О СОПРЯЖЕННОСТИ $\mathfrak{F}$-ПОКРЫВАЮЩИХ ПОДГРУПП КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Е.А. Витько, Н.Т. Воробьёв
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

В теории формаций известна теорема Гашюца [1] о том, что в любой разрешимой группе для любой насыщенной формации существуют $\mathfrak{F}$-покрывающие подгруппы и любые две из них сопряжены. Как установлено Барнесом и Кегелем [2] в случае, когда формация $\mathfrak{F}$ не является насыщенной, существуют подгруппы, в которых нет $\mathfrak{F}$-покрывающих подгрупп [2, с. 135]. Кроме того, доказано [2] что, если $\mathfrak{F}$ – произвольная формация, G – разрешимая группа и в G существуют $\mathfrak{F}$-подгруппы, то любые две из них сопряжены.

Цель работы – расширение указанного результата Барнеса и Кегеля на случай частично разрешимых групп.

Материал и методы. В работе используются терминология и методы доказательства абстрактной теории групп, в частности, методы теории формаций конечных групп.

Результаты и их обсуждение. Все рассматриваемые группы конечны. В определениях и обозначениях мы следуем [3].

Формация – класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений, т.е. класс групп $\mathfrak{F}$ называется формацией, если $\mathfrak{F}$ обладает следующими свойствами:

1) если $G \in \mathfrak{F}$ и $N \trianglelefteq G$, то $G/N \in \mathfrak{F}$;

2) если $G/N_1 \in \mathfrak{F}$, $G/N_2 \in \mathfrak{F}$, то $G/(N_1 \cap N_2) \in \mathfrak{F}$.

Пусть $\mathfrak{F}$ – непустая формация, тогда пересечение всех нормальных подгрупп M из G, для которых $G/M \in \mathfrak{F}$, называется $\mathfrak{F}$-*корадикал* группы G и обозначается $G^{\mathfrak{F}}$.

Произведением формаций $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ называется класс групп

$$\mathfrak{F} \circ \mathfrak{H} = (\mathrm{G} \mid \mathrm{G}^{\mathfrak{H}} \in \mathfrak{F}).$$

Пусть $\mathfrak{F}$ – формация, тогда оператор E_Φ определяется следующим равенством

$$\mathrm{E}_\Phi\mathfrak{F} = (G\colon \exists\, N \trianglelefteq G,\ N \leq \Phi(G) \text{ и } G/N \in \mathfrak{F}).$$

Если $\mathfrak{F} = \mathrm{E}_\Phi\mathfrak{F}$, то формация $\mathfrak{F}$ называется насыщенной.

Пусть $\mathfrak{F}$ – класс групп. Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}$-покрывающей, если она принадлежит F и из условий $H \leq U \leq G$, V – нормальная подгруппа группы U, $U/V \in \mathfrak{F}$ всегда следует, что $HV = U$.

Основной результат работы представляет следующая

Теорема. Пусть G – группа из класса $\mathfrak{S}\mathfrak{F}$. Если в G существуют $\mathfrak{F}$-покрывающие подгруппы, то любые две из них сопряжены.

Следствие (Барнес, Кегель [2]). Если в разрешимой группе G существуют $\mathfrak{F}$-покрывающие подгруппы, то любые две из них сопряжены.

Заключение. В работе обобщен результат, полученный Барнесом и Кегелем [2], о сопряженности $\mathfrak{F}$-покрывающих подгрупп на случай частично разрешимых групп.

1. Gaschьtz, W. Zur Theorie der endlichen auflцsbaren Gruppen / W. Gaschьtz // Math. Z. – 1963. – Bd. 80, № 4. – S. 300–305.
2. Barnes, D.W. Gaschьtz functors on finite soluble groups / D.W. Barnes, O.H. Kegel // Math. Z. – 1966. – Bd. 94, № 2. – S. 134–142.
3. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York : Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.