C(\cdot)$ принадлежат классу локально интегрируемых по Лебегу и интегрально ограниченных [1, с. 252] матричных функций, т.е. таких, что при всяком $t \geq 0$ справедливы соотношения

$$\int_t^{t+1} \|A(\tau)\| d\tau < +\infty, \quad \int_t^{t+1} \|B(\tau)\| d\tau < +\infty, \quad \int_t^{t+1} \|C(\tau)\| d\tau < +\infty$$

Предполагается, что система (1) обладает свойством *равномерной полной управляемости*.

Определение 1 [2]. Система (1) называется *равномерно вполне управляемой*, если существуют числа $\sigma > 0$ и $\gamma > 0$ такие, что для каждого $t_0 \geq 0$ и $x_0 \in \mathbb{R}^n$ найдется измеримое и ограниченное управление $u : [t_0, t_0 + \sigma] \rightarrow \mathbb{R}^m$ для всякого $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$, удовлетворяющее неравенству $Pu(t) \leq \gamma P x_0 P$ и переводящее вектор начального состояния $x(t_0) = x_0$ системы (1) в нуль на этом отрезке времени.

Будем также рассматривать систему (1) с наблюдателем (2) при $u \equiv 0$:

$$\dot{x} = A(t)x, \quad y = C^T(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad y \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq 0, \quad (3)$$

считая, что она обладает свойством *равномерной полной наблюдаемости*.

Определение 2 [3, с. 304]. Система (3) называется *равномерно вполне наблюдаемой*, если существует число $\sigma > 0$ такое, что для всякого $t_0 \geq 0$ каждый вектор начального состояния $x(t_0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$ может быть однозначно определен по наблюдению на отрезке времени $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$.

Построим по системе (1), (2) и выводу y новую систему

$$\dot{\xi} = A(t)\xi + V(t)(y(t) - C^T(t)\xi) + B(t)u, \quad \xi \in \mathbb{R}^n, \quad (4)$$

где $\xi(t)$ – оценка состояния системы (1), (2). Система (4) называется системой асимптотической оценки состояния (*асимптотический идентификатор*). Возьмем управление u в системе (4) в виде линейной обратной связи

$$u = U(t)\xi. \quad (5)$$

Переписав систему (1), (2), (4) с управлением (5), получим $(2n)$ -мерную систему

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\epsilon} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(t) & B(t)U(t) \\ V(t)C^T(t) & A(t) + B(t)U(t) - V(t)C^T(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \epsilon \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Пусть $\tilde{x} := x - \epsilon$. Невырожденной заменой переменных

$$\begin{pmatrix} x \\ \dot{\tilde{x}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & 0 \\ E & E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \epsilon \end{pmatrix}$$

систему (6) приведем к виду

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\tilde{x}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(t) + B(t)U(t) & -B(t)U(t) \\ 0 & A(t) - V(t)C^T(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \tilde{x} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Определение 3 [4]. *Верхним особым показателем Боля Ω^0 однородной системы*

$$\dot{x} = A(t)x, \quad t \geq 0 \quad (8)$$

называется число

$$\Omega^0(A) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \sup_{k \in \mathbb{N}} \ln \| X((k+1)T, kT) \|,$$

где $X(t, s)$, $t, s \geq 0$ – матрица Коши системы (8).

Определение 4 [5, с. 99]. Система (1), (2) называется *равномерно стабилизируемой динамической обратной связью по выходу*, если для всякого $\alpha > 0$ найдутся измеримые и ограниченные на положительной полуоси управления $U(\cdot)$ и $V(\cdot)$ такие, что для верхнего особого (генерального) показателя Боля системы (7) выполняется соотношение

$$\Omega_{U,V}^0 < -\alpha. \quad (9)$$

На основании метода, предложенного В. Зайцевым [6], в данной работе решена задача построения для системы (7) таких измеримых и ограниченных на положительной полуоси управляющих воздействий $U(\cdot)$ и $V(\cdot)$, которые бы обеспечивали для этой системы произвольное наперед заданное значение верхнего особого показателя Боля.

Таким образом, основным результатом данной работы является

Теорема 1. Пусть $n=3$, $m=\{1,2,3\}$. Если система (1) с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами равномерно вполне управляема, система (3) с такими же коэффициентами равномерно вполне наблюдаема, то верхний особый (генеральный) показатель Боля системы (7) глобально управляем, т.е для произвольного $\alpha \in \mathbb{R}$ существуют измеримые и ограниченные на положительной полуоси управления $U(\cdot)$ и $V(\cdot)$ такие, что для верхнего особого показателя Боля системы (7) с этими управлениями справедливо равенство $\Omega_{U,V}^0 = \alpha$.

Из теоремы 1 и определения 4 вытекает

Следствие 1. Пусть $n=3$, $m=\{1,2,3\}$. Если линейная управляемая система (1) с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами равномерно вполне управляема, система с наблюдателем (3) с такими же коэффициентами равномерно вполне наблюдаема, то система (1), (2) равномерно стабилизируема динамической обратной связью по выходу.

Представленная работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (Ф16М-006).

1. Былов, Б.Ф., Виноград, Р.Э., Гробман, Д.М., Немыцкий, В.В. Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам устойчивости. – М., 1966.
2. Тонков, Е. Л. Критерий равномерной управляемости и стабилизации линейной рекуррентной системы / Е.Л. Тонков // Дифференц. Уравнения, 1979. – Т. 15. – №10. – С. 1804–1813.
3. Красовский, Н. Н. Теория управления движением. М., 1968.
4. Bohl P. Über Differentialgleichungen / P. Bohl // J. Reine und angew. Math. — 1913. – Bd. 144. – S. 284–318.
5. Зайцев, В.А. К теории стабилизации управляемых систем: дис. ... докт. физ.-мат. наук: 01.01.02 / В.А. Зайцев. – Ижевск, 2015. – 293 л.
6. Зайцев, В. А. Ляпуновская приводимость и стабилизация нестационарных систем с наблюдателем / В.А. Зайцев // Дифференц. Уравнения, 2010. – Т. 46, №3. – С. 432–442.
- 7.