

# **О С Н О В Ы Э Л Е К Т Р О Т Е Х Н И К И**

*Практикум*

2009

УДК 621.3(075.8)  
ББК 31.2я73  
О-75

Автор-составитель: доцент кафедры инженерной физики УО «ВГУ им. П.М. Машерова», кандидат технических наук **В.И. Жидкевич**

Рецензент:  
доцент кафедры общей и теоретической физики УО «ВГУ им. П.М. Машерова»,  
кандидат физико-математических наук *Ф.П. Коршиков*

Практикум рекомендуется для студентов, обучающихся по учебным планам для специальностей «Физика. Математика», «Физика. Информатика».

УДК 621.3(075.8)  
ББК 31.2я73

©УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 2009.

# ВВЕДЕНИЕ

Настоящий практикум составлен в соответствии с действующей программой «Основы электротехники» для студентов физического и математического факультетов и содержит задачи по двум разделам курса «Линейные электрические цепи» и «Трёхфазные цепи».

В начале каждого параграфа разобраны решения типовых задач. Далее приведены задачи для самостоятельного решения.

Содержание задач не выходит за рамки курса электротехники, но требует достаточно высокого уровня понимания теоретического материала, осознанного применения физических законов и формул.

## 1. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

### 1.1. Неразветвленные цепи

#### *Основные законы и формулы.*

Переменный электрический ток изменяется по синусоидальному закону

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi),$$

где  $i$  – мгновенное значение тока,  $I_m$  – амплитудное,  $\omega$  – круговая частота,  $\psi$  – начальная фаза.

Аналогично

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi), \quad e = E_m \sin(\omega t + \psi),$$

где  $U_m$  – амплитуда напряжения,  $E_m$  амплитуда эдс.

Действующие значения тока, напряжения и эдс

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,7I_m, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Среднее значение синусоидального тока

$$I_{cp} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i dt = \frac{2I_m}{\pi} = 0,637I_m.$$

В комплексной форме гармонический ток  $i = I_m \sin(\omega t \pm \psi_i)$  представляется выражением

$$\dot{I} = I_m e^{j(\omega t \pm \psi_i)}.$$

Для действующего значения тока

$$\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_i} = I(\cos \psi_i + j \sin \psi_i).$$

Аналогично

$$\dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_i} = U(\cos\psi_u + j\sin\psi_u),$$

$$\dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_e} = E(\cos\psi_e + j\sin\psi_e).$$

Если к цепи с последовательно соединенными активным сопротивлением  $R$ , индуктивностью  $L$  и емкостью  $C$  подведено переменное напряжение  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ , то в цепи будет протекать ток  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ , одинаковый на всех участках цепи.

Мгновенное значение напряжения на зажимах равно алгебраической сумме мгновенных значений трех составляющих

$$u = u_a + u_L + u_C.$$

Действующее значение напряжения

$$U = \sqrt{U_a^2 + (U_L - U_C)^2} = I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = IZ.$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2},$$

где  $X = X_L - X_C$  - реактивное сопротивление цепи.

На рис. 1 представлена векторная диаграмма тока и напряжений (рис. 1а) и треугольник сопротивлений (рис. 1б) неразветвленной цепи.

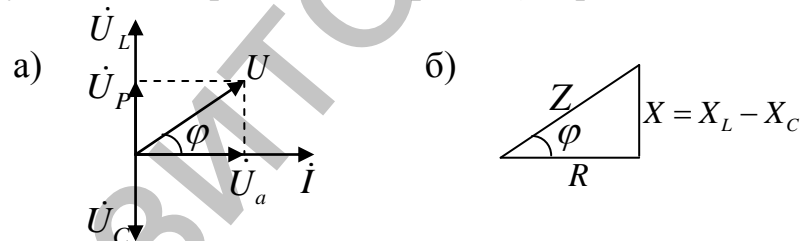


Рис. 1.

Сдвиг фаз между током и напряжением

$$\cos \varphi = \frac{U_a}{U} = \frac{R}{Z}, \quad \sin \varphi = \frac{U_L - U_C}{U} = \frac{X_L - X_C}{Z} = \frac{X}{Z}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_a} = \frac{X}{R}.$$

Мощности цепи:

активная

$$P = IU \cos \varphi, \quad P = IU_a = I^2 R.$$

реактивная

$$Q = IU \sin \varphi, \quad Q = XI^2.$$

полная

$$S = IU, \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

в комплексной форме

$$S = \dot{U}I^* = P + jQ.$$

Единицей измерения активной мощности является ватт (Вт), реактивной мощности – вольтампер реактивный (ВАр), полной мощности – вольтампер (ВА).

### Резонанс напряжений.

В неразветвленной цепи  $RLC$  при равенстве реактивных сопротивлений  $X_L = X_C$  наступает резонанс напряжений.

Угловая резонансная частота

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Полное сопротивление цепи при резонансе напряжений минимальное и равно активному сопротивлению

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R.$$

Ток в цепи достигает максимального значения  $I = \frac{U}{R}$  и совпадает по фазе с напряжением,  $\varphi = 0$ ,  $\cos \varphi = 1$ .

При резонансе напряжения на конденсаторе и катушке равны по величине, противоположны по фазе и значительно превышают подведенное напряжение

$$U_L = X_L I = \frac{X_L}{R} U, \quad U_C = X_C I = \frac{X_C}{R} U.$$

### 1.1.1. Примеры решения типовых задач

1. К узловой точке цепи притекают токи  $i_1 = 4 \sin(\omega t + 60^\circ)$  А,  $i_2 = 3 \sin(\omega t - 30^\circ)$  А. Построить векторную диаграмму и найти аналитическое выражение для суммарного тока  $i = i_1 + i_2$ .

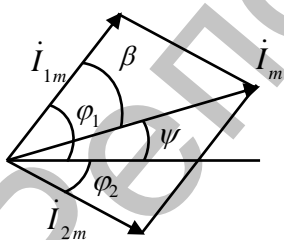


Рис. 2.

Решение:

Откладываем на диаграмме (рис. 2) векторы токов  $\dot{I}_{1m}, \dot{I}_{2m}$  с учетом начальных фаз ( $\varphi_1 = 60^\circ$ ,  $\varphi_2 = -30^\circ$ ).

Из геометрического построения следует:

$$I_m = \sqrt{I_{1m}^2 + I_{2m}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ А.}$$

$$\psi = \varphi_1 - \beta, \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{I_{2m}}{I_{1m}} = \frac{3}{4}, \quad \beta = 37^\circ, \quad \psi = 23^\circ,$$

$$i = 5 \sin(\omega t + 23^\circ) \text{ А.}$$

Ответ:  $i = 5 \sin(\omega t + 23^\circ)$  А.

2. В катушке, индуктивность которой  $L = 15$  мГн и активное сопротивление  $r = 5$  Ом, протекает ток  $i = 10 \sin 500t$  А. Определить действующие значения тока и напряжения; написать выражение для мгновенного значения напряжения, приложенного к катушке; определить мощность, потребляемую катушкой; построить векторную диаграмму.

Решение:

Индуктивное сопротивление катушки:

$$x_L = \omega L = 500 \cdot 15 \cdot 10^{-3} = 7,5 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление:

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{5^2 + 7,5^2} = 9 \text{ Ом,}$$

Действующее значение тока и напряжения:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 7,1 \text{ А, } U = Iz = 7,1 \cdot 9 = 63,9 \text{ В.}$$

Угол сдвига фаз между током и напряжением определяется из

выражения  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{x_L}{r} = \frac{7,5}{5} = 1,5,$

$$\varphi = 56^\circ 20'.$$

Напряжение на катушке опережает ток на угол  $\varphi$ , поэтому мгновенное значение напряжения запишется так:

$$U_k = U_m \sin(\omega t + \varphi) =$$

$$= I_m z \sin(\omega t + \varphi) = 90 \sin(500t + 56^\circ 20').$$

Активная мощность, потребляемая катушкой

$$P = UI \cos \varphi = 63,9 \cdot 7,1 \cdot 0,554 = 251,5 \text{ Вт,}$$

или  $P = I^2 r = 7,1^2 \cdot 5 = 251,5 \text{ Вт.}$

На рис. 3 представлена векторная диаграмма в масштабе

$m_u = 2 \frac{\text{В}}{\text{мм}}, m_i = 0,25 \frac{\text{А}}{\text{мм}}$ . Составляющие напряжения на катушке:

активная

$$U_a = U \cos \varphi = Ir = 7,1 \cdot 5 = 35,5 \text{ В;}$$

реактивная

$$U_L = U \sin \varphi = Ix_L = 7,1 \cdot 7,5 = 53,2 \text{ В.}$$

Ответ:  $I = 7,1 \text{ А; } U = 63,9 \text{ В; } U_k = 90 \sin(500t + 56^\circ 20');$   
 $P = 251,5 \text{ Вт.}$

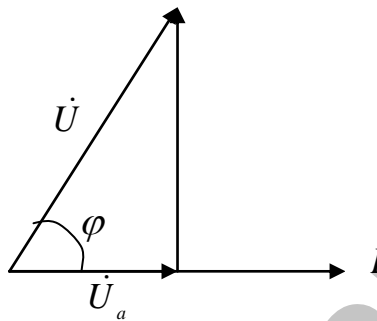


Рис. 3.

3. К цепи, состоящей из активного  $r = 10$  Ом, индуктивного  $x_L = 50$  Ом и емкостного  $x_C = 30$  Ом сопротивлений (рис. 4), приложено напряжение  $u = 310 \sin 314t$ . Определить действующее значение тока в цепи. Написать выражение мгновенного значения тока в цепи и мгновенного значения напряжения на каждом из приемников; определить активную, реактивную и полную мощности цепи.

Решение:

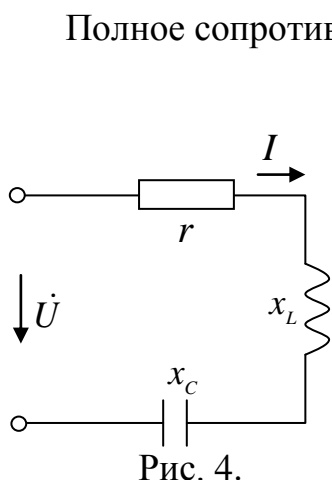


Рис. 4.

Полное сопротивление цепи

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{10^2 + (50 - 30)^2} = 22,4 \text{ Ом.}$$

Действующее значение напряжения

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 220 \text{ В.}$$

Действующее значение тока в цепи

$$I = \frac{U}{z} = \frac{220}{22,4} = 9,8 \text{ А.}$$

Угол сдвига фаз между напряжением и током

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{r} = 2; \quad \varphi = 63^\circ 30'.$$

Ток отстает от напряжения на угол  $\varphi$ , так как в цепи индуктивное сопротивление больше емкостного  $x_L > x_C$ ; поэтому

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi) = \frac{U_m}{z} \sin(314t - 63^\circ 30') = 13,8 \sin(314t - 63^\circ 30').$$

Мгновенное значение напряжения на активном сопротивлении совпадает по фазе с током в цепи

$$u_a = I_m r \sin(314t - 63^\circ 30') = 138 \sin(314t - 63^\circ 30'),$$

на индуктивном сопротивлении опережает ток в цепи на  $90^\circ$

$$u_L = I_m x_L \sin(314t - 63^\circ 30' + 90^\circ) = 690 \sin(314t + 26^\circ 30'),$$

а на емкостном сопротивлении отстает от тока в цепи на  $90^\circ$

$$U_C = I_m x_C \sin(314t - 63^\circ 30' - 90^\circ) = 414 \sin(314t - 153^\circ 30').$$

Соответственно, действующие значения напряжений запишутся:

$$U_r = \frac{U_{am}}{\sqrt{2}} = \frac{138}{\sqrt{2}} = 97,8 \text{ В,} \quad U_L = \frac{U_{Lm}}{\sqrt{2}} = \frac{690}{\sqrt{2}} = 489 \text{ В,}$$

$$U_c = \frac{U_{cm}}{\sqrt{2}} = \frac{414}{\sqrt{2}} = 294 \text{ В.}$$

Активная мощность цепи

$$P = IU \cos \varphi = 220 \cdot 9,8 \cdot 0,446 = 960 \text{ Вт или } P = I^2 r = U_a I = 960 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность цепи  $Q = UI \sin \varphi = 220 \cdot 9,8 \cdot 0,893 = 1920$  ВАр  
 или  $Q = I^2 x = I^2 (x_L - x_C) = (U_L - U_C)I = (489 - 294) \cdot 9,8 = 1920$  ВАр.  
 Полная мощность цепи  $S = UI = 220 \cdot 9,8 = 2155$  ВА.

Ответ:  $I = 9,8$  А,  $U_a = 138 \sin(314t - 63^\circ 30')$ ;

$$i = \frac{U_m}{z} \sin(314t - 63^\circ 30'); P = 960 \text{ Вт}; Q = 1920 \text{ ВАр}; S = 2155 \text{ ВА}.$$

4. Определить частоту, при которой наступит резонанс напряжений в цепи предыдущей задачи, а также определить возникающие при этом значения тока, напряжений на зажимах катушки и конденсатора.

Решение: Резонансная частота  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ . Значения индуктивности

$L$  и емкости  $C$  определяем из данных задачи 3, в которой  $x_L = 50$  Ом;  
 $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$ ;  $x_C = 30$  Ом. Тогда

$$L = \frac{x_L}{\omega} = \frac{50}{314} = 0,159 \text{ Гн}, C = \frac{1}{\omega x_C} = \frac{1}{314 \cdot 30} = 106 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$$

Подставляя полученные значения в формулу для частоты, определим резонансную частоту  $f_0 = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{0,159 \cdot 106 \cdot 10^{-6}}} = 38,7$  Гц.

Угловая частота  $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2 \cdot 3,14 \cdot 38,7 = 243 \text{ с}^{-1}$ .

Ток в цепи  $I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}}$ , но, так как при резонансе  $x_{L0} = x_{C0}$ ,

то 
$$I_0 = \frac{U}{r} = \frac{220}{10} = 22 \text{ А}.$$

Напряжение на зажимах катушки

$$U_K = I_0 z_K = I_0 \sqrt{r^2 + x_{L0}^2} = 22 \sqrt{10^2 + 38,7^2} = 880 \text{ В}.$$

Напряжение на конденсаторе  $U_C = I_0 x_{C0} = 22 \cdot 38,7 = 851$  В.

Ответ:  $f_0 = 38,7$  Гц;  $I_0 = 22$  А;  $U_C = 851$  В;  $U_K = 880$  В.

5. В электрическую цепь (рис. 5,а) напряжением  $U = 67$  В включены последовательно две катушки, реостат и конденсатор. Сопротивления катушек:  $r_1 = 1,5$  Ом,  $x_{L1} = 2,5$  Ом,  $r_2 = 3$  Ом,  $x_{L2} = 1$  Ом; реостата  $r_3 = 2,03$  Ом; сопротивление конденсатора  $x_{C4} = 2$  Ом. Определить: 1) ток в цепи; 2) напряжения на катушках, реостате и конденсаторе;





Общий  $\cos \varphi$  цепи:

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{6,53}{6,7} = 0,974, \quad \sin \varphi = \frac{x}{z} = \frac{1,5}{6,7} = 0,224.$$

Проверка:

$$P = UI \cos \varphi = 67 \cdot 10 \cdot 0,974 = 653 \text{ Вт},$$

$$Q = UI \sin \varphi = 67 \cdot 10 \cdot 0,224 = 150 \text{ ВАр}.$$

Векторная диаграмма представлена на рис. 5,б.

$$\text{Ответ: } I = 10 \text{ А}; U_1 = 29,2 \text{ В}; U_2 = 31,6 \text{ В}; U_3 = 20,3 \text{ В}; U_4 = 20 \text{ В};$$

$$P_1 = 150 \text{ Вт}; P_2 = 300 \text{ Вт}; P_3 = 203 \text{ Вт}; P = 653 \text{ Вт}; Q_1 = 250 \text{ ВАр};$$

$$Q_2 = 100 \text{ ВАр}; Q_3 = 200 \text{ ВАр}; Q_4 = 200 \text{ ВАр}; Q = 150 \text{ ВАр};$$

$$S = 670 \text{ ВА}; \cos \varphi = 0,974.$$

### 1.1.2. Задачи для самостоятельного решения

1. В сеть переменного тока включены параллельно два приемника. Чему равен ток в сети, если токи в приемниках равны по  $I = 5 \text{ А}$  в каждом, а сдвиг фаз между ними  $\varphi = 40^\circ$ ?

$$\text{Ответ: } I = 9,4 \text{ А}.$$

2. В сеть переменного тока с напряжением  $U = 220 \text{ В}$  включены последовательно два приемника, имеющие равные по величине сопротивления. Чему равны напряжения на приемниках, если разность фаз между ними  $\varphi = 60^\circ$ ?

$$\text{Ответ: } U = 127 \text{ В}.$$

3. Заданы мгновенные значения токов в трех параллельных ветвях:  $i_1 = 9 \sin(\omega t + 30^\circ)$ ,  $i_2 = 4 \sin(\omega t - 60^\circ)$ ,  $i_3 = 6 \sin(\omega t - 150^\circ)$ . Пользуясь векторной диаграммой, определить амплитудное и действующее значения тока в неразветвленной части цепи и записать в общем виде его мгновенное значение.

$$\text{Ответ: } I_m = 5 \text{ А}, I = 3,53 \text{ А}, i = 5 \sin(\omega t - 23^\circ).$$

4. При каком фазовом угле мгновенное значение переменного тока будет численно равно действующему значению переменного тока?

$$\text{Ответ: } \omega t = \pi/4 \text{ рад}.$$

5. На статоре размещены две одинаковые катушки, плоскости которых сдвинуты на  $120^\circ$ . Амплитудное значение э.д.с., индуцируемой в

каждой катушке, равно 100 В. Определить действующее значение результирующей э.д.с. при последовательном соединении катушек.

Ответ:  $E = 71$  В.

6. Вычесть напряжение  $5\sin\omega t$  из напряжения  $10\sin(\omega t + \pi/2)$ .

Ответ:  $U = 11,2\sin(\omega t + 116^{\circ}30')$  В.

7. Ток изменяется по закону  $i = 20\sin 314t$  А. Определить наибольшую скорость изменения тока и соответствующее этому моменту значение тока.

Ответ:  $6280$  А/с ; 0.

8. Как записать комплексный ток  $\dot{I} = 8 - j6$  А в тригонометрическом и показательном видах?

Ответ:  $\dot{I} = 10(\cos 36,87^{\circ} - j\sin 36,87^{\circ})$  А;  $\dot{I} = 10e^{-j36,87^{\circ}}$  А.

9. Как записать комплексный ток  $\dot{I} = 10e^{j30^{\circ}}$  А в тригонометрическом и алгебраическом видах?

Ответ:  $\dot{I} = 10(\cos 30^{\circ} + j\sin 30^{\circ})$  А;  $\dot{I} = 8,66 + j5$  А.

10. Определить активное и реактивное сопротивления цепи, если комплексное сопротивление цепи  $Z = 100e^{j60^{\circ}}$  Ом.

Ответ:  $r = 50$  Ом;  $x = 86,6$  Ом.

11. В сеть переменного тока напряжением  $U = 220$  В и частотой  $f = 50$  Гц включена катушка индуктивностью  $L = 0,127$  Гн и активным сопротивлением  $r = 30$  Ом. Определить индуктивное и модуль полного сопротивления катушки, комплексный ток, комплексные напряжения и их модули на активном и индуктивном сопротивлениях,  $\cos \varphi$ .

Ответ:  $x_L = j40$  Ом;  $z = 50$  Ом;  $\dot{I} = 2,64 - j3,52$  А;

$\dot{U}_r = 79,2 - j105,6$  В;  $\dot{U}_L = 140,8 + j105,6$  В;  $U_r = 132$  В;

$U_L = 176$  В;  $\cos \varphi = 0,6$ .

12. В сеть переменного тока напряжением  $U = 220$  В и частотой  $f = 50$  Гц включены последовательно три приемника, активные и индуктивные сопротивления которых соответственно равны:  $r_1 = 3$  Ом;  $x_1 = 4$  Ом;  $r_2 = 2$  Ом;  $x_2 = 6$  Ом;  $r_3 = 7$  Ом;  $x_3 = 6$  Ом. Определите модуль полного сопротивления цепи, комплексный ток и модуль тока в цепи, комплексные напряжения и модули напряжений на зажимах приемников, индуктивность цепи.

Ответ:  $z = 20 \text{ Ом}$ ,  $\dot{I} = 6,6 - j8,8 \text{ А}$ ,  $I = 11 \text{ А}$ ,  $\dot{U}_1 = 33 + j44 \text{ В}$ ,  
 $U_1 = 55 \text{ В}$ ,  $\dot{U}_2 = 22 + j66 \text{ В}$ ,  $U_2 = 69,6 \text{ В}$ ,  $\dot{U}_3 = 77 + j66 \text{ В}$ ,  $U_3 = 101,4 \text{ В}$ ,  
 $L = 50,93 \text{ мГн}$ .

**13.** Индуктивная катушка присоединена к источнику переменного тока напряжением  $U = 220 \text{ В}$  и частотой  $50 \text{ Гц}$ . Ток в катушке  $I = 5 \text{ А}$ , а мощность, потребляемая катушкой,  $P = 660 \text{ Вт}$ . Определить: индуктивность катушки, э.д.с. самоиндукции  $E_L$ , максимальный запас энергии в магнитном поле катушки.

Ответ:  $L = 112 \text{ мГн}$ ;  $E_L = 176 \text{ В}$ ;  $W_{\max} = 2,8 \text{ Дж}$ .

**14.** К цепи, состоящей из последовательно соединенных сопротивления  $r = 50 \text{ Ом}$  и индуктивности  $L = 0,1 \text{ Гн}$ , подведено напряжение  $u = 140 \sin \omega t \text{ В}$ , частотой  $f = 50 \text{ Гц}$ . Вычислить полное сопротивление цепи и действующие напряжения на  $r$  и  $L$ ; вывести выражения для мгновенного значения тока  $i(t)$ ; построить кривые  $i(t)$ ,  $u(t)$  и напряжений на  $r$  и  $L$ .

Ответ:  $59 \text{ Ом}$ ;  $85 \text{ В}$ ,  $53,4 \text{ В}$ ;  $i = 2,4 \sin(\omega t - 32^\circ 10') \text{ А}$ .

**15.** В цепи, состоящей из последовательно соединенных  $r$  и  $L$ , ток равен  $1 \text{ А}$  при частоте  $400 \text{ Гц}$  и  $0,8 \text{ А}$  при  $800 \text{ Гц}$ . В обоих случаях напряжение на цепи  $20 \text{ В}$ . Определить  $r$  и  $L$ .

Ответ:  $18 \text{ Ом}$ ;  $3,45 \text{ мГн}$ .

**16.** К источнику переменного тока с напряжением  $u = 141 \sin 628t \text{ В}$  подключены последовательно конденсатор емкостью  $C = 100 \text{ мкФ}$  и сопротивление  $r = 3 \text{ Ом}$ . Определить действующие значения напряжения и тока; написать выражение для мгновенного значения тока в цепи; определить мощность, потребляемую цепью; построить векторную диаграмму.

Ответ:  $U = 100 \text{ В}$ ;  $I = 6,2 \text{ А}$ ;  $i = 8,7 \sin(628t + 79^\circ 20')$ ;  $P = 115 \text{ Вт}$ .

**17.** В сеть переменного тока напряжением  $U = 220 \text{ В}$  и частотой  $f = 50 \text{ Гц}$  включены последовательно резистор  $r = 50 \text{ Ом}$  и конденсатор емкостью  $C = 100 \text{ мкФ}$ . Определите комплексный ток, комплексное напряжение и модули напряжений на резисторе и конденсаторе.

Ответ:  $\dot{I} = 3,13 + j2 \text{ А}$ ,  $\dot{U}_r = 156,5 + j100 \text{ В}$ ,  $U_r = 185,5 \text{ В}$ ,  
 $\dot{U}_c = 99,69 - j63,47 \text{ В}$ ,  $U_c = 118,2 \text{ В}$ .

18. В цепи, состоящей из последовательно соединенных  $r$  и  $C$ , ток равен 0,1 А при частоте 800 Гц и 0,08 А при 400 Гц. В обоих случаях напряжение на выводах цепи 20 В. Определить  $r$  и  $C$ .

Ответ:  $r = 180 \text{ Ом}$ ;  $C = 2,3 \text{ мкФ}$ .

19. В сеть переменного тока с напряжением 127 В последовательно включены два приемника, комплексные сопротивления которых  $Z_1 = 50e^{j60^\circ}$  и  $Z_2 = 40e^{-j30^\circ}$  Ом. Определите комплексное сопротивление и модуль сопротивления цепи, комплексный ток и модуль тока в цепи, напряжения на каждом приемнике,  $\cos \varphi$  цепи.

Ответ:  $Z = 64,03e^{j21,34^\circ}$  Ом;  $z = 64,03 \text{ Ом}$ ;  $\dot{I} = 1,983e^{-j21,34^\circ}$  А;  
 $I = 1,983 \text{ А}$ ;  $\dot{U}_1 = 99,15e^{j38,66^\circ}$  В;  $U_1 = 99,15 \text{ В}$ ;  $\dot{U}_2 = 79,32e^{-j51,34^\circ}$  В;  
 $U = 79,32 \text{ В}$ ;  $\cos \varphi = 0,9314$ .

20. В сеть переменного тока частотой  $f = 50$  Гц последовательно включены реостат сопротивлением  $r = 38$  Ом, катушка индуктивностью  $L = 150$  мГн и конденсатор емкостью  $C = 127,5$  мкФ. Определите падение напряжения на каждом сопротивлении и на всей цепи, если ток в цепи  $I = 5$  А. Построить векторную диаграмму.

Ответ:  $\dot{U}_r = 190 \text{ В}$ ;  $\dot{U}_L = 235,6e^{j90^\circ}$  В;  $\dot{U}_C = 124,8e^{-j90^\circ}$  В;  $\dot{U} = 219,9e^{j30,25^\circ}$  В.

21. В сеть напряжением  $U = 220$  В последовательно включены три приемника, обладающие следующими сопротивлениями:  $r_1 = 10$  Ом,  $r_2 = 24$  Ом,  $r_3 = 6$  Ом;  $x_{L1} = 20$  Ом,  $x_{C2} = 18$  Ом,  $x_{L3} = 16,5$  Ом. Определите комплексный ток в цепи и модуль тока, сдвиг фаз между током и напряжением, напряжение на каждом приемнике. Постройте векторную диаграмму.

Ответ:  $\dot{I} = 4,992e^{-j24,82^\circ}$  А;  $I = 4,992 \text{ А}$ ;  $\varphi = 24,82^\circ$ ;  $\dot{U}_1 = 111,62e^{j38,61^\circ}$  В;  
 $U_1 = 111,62 \text{ В}$ ;  $\dot{U}_2 = 149,76e^{-j61,68^\circ}$  В;  $U_2 = 149,76 \text{ В}$ ;  $\dot{U}_3 = 87,66e^{j45,18^\circ}$  В,  $U_3 = 87,66 \text{ В}$ .

22. В цепь напряжением  $U = 100$  В последовательно включены: 1) катушка, обладающая индуктивностью  $L = 71$  мГн и активным сопротивлением  $r = 5$  Ом; 2) конденсатор, емкость  $C$  которого подобрана так, чтобы в цепи получить резонанс напряжений. Частота  $f = 50$  Гц. Определить емкость конденсатора  $C$ , ток  $I$  в цепи, напряжения  $U_L$  и  $U_C$  на зажимах катушки и конденсатора, мощность  $P$ , потребляемую цепью, и максимальный запас энергии в магнитном и электрических полях.

Ответ:  $I = 20 \text{ А}$ ;  $U_L = 460 \text{ В}$ ,  $U_C = 448 \text{ В}$ ,  $C = 142,5 \text{ мкФ}$ ,  
 $P = 2000 \text{ Вт}$ ;  $W_L = 28,5 \text{ Дж}$ ,  $W_C = 28,5 \text{ Дж}$ .

**23.** К цепи, состоящей из последовательно соединенных сопротивления  $r = 10 \text{ Ом}$ , индуктивности  $L = 0,1 \text{ Гн}$  и емкости  $C = 101,4 \text{ мкФ}$ , приложено напряжение  $33,8 \sin 314t \text{ В}$ . Найти ток; построить кривые тока и напряжений на сопротивлении, индуктивности и емкости.

Ответ:  $i = 33,8 \sin 314t \text{ А}$ .

**24.** Цепь состоит из источника э.д.с.  $E = 100 \sin 400t \text{ В}$ , сопротивления  $r = 50 \text{ Ом}$  и индуктивности  $L = 0,1 \text{ Гн}$ , соединенных последовательно. Найти для момента  $t = \pi/200 \text{ с}$  мгновенные токи, напряжения на элементах и мощности, подводимые к ним; определить действующие токи и напряжения на элементах.

Ответ:  $-0,975 \text{ А}$ ;  $-48,8 \text{ В}$ ;  $48,8 \text{ В}$ ;  $47,5 \text{ Вт}$ ;  $-47,5 \text{ ВАр}$ ;  $1,1 \text{ А}$ ;  $55 \text{ В}$ ;  $44 \text{ В}$ .

**25.** Цепь, состоящая из  $r$ ,  $L$  и  $C$ , соединенных последовательно, питается от источника э.д.с.  $110 \text{ В}$ . Определить коэффициент мощности цепи при  $60 \text{ Гц}$ , если известно, что при частоте  $45 \text{ Гц}$  напряжение на емкости, так же как и на индуктивности, составляет  $200,8 \text{ В}$ .

Ответ:  $0,69$ .

**26.** В цепи, состоящей из последовательно соединенных  $r$  и  $L$ , напряжение равно  $120 \text{ В}$ , ток  $0,5 \text{ А}$ , активная мощность  $30 \text{ Вт}$ , частота  $400 \text{ Гц}$ . Определить  $r$  и  $L$ .

Ответ:  $120 \text{ Ом}$ ;  $83 \text{ мГн}$ .

**27.** Цепь состоит из источника ЭДС  $E = 100 \sin(300t) \text{ В}$ , сопротивления  $r = 40 \text{ Ом}$  и индуктивности  $L = 0,1 \text{ Гн}$ , соединенных последовательно. Найти мгновенные ток и напряжения на элементах при  $t = 0,01 \text{ с}$ ; вычислить энергию, поступающую от источника с момента  $t = 0$  до  $t = 0,01 \text{ с}$ .

Ответ:  $-1,42 \text{ А}$ ;  $56,8 \text{ В}$ ;  $-42,4 \text{ В}$ ;  $0,833 \text{ Дж}$ .

**28.** Цепь, состоящая из  $r$ ,  $L$  и  $C$ , соединенных последовательно, питается от источника переменной ЭДС  $110 \text{ В}$ . Определить коэффициент мощности цепи при  $60 \text{ Гц}$ , если известно, что при частоте  $45 \text{ Гц}$  напряжение на емкости, так же как и на индуктивности, составляет  $200,8 \text{ В}$ . Указание. При  $45 \text{ Гц}$  имеет место резонанс напряжений.

Ответ:  $0,69$ .

## 1.2. Разветвленные электрические цепи

### Основные законы и формулы.

При параллельном соединении приемников электрической энергии (рис. 6) напряжение в параллельных цепях будет одинаковым, а комплексный ток в неразветвленной части цепи будет равен сумме комплексных токов ветвей:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3.$$

Для параллельных цепей переменного тока закон Ома удобнее представить не через сопротивления цепи, а через ее проводимости.

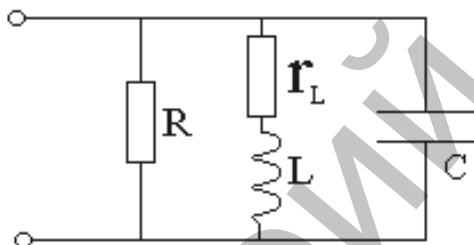


Рис. 6.

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \dot{U}Y$$

$$I = UY = U\sqrt{(g + g_L)^2 + (b_L - b_C)^2},$$

где  $y$  — полная проводимость цепи,

$g$  и  $g_L$  — активные проводимости ветвей цепи,

$b_L$  и  $b_C$  — реактивные проводимости ветвей цепи.

Фазовый сдвиг между общим током  $I$  и напряжением  $U$  определяется по формуле:

$$\cos \varphi = \frac{g + g_L}{\sqrt{(g + g_L)^2 + (b_L - b_C)^2}}.$$

Активные и реактивные составляющие проводимости параллельных ветвей при заданных значениях  $R$ ,  $L$ ,  $C$  можно определить по формулам:

$$g = \frac{1}{R}, \quad g_L = \frac{r_L}{Z_L^2} = \frac{r_L}{r_L^2 + (\omega L)^2}, \quad b_L = \frac{\omega L}{Z_L^2} = \frac{\omega L}{r_L^2 + (\omega L)^2}, \quad b_C = \omega C.$$

Полная проводимость цепи

$$y = \sqrt{g^2 + b^2},$$

где  $g = g_1 + g_2$  – активная проводимость всей цепи, равная арифметической сумме активных проводимостей ветвей;  $b = b_1 + b_2$  – реактивная проводимость всей цепи, равная алгебраической сумме реактивных проводимостей ветвей  $b = b_L + b_C$ .

Мощности цепи:

активная

$$P = UI \cos \varphi = U^2 g ,$$

реактивная

$$Q = UI \sin \varphi = U^2 b ,$$

полная

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = U^2 y .$$

Случай, когда реактивные проводимости ветвей  $b_L$  и  $b_C$  равны, называется резонансом токов. Полная проводимость цепи  $y = \sqrt{g^2 + b^2} = g$  будет минимальной, а сопротивление цепи  $Z_{рез} = \frac{1}{y}$  достигнет максимального значения.

Ток в неразветвленной части цепи в момент резонанса будет минимальным. Сдвиг фаз между током и напряжением в неразветвленной части цепи равен нулю. Реактивные составляющие токов в ветвях равны между собой и находятся в противофазе.

### Смешанное соединение потребителей

Расчет цепи со смешанным соединением потребителей (рис. 7а) можно произвести с использованием правил Кирхгофа и путем замены ее простейшей эквивалентной цепью с использованием проводимостей.

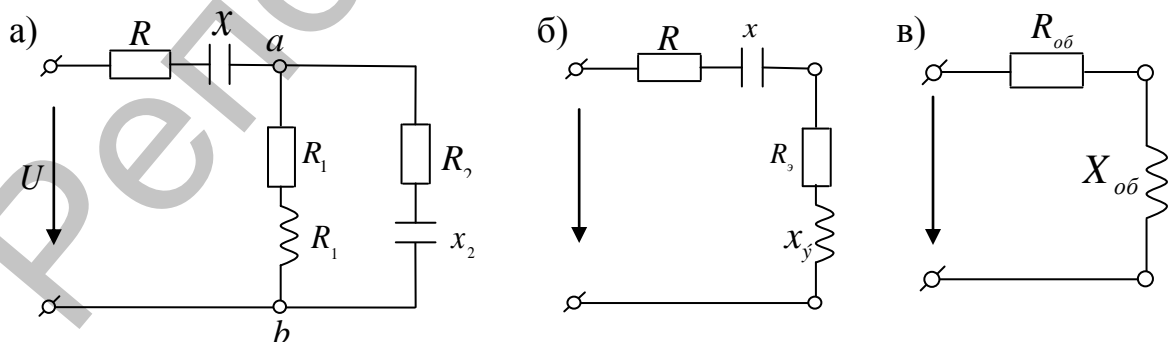


Рис. 7.

Вначале определяют активную, реактивную и полную проводимости параллельных ветвей  $g_1, g_2, b_1, b_2, y_1, y_2$ .



Затем находят эквивалентные активную  $g_3$ , реактивную  $b_3$  и полную проводимость  $y_3$  параллельного участка цепи:

$$g_3 = g_1 + g_2, \quad b_3 = b_1 + b_2, \quad y_3 = \sqrt{g_3^2 + b_3^2}.$$

Далее определяют составляющие эквивалентного сопротивления

$$R_3 = g_3 Z_3^2, \quad X_3 = b_3 Z_3^2, \quad Z_3 = \frac{1}{y_3}.$$

В результате расчетов сложная цепь заменяется эквивалентной (рис. 7б), где все сопротивления включены последовательно.

Общее активное, реактивное и полное сопротивления цепи (рис. 7в) равны:

$$R_{об} = R_3 + R, \quad X_{об} = X_3 + X, \quad Z_{об} = \sqrt{R_{об}^2 + X_{об}^2}.$$

Ток в цепи определяется по закону Ома

$$I = \frac{U}{Z}.$$

Напряжение на параллельном участке  $ab$

$$U_{ab} = I Z_3 = \frac{I}{y_3}.$$

Токи в параллельных ветвях

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{Z_1} = U_{ab} y_1; \quad I_2 = \frac{U_{ab}}{Z_2} = U_{ab} y_2$$

При расчете сложных электрических цепей удобнее использовать символический метод, основанный на применении комплексных чисел.

Переменный ток  $i = I_m \sin(\omega t \pm \varphi)$  в комплексной форме представляется:

$$\dot{I}_m = I_m e^{j(\omega t \pm \varphi)}.$$

Закон Ома в символической форме

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z},$$

где  $Z$  – комплекс полного сопротивления цепи.

При последовательном соединении элементов

$$Z = R + j(X_L - X_C) = Z e^{j\varphi},$$

где  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ ,  $\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$ .

При параллельном соединении элементов

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}.$$

Комплекс полной мощности

$$\dot{S} = \dot{U} \dot{I}^* = P + jQ,$$

где  $\dot{I}^*$  – сопряженный комплекс тока.

### 1.2.1. Примеры решения типовых задач

1. К общей сети напряжением  $U=200$  В присоединены параллельно два электроприемника (рис. 8а), сопротивления которых равны  $r_1 = 8$  Ом,  $x_{L1} = 6$  Ом,  $r_2 = 3$  Ом,  $x_{C2} = 4$  Ом. Определить: 1) токи каждого приемника и общий ток; 2) активные и реактивные мощности. Построить векторную диаграмму.

Решение:

Первый электроприемник имеет параметры:

$$z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_{L1}^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ Ом}, \quad I_1 = \frac{U}{z_1} = \frac{200}{10} = 20 \text{ А},$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{r_1}{z_1} = \frac{8}{10}, \quad \sin \varphi_1 = \frac{x_{L1}}{z_1} = \frac{6}{10} = 0,6,$$

$$I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ А}, \quad I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ А},$$

$$P_1 = UI_1 \cos \varphi_1 = 200 \cdot 20 \cdot 0,8 = 3200 \text{ Вт},$$

$$Q_1 = UI_1 \sin \varphi_1 = 200 \cdot 20 \cdot 0,6 = 2400 \text{ ВАр},$$

$$S_1 = UI_1 = 200 \cdot 20 = 4000 \text{ ВА}.$$

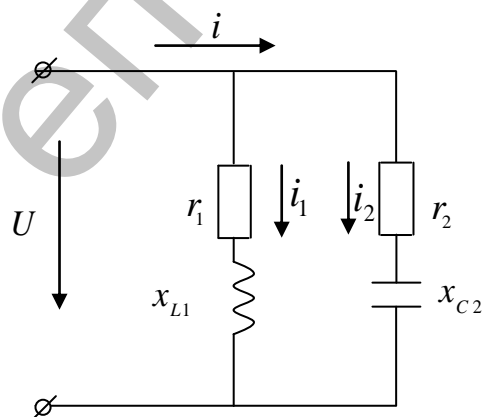
Второй электроприемник имеет параметры:

$$z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_{C2}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ Ом}, \quad I_2 = \frac{U}{z_2} = \frac{200}{5} = 40 \text{ А},$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{r_2}{z_2} = \frac{3}{5} = 0,6, \quad \sin \varphi_2 = \frac{x_{C2}}{z_2} = \frac{4}{5} = 0,8,$$

$$I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2 = 40 \cdot 0,6 = 24 \text{ А}, \quad I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2 = 40 \cdot 0,8 = 32 \text{ А}.$$

а)



б)

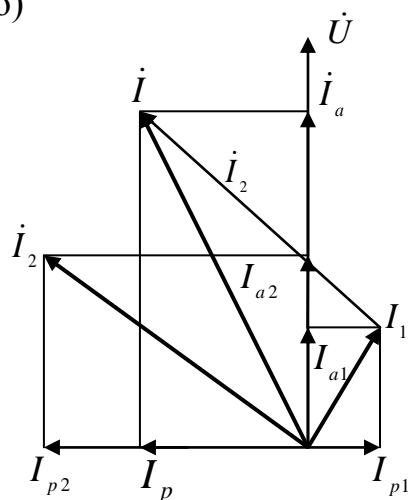


Рис. 8. Схема (а) и векторная диаграмма (б).

$$P_2 = UI_2 \cos \varphi_2 = 200 \cdot 40 \cdot 0,6 = 4800 \text{ Вт},$$

$$Q_2 = UI_2 \sin \varphi_2 = 200 \cdot 40 \cdot 0,8 = 6400 \text{ ВАр},$$

$$S_2 = UI_2 = 200 \cdot 40 = 8000 \text{ ВА}.$$

Общие ток,  $\cos \varphi$ , активные и реактивные мощности для неразветвленной части цепи:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} = 16 + 24 = 40 \text{ А}, \quad I_p = I_{p2} - I_{p1} = 32 - 12 = 20 \text{ А},$$

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{40^2 + 20^2} = 44,7 \text{ А},$$

$$\cos \varphi = \frac{I_a}{I} = \frac{40}{44,7} = 0,895, \quad \sin \varphi = \frac{I_p}{I} = \frac{20}{44,7} = 0,447,$$

$$P = UI \cos \varphi = 200 \cdot 44,7 \cdot 0,895 = 8000 \text{ Вт},$$

$$Q = UI \sin \varphi = 200 \cdot 44,7 \cdot 0,447 = 4000 \text{ ВАр},$$

$$S = UI = 200 \cdot 44,7 = 8940 \text{ ВА}.$$

Векторная диаграмма представлена на рис. 8 б.

Ответ:  $I_1 = 20 \text{ А}$ ;  $P_1 = 3200 \text{ Вт}$ ;  $Q_1 = 2400 \text{ ВАр}$ ;  $S_1 = 4000 \text{ ВА}$ ;

$I_2 = 40 \text{ А}$ ;  $P_2 = 4800 \text{ Вт}$ ;  $Q_2 = 6400 \text{ ВАр}$ ;  $S_2 = 8000 \text{ В} \cdot \text{А}$ ;  $I = 44,7 \text{ А}$ ;

$P = 8000 \text{ Вт}$ ;  $Q = 4000 \text{ ВАр}$ ;  $S = 8940 \text{ ВА}$ .

2. К сети переменного тока напряжением  $U = 220 \text{ В}$  присоединена смешанная (активно-индуктивная) нагрузка со следующими данными: потребляемая мощность  $P = 19,8 \text{ кВт}$ , номинальное напряжение  $U_i = 220 \text{ В}$ , коэффициент мощности  $\cos \varphi = 0,6$ . Определить: 1) ток, потребляемый нагрузкой; 2) емкость  $C$  и реактивную мощность  $Q_C$  конденсаторов, необходимую для повышения общего  $\cos \varphi$  электроустановки до единицы; 3) общий ток, потребляемый из сети после присоединения конденсаторов.

Решение: Ток, потребляемый нагрузкой при  $\cos \varphi = 0,6$ ,

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{19,8 \cdot 10^3}{220 \cdot 0,6} = 150 \text{ А}.$$

Ток нагрузки при  $\cos \varphi' = 1$

$$I' = \frac{P}{U \cos \varphi'} = \frac{19,8 \cdot 10^3}{220 \cdot 1} = 90 \text{ А}.$$

Ток в цепи конденсатора:  $I_C = I \sin \varphi = 150 \cdot 0,8 = 120 \text{ А}$ ,

$$C = \frac{I_C}{\omega U} = \frac{120}{314 \cdot 220} = 0,00174 \text{ Ф} = 1740 \text{ мкФ},$$

$$Q_C = UI_C = 220 \cdot 120 \cdot 10^{-3} = 26,4 \text{ кВАр}.$$

Ответ:  $I = 150 \text{ А}$ ;  $I' = 90 \text{ А}$ ;  $C = 1740 \text{ мкФ}$ ;  $Q_C = 26,4 \text{ кВАр}$ .

3. Рассчитать символическим методом смешанную цепь переменного тока, изображенную на рис. 9. Параметры цепи:  $r=0,8$  Ом,  $x_L=1,6$  Ом,  $r_1=3$  Ом,  $x_{L1}=4$  Ом,  $r_2=12,5$  Ом,  $x_{C3}=16,7$  Ом,  $U=268$  В.

Решение:

Определяем эквивалентное сопротивление разветвленного участка цепи  $Z_3$

$$\frac{1}{Z_3} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{3+j4} + \frac{1}{12,5} + \frac{1}{-j16,7} = \frac{3-j4}{25} + 0,08 + j0,06 = 0,2 - j0,1 (\text{Ом}^{-1}).$$

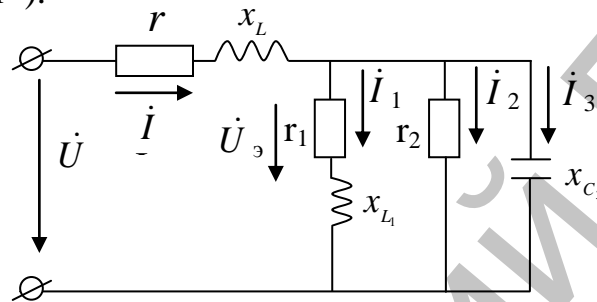


Рис. 9.

$$Z_3 = \frac{1}{0,2 - j0,1} = \frac{0,2 + j0,1}{0,05} = 4 + j2 \text{ Ом.}$$

Находим общее сопротивление всей цепи:

$$Z = r + jx_L + Z_3 = 0,8 + j1,6 + 4 + j2 = 4,8 + j3,6 \text{ Ом.}$$

Вектор общего напряжения направляем по действительной оси, тогда  $\dot{U} = 268$  В.

Ток в неразветвленной части цепи

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{268}{4,8 + j3,6} = \frac{268(4,8 - j3,6)}{36} = 35,8 - j26,8 \text{ А,}$$

$$I = \sqrt{35,8^2 + 26,8^2} = \sqrt{2000} = 44,7 \text{ А.}$$

Напряжение в конце линии

$$\dot{U}_3 = \dot{I}Z_3 = (35,8 - j26,8)(4 + j2) = 143,2 - j107,2 + j71,6 + 53,6 = 196,8 - j35,6 \text{ В,}$$

$$U_3 = \sqrt{196,8^2 + 35,6^2} = 200 \text{ В.}$$

Токи отдельных электроприемников:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_3}{Z_1} = \frac{196,8 - j35,6}{3 + j4} = 17,9 - j35,75; \quad I_1 = \sqrt{17,9^2 + 35,75^2} = 40 \text{ А;}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_9}{Z_2} = \frac{196,8 - j35,6}{12,5} = 15,75 - j2,85; \quad I_2 = \sqrt{15,75^2 + 2,85^2} = 16 \text{ A};$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_9}{Z_3} = \frac{196,8 - j35,6}{-j16,7} = 2,15 + j11,8; \quad I_3 = \sqrt{2,15^2 + 11,8^2} = 12 \text{ A}.$$

Проверка:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 17,9 - j35,75 + 15,75 - j2,85 + 2,15 + j11,8 = 35,8 - j26,8 = \dot{I}.$$

Полная мощность цепи:

$$\tilde{S} = \dot{U}\dot{I} = 268(35,8 + j26,8) = 9600 + j7200 \text{ В} \cdot \text{А},$$

$$P = 9,6 \text{ кВт}, \quad Q = 7,2 \text{ кВАр}.$$

Ответ:  $Z = 4,8 + j3,6 \text{ Ом}; I = 44,7 \text{ А}; U_9 = 200 \text{ В}; I_1 = 40 \text{ А}; I_2 = 16 \text{ А}; I_3 = 12 \text{ А}; P = 9,6 \text{ кВт}; Q = 7,2 \text{ кВАр}.$

### 1.2.2. Задачи для самостоятельного решения

1. Напряжение на сопротивлении  $r = 3,63 \text{ Ом}$  и индуктивности  $L = 0,02 \text{ Гн}$ , соединенных параллельно, равно  $u = 170 \sin(314t + \pi/6) \text{ В}$ . Вычислить полную проводимость цепи и действующие токи в  $r$  и  $L$ ; вывести выражение для суммарного синусоидального тока в цепи; построить кривые  $u(t), i(t)$  и токов в  $r$  и  $L$ .

Ответ:  $0,318 \text{ См}; 33,1 \text{ А}; 19,1 \text{ А}; i = 54 \sin 3,14t \text{ А}.$

2. В цепи, состоящей из параллельно соединенных  $r$  и  $C$ , ток равен  $0,08 \text{ А}$  при частоте  $400 \text{ Гц}$  и  $0,1 \text{ А}$  при  $800 \text{ Гц}$ . В обоих случаях напряжение на цепи  $20 \text{ В}$ . Определить  $r$  и  $C$ .

Ответ:  $r = 277 \text{ Ом}; C = 0,688 \text{ мкФ}.$

3. Напряжение на сопротивлении  $r = 1000 \text{ Ом}$  и емкости  $C = 1 \text{ мкФ}$ , соединенных параллельно, равно  $u = 170 \sin 2512t \text{ В}$ . Вычислить полную проводимость и действующие токи в  $r$  и  $C$ ; вывести выражение для тока  $i(t)$  в общей цепи.

Ответ:  $2,7 \cdot 10^{-3} \text{ См}; 0,12 \text{ А}; 0,301 \text{ А}; i = 0,46 \sin(2512t + 68^\circ 20') \text{ А}.$

4. Построить векторную диаграмму для цепи состоящей из двух параллельных ветвей. В первой ветви последовательно включены катушка с активным сопротивлением  $r = 11 \text{ Ом}$  и индуктивным  $x_L = 60 \text{ Ом}$  и реостат сопротивлением  $r_1 = 49 \text{ Ом}$ . Во второй ветви активное сопротив-

ление  $r_2 = 60 \text{ Ом}$  включено последовательно с батареей конденсаторов сопротивлением  $x_C = 80 \text{ Ом}$ . К цепи подведено напряжение  $120 \text{ В}$  частотой  $f = 50 \text{ Гц}$ . Определить токи в параллельных ветвях и ток в неразветвленной части цепи.

Ответ:  $I_1 = 1,41 \text{ А}$ ,  $I_2 = 1,2 \text{ А}$ .

5. Цепь переменного тока состоит из двух параллельных ветвей, активные и реактивные сопротивления которых соответственно равны:  $r_1 = 5 \text{ Ом}$ ;  $x_{C1} = 7 \text{ Ом}$ ;  $r_2 = 6 \text{ Ом}$ ;  $x_{L2} = 8 \text{ Ом}$ . Напряжение на зажимах параллельных ветвей  $U = 220 \text{ В}$ . Определите комплексные токи и модули токов в ветвях, модуль тока в неразветвленной части цепи,  $\cos \varphi$  цепи.

Ответ:  $\dot{I}_1 = 14,86 + j20,81 \text{ А}$ ;  $I_1 = 25,57 \text{ А}$ ;  $\dot{I}_2 = 13,2 - j17,6 \text{ А}$ ;  
 $I_2 = 22 \text{ А}$ ;  $I = 28,06 + j3,21 \text{ А}$ ;  $I = 28,25 \text{ А}$ ;  $\cos \varphi = 0,993$ .

6. Приемник имеет активное сопротивление  $r_1 = 11 \text{ Ом}$  и индуктивность  $L = 53,2 \text{ мГн}$ . Напряжение на зажимах приемника  $U = 220 \text{ В}$ , частота  $f = 50 \text{ Гц}$ . Какой емкости конденсатор нужно подключить параллельно приемнику, чтобы сдвиг фаз между током и напряжением в неразветвленной части цепи равнялся нулю?

Ответ:  $C = 132,9 \text{ мкФ}$ .

7. К цепи состоящей из двух параллельных ветвей с параметрами  $r_1 = 6 \text{ Ом}$ ,  $x_{L1} = 8 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = x_{C2} = 14,1 \text{ Ом}$  подведено переменное напряжение  $U = 220 \text{ В}$  частотой  $50 \text{ Гц}$ . Определить токи  $I_1$  и  $I_2$  в ветвях, активные и реактивные составляющие этих токов, общий ток  $I$  в неразветвленной части цепи, а также активные и реактивные мощности  $P_1$ ,  $Q_1$ ,  $P_2$ ,  $Q_2$ ,  $P$ ,  $Q$ . Построить векторную диаграмму. Найти параметры эквивалентной схемы  $r_{ЭК}$ ,  $x_{ЭК}$  и  $z_{ЭК}$  для рассматриваемой цепи.

Ответ:  $I_1 = 20 \text{ А}$ ;  $I_2 = 10 \text{ А}$ ;  $I = 21,1 \text{ А}$ ;  $P_1 = 2400 \text{ Вт}$ ,  $Q_1 = 3200 \text{ ВАр}$ ,  
 $P_2 = 1410 \text{ Вт}$ ,  $Q_2 = 1410 \text{ ВАр}$ ,  $P = 3810 \text{ Вт}$ ,  $Q = 1790 \text{ ВАр}$ ,  $r_{ЭК} = 8,6 \text{ Ом}$ ,  
 $x_{ЭК(L)} = 4 \text{ Ом}$ ,  $z_{ЭК} = 9,5 \text{ Ом}$ .

8. Построить векторную диаграмму для цепи, состоящей из трех параллельных ветвей. В первой ветви включена катушка с активным  $r_k = 10 \text{ Ом}$  и индуктивным  $x_k = 10 \text{ Ом}$  сопротивлениями. Во второй ветви включено активное сопротивление  $r_2 = 38 \text{ Ом}$ , и в третьей ветви – батарея конденсаторов сопротивлением  $x_C = 38 \text{ Ом}$ . Напряжение цепи  $U = 380 \text{ В}$  и имеет частоту  $f = 50 \text{ Гц}$ . Определить токи в па-

параллельных ветвях, а также ток в неразветвленной части цепи. Построить векторную диаграмму.

Ответ:  $I_1 = 26,95 \text{ А}$ ,  $I_2 = 10 \text{ А}$ ,  $I_3 = 10 \text{ А}$ ,  $I = 30,3 \text{ А}$ .

9. Если в цепи (рис.10) сопротивление  $r$  превысит определенное значение, то резонанс токов будет невозможен. Пояснить это физически и привести условие, при котором резонанс невозможен.

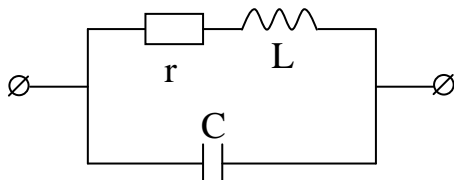


Рис. 10.

Ответ:  $r \geq \sqrt{L/C}$ .

10. Предприятие, получающее питание по линии электропередачи, потребляет активную мощность  $P = 240 \text{ кВт}$  при  $\cos \varphi = 0,6$  (инд). Потери мощности в проводах питающей линии  $\Delta P_{\text{л}} = 30 \text{ кВт}$ . Определить: 1) реактивную мощность  $Q_c$  конденсаторной батареи, необходимой для повышения коэффициента мощности предприятия до значения  $\cos \varphi' = 0,9$ ; 2) потери мощности  $\Delta P'_{\text{л}}$  в линии после установки конденсаторов, считая напряжение в конце линии неизменным.

Ответ:  $Q_c = 204 \text{ кВар}$ ;  $\Delta P'_{\text{л}} = 13,4 \text{ кВт}$ .

11. Двигатель переменного тока подключен к цепи с напряжением  $U = 500 \text{ В}$  и частотой  $f = 50 \text{ Гц}$ . Двигатель имеет на входе активную мощность  $P = 120 \text{ кВт}$  и  $\cos \varphi = 0,7$ . Определить, какой емкости конденсатор необходимо подключить параллельно двигателю для того, чтобы  $\cos \varphi$  установки увеличился до значения  $\cos \varphi_1 = 0,85$ .

Ответ:  $C = 205 \text{ мкФ}$ .

12. Решить в комплексной форме следующие задачи:

а) сложить напряжения  $u_1 = 10 \sin(\omega t + \pi/3)$  и  $u_2 = 5 \sin(\omega t + \pi/12)$ .

б) сложить токи  $i_1 = 10 \sin \omega t$  и  $i_2 = 10 \cos(\omega t + \pi/4)$ .

Ответ:  $u = 14 \sin(\omega t + 45^\circ 30')$ ;  $i = 7,65 \sin(\omega t + 67^\circ 30')$ .

13. Комплексное сопротивление равно  $3 + j5 \text{ Ом}$ . Вычислить активную и реактивную проводимости.

Ответ:  $0,0882 \text{ См}$ ;  $0,147 \text{ См}$ .

14. Комплексная проводимость равна  $0,2 - j0,2$  См. Вычислить активное и реактивное сопротивления.

Ответ:  $2,5$  Ом;  $2,5$  Ом.

15. К катушке с активным сопротивлением  $r = 30$  Ом и индуктивным сопротивлением  $x_w = 40$  Ом, подведено напряжение  $U = 100\sin(\omega t + 30^\circ)$  В. Написать выражение для мощности в комплексной форме.

Ответ:  $120 + j160$  ВАр.

16. Комплексная проводимость  $Y = 1,41 + j1,73$  Ом<sup>-1</sup>. Определить активное и емкостное сопротивления.

Ответ:  $r = 0,282$  Ом,  $x_c = 0,346$  Ом.

17. Определить токи в элементах цепи (рис. 11), а также приложенное напряжение  $U_1$ , если  $r_0 = 5$  Ом;  $U_2 = 220$  В,  $r_1 = 8$  Ом;  $r_2 = 6$  Ом;  $x_1 = 10$  Ом;  $x_2 = 8$  Ом;  $x_3 = 16$  Ом. Построить векторную диаграмму. Задачу решить: а) методом проводимостей; б) графоаналитическим методом; в) методом комплексных величин.

Ответ:  $I_1 = 22$  А;  $I_2 = 22$  А;  $I_3 = 31,2$  А;  $U_1 = 374$  В.

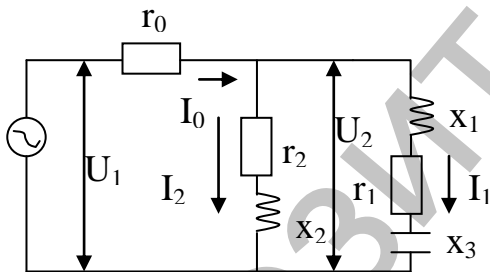


Рис. 11.

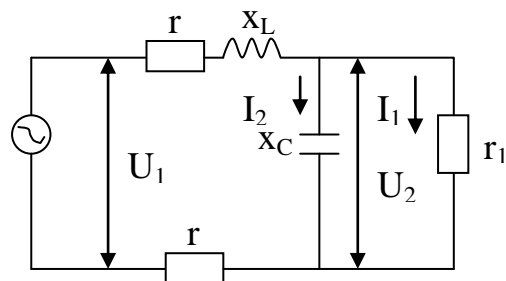


Рис. 12.

18. Определить токораспределение в цепи (рис. 12), если  $r = r_1 = 100$  Ом,  $x_L = 200$  Ом,  $x_C = 200$  Ом. Приложенное напряжение  $U_1 = 3000$  В. Задачу решить методами проводимостей и комплексных величин.

Ответ:  $I_1 = 8,31$  А;  $I_2 = 4,16$  А.



## 2. ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

### Соединение звездой

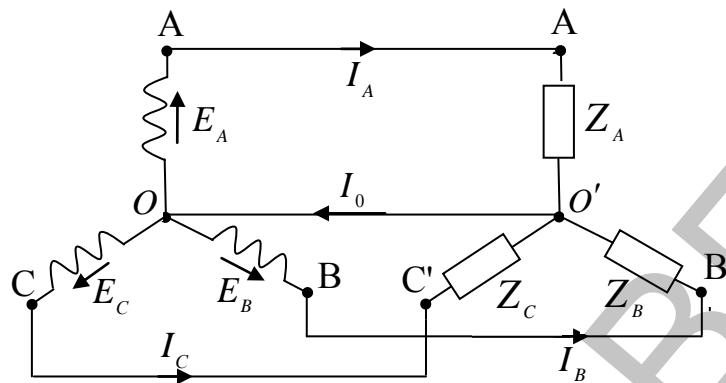


Рис. 13.

При соединении звездой (рис. 13) линейные токи равны соответствующим фазным токам  $I_l = I_\phi$ .

Линейное напряжение равно разности векторов соответствующих фазных напряжений:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A; \quad \dot{U}_l = \sqrt{3}\dot{U}_\phi.$$

Действующее значение токов в фазных нагрузках:

$$I_A = \frac{U_A}{Z_A}, \quad I_B = \frac{U_B}{Z_B}, \quad I_C = \frac{U_C}{Z_C}.$$

В четырехфазной системе ток в нулевом проводе равен векторной сумме токов отдельных фаз (рис. 14)

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Активная мощность всей цепи

$$P = P_A + P_B + P_C,$$

где  $P_A = U_A I_A \cos \varphi_A$ ,  $P_B = U_B I_B \cos \varphi_B$ ,

$$P_C = U_C I_C \cos \varphi_C.$$

Реактивная мощность всей цепи равна алгебраической сумме реактивных мощностей отдельных фаз

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C,$$

где  $Q_A = U_A I_A \sin \varphi_A$ ,  $Q_B = U_B I_B \sin \varphi_B$ ,  $Q_C = U_C I_C \sin \varphi_C$ .

Полная мощность

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

При симметричной нагрузке

$$P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi.$$

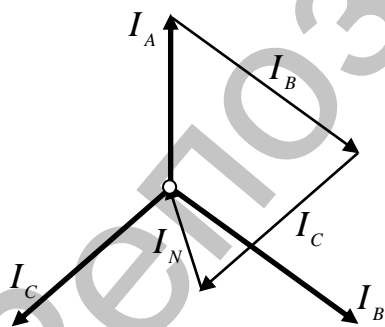


Рис. 14.

$$Q = 3U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \sin \varphi,$$

$$S = 3U_{\phi} I_{\phi} = \sqrt{3} U_{л} I_{л}.$$

В трехпроводной системе при несимметричной нагрузке потенциал узловой точки  $O'$  нагрузки не равен потенциалу узловой точки  $O$  генератора. Произойдет смещение нейтрали и возникнет напряжение смещения нейтрали

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C},$$

где  $Y_A, Y_B, Y_C$  – комплексные проводимости фазных нагрузок.

### Соединение треугольником

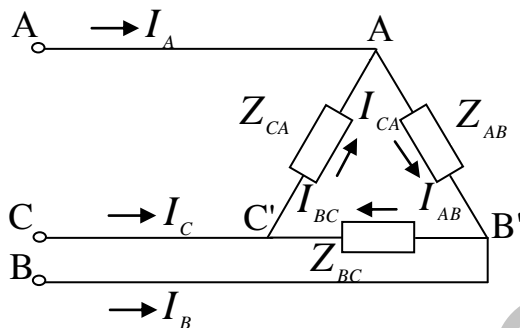


Рис. 15.

При соединении треугольником (рис. 15) фазные напряжения равны линейным  $I_{\phi} = I_{л}$ .

Соотношение между линейными и фазными токами:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}, \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB},$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC},$$

где  $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$  – линейные токи,  $\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$  – фазные токи.

При симметричной нагрузке  $I_{л} = \sqrt{3} I_{\phi}$ .

### 2.1.1. Примеры решения типовых задач

1. К трехфазной цепи с линейным напряжением  $U_{л} = 380$  В присоединен двигатель, обмотки которого соединены в звезду. Потребляемая мощность двигателя  $P = 5,3$  кВт при  $\cos \varphi = 0,8$ . Определить: 1) действующее значение потребляемого тока  $I$ ; 2) реактивную мощность  $Q$ , потребляемую двигателем; 3) мгновенные значения токов в каждой из фаз для различных моментов времени.

Решение:

Действующее значение тока

$$I_{л} = \frac{P \cdot 10^3}{\sqrt{3} U_{л} \cos \varphi} = \frac{5300}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,8} = 10 \text{ А.}$$

Реактивная мощность

$$Q = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 10 \cdot 0,6 = 3900 \text{ ВАр} = 3,9 \text{ кВАр.}$$

Мгновенные значения токов  $i_A, i_B, i_C$ :

а) для момента времени, когда ток фазы А достигает положительного максимума (рис. 16 а),

$$i_A = I_m = 10\sqrt{2} = 14,2 \text{ A},$$

$$i_B = I_m \sin(-30^\circ) = 10\sqrt{2} \sin(-30^\circ) = -7,1 \text{ A},$$

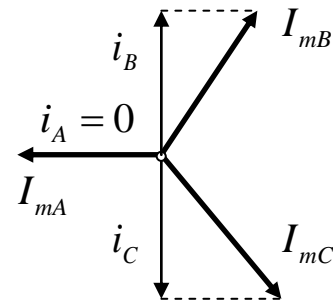
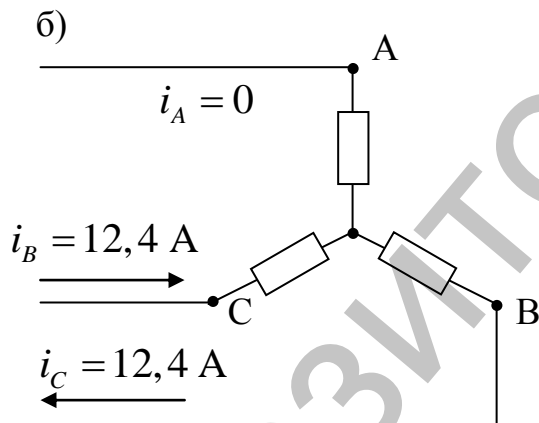
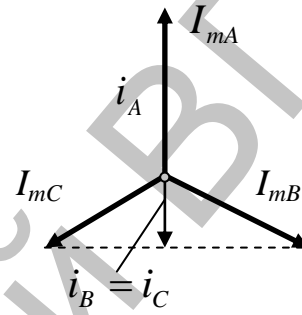
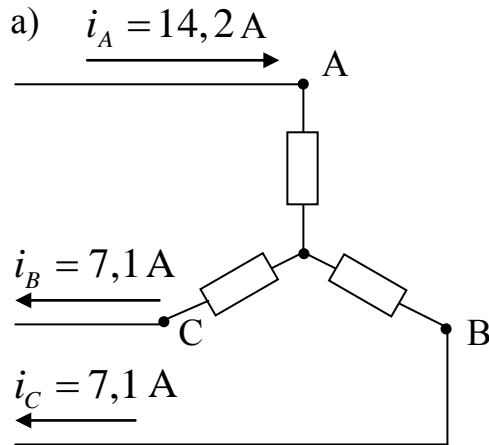


Рис.16. Схемы и векторные диаграммы.

$$i_C = I_m \sin(-150^\circ) = 10\sqrt{2} \sin(-150^\circ) = -7,1 \text{ A};$$

б) для момента времени, когда ток фазы А проходит через нуль (рис. 16 б),

$$i_A = 0, \quad i_B = I_m \sin(60^\circ) = 10\sqrt{2} \sin 60^\circ = 12,4 \text{ A},$$

$$i_C = I_m \sin(-60^\circ) = 10\sqrt{2} \sin(-60^\circ) = -12,4 \text{ A}.$$

На рис. 16 стрелками указаны фактические направления фазных токов в соответствующие моменты времени.

Ответ:  $I_l = 10 \text{ A}$ ;  $Q = 3,96 \text{ кВАр}$ ;  $i_A = 14,2 \text{ A}$ ;  $i_B = -7,1 \text{ A}$ ;  $i_C = -7,1 \text{ A}$ ;  
 $i_A = 0$ ;  $i_B = 12,4 \text{ A}$ ;  $i_C = -12,4 \text{ A}$ .

2. В четырехпроводную сеть трехфазного тока с линейным напряжением  $U_{\text{Л}} = 220$  В включены звездой три группы ламп с сопротивлениями  $r_A = 10$  Ом;  $r_B = 5$  Ом;  $r_C = 7,5$  Ом. Определить: 1) линейные токи  $I_A, I_B, I_C$ ; 2) активную мощность трехфазной системы  $P$ ; 3) ток в нулевом проводе  $I_N$ .

Решение:

Фазное напряжение  $U_{\phi} = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127$  В.

Линейные токи

$$I_A = \frac{U_{\phi}}{r_A} = \frac{127}{10} = 12,7 \text{ А,}$$

$$I_B = \frac{U_{\phi}}{r_B} = \frac{127}{5} = 25,4 \text{ А,}$$

$$I_C = \frac{U_{\phi}}{r_C} = \frac{127}{7,5} = 16,9 \text{ А.}$$

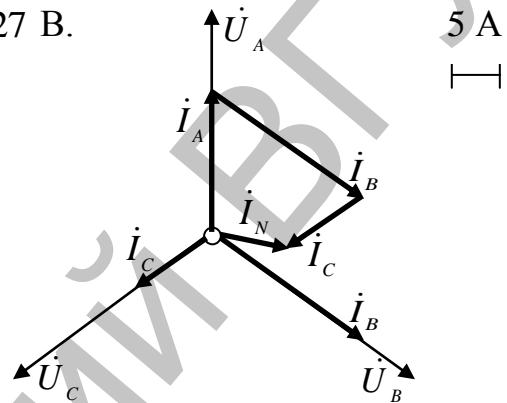


Рис. 17.

Мощности

$$P_A = U_{\phi} I_A = 127 \cdot 12,7 = 1613 \text{ Вт, } P_B = U_{\phi} I_B = 127 \cdot 25,4 = 3227 \text{ Вт,}$$

$$P_C = U_{\phi} I_C = 127 \cdot 16,9 = 2150 \text{ Вт,}$$

$$P = P_A + P_B + P_C = 1613 + 3227 + 2150 = 6990 \text{ Вт} = 6,99 \text{ кВт,}$$

Строим векторную диаграмму в масштабе  $m_i = 5 \frac{\text{А}}{\text{СМ}}$  (рис. 17), по которой графически определяем ток  $I_N = 10,8$  А.

Ответ:  $I_A = 12,7$  А;  $I_B = 25,4$  А;  $I_C = 16,9$  А;  $P = 6,99$  кВт;

$I_N = 10,8$  А.

3. При числовых данных задачи 2 определить: линейные токи  $I_A, I_B$  и фазные напряжения  $U_A, U_B$ , если нулевой провод отсутствует, а нагрузка  $r_C$  отключена.

Решение:

На рис. 18 представлена схема включения, соответствующая условию задачи. Из рисунка видно, что сопротивления  $r_A$  и  $r_B$  включены последовательно в однофазную цепь. Тогда

$$I_A = I_B = \frac{U_{AB}}{r_A + r_B} = \frac{220}{10 + 5} \approx 14,7 \text{ A.}$$

$$U_A = I_A r_A = 14,7 \cdot 10 = 147 \text{ В}, \quad U_B = I_B r_B = 14,7 \cdot 5 \approx 73 \text{ В.}$$

Полученный результат показывает, что фазное напряжение  $U_A$  на

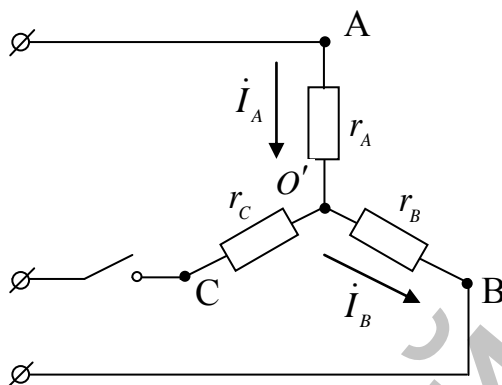


Рис. 18.

сопротивлении  $r_A$  возросло по сравнению со случаем нормальной работы цепи ( $U_\phi = 127 \text{ В}$ ).

Ответ:  $I_A = I_B \approx 14,7 \text{ А}; U_A = 147 \text{ В}; U_B = 73 \text{ В}.$

### 2.1.2. Задачи для самостоятельного решения

1. В трехфазную сеть с линейным напряжением  $U_L = 380 \text{ В}$  подключены звездой три одинаковых приемника, имеющих активное сопротивление  $r = 33 \text{ Ом}$ ; индуктивное  $x_L = 144 \text{ Ом}$  и емкостное  $x_C = 100 \text{ Ом}$ . Определите фазные токи и напряжения, активную, индуктивную и модуль мощности каждого приемника.

Ответ:  $\dot{U}_A = 220 \text{ В}; \dot{U}_B = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}; \dot{U}_C = 220e^{j120^\circ} \text{ В};$

$\dot{I}_A = 4e^{-j53,13^\circ} \text{ А}; \dot{I}_B = 4e^{-j173,13^\circ} \text{ А}; \dot{I}_C = 4e^{j66,87^\circ} \text{ А}; P = 528 \text{ Вт};$

$Q = 704 \text{ ВАр}; S = 880 \text{ ВА}.$

2. В трехфазную сеть с линейным напряжением  $U_L = 380 \text{ В}$  подключены звездой три одинаковых приемника, сопротивления которых  $Z = 20 + j15 \text{ Ом}$ . Определить комплексные значения и модули фазных и линейных токов, комплексную, активную и реактивную мощности цепи,  $\cos \phi$ .

Ответ:  $\dot{I}_A = 7,04 - j5,28 \text{ А}; I_A = 8,8 \text{ А}; \dot{I}_B = -8,08 - j3,44 \text{ А};$

$I_B = 8,8 \text{ A}; \dot{I}_C = 1,04 + j8,72 \text{ A}; I_C = 8,8 \text{ A}; \tilde{S} = 4633,6 + j3475,2 \text{ ВА};$   
 $P = 4633,6 \text{ Вт}; Q = 3475,2 \text{ ВАр}; S = 5786 \text{ ВА}; \cos \varphi = 0,8.$

**3.** В трехфазную сеть с линейным напряжением  $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$  подключены звездой приемники, комплексное сопротивление которых  $Z = 8 + j6 \text{ Ом}$ . Определить комплексные фазные напряжения и токи,  $\cos \varphi$ , полную, активную и реактивную мощности приемников.

Ответ:  $\dot{U}_A = 220 \text{ В}; \dot{U}_B = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}; \dot{U}_C = 220e^{j120^\circ} \text{ В};$   
 $\dot{I}_A = 22e^{-j36,87^\circ} \text{ А}; \dot{I}_B = 22e^{-j156,87^\circ} \text{ А}; \dot{I}_C = 22e^{j83,13^\circ} \text{ А}; \cos \varphi = 0,8;$   
 $S = 4840 \cdot e^{j36,87^\circ} \text{ ВА};$   
 $P = 3872 \text{ Вт}; Q = 2904 \text{ ВАр}.$

**4.** Три приемника, сопротивления которых соответственно равны  $Z_1 = 6 + j8 \text{ Ом}; Z_2 = 4 + j3 \text{ Ом}; Z_3 = 12 + j16 \text{ Ом}$ , включены в сеть звездой без нулевого провода. Определить токи и напряжения на фазных нагрузках, если фазное напряжение генератора  $E = 220 \text{ В}$ .

Ответ:  $\dot{U}_A = 218,3 - j97,25 \text{ В}; \dot{U}_B = -111,7 - j92,75 \text{ В};$   
 $\dot{U}_C = -111,7 + j287,3 \text{ В}; U_A = 239 \text{ В}; U_B = 145,2 \text{ В}; U_C = 308,3 \text{ В};$   
 $\dot{I}_A = 5,32 - j23,3 \text{ А}; \dot{I}_B = -29 - j1,44 \text{ А}; \dot{I}_C = 8,14 + j13,09 \text{ А};$   
 $I_A = 23,89 \text{ А}; I_B = 29,04 \text{ А}; I_C = 15,42 \text{ А}.$

**5.** К четырехпроводной трехфазной цепи с линейным напряжением  $380 \text{ В}$  присоединены электрические лампы; соответствующие мощности фаз равны:  $P_A = 1,1 \text{ кВт}; P_B = 2,2 \text{ кВт}; P_C = 3,3 \text{ кВт}$ . Определить токи в линейных проводах, а также в нулевом проводе.

Ответ:  $I_A = 5 \text{ А}; I_B = 10 \text{ А}; I_C = 15 \text{ А}; I_N = 8,8 \text{ А}.$

**6.** В симметричной трехфазной цепи нагрузка  $Z = 10 - j14 \text{ Ом}$  (на фазу) соединена звездой; комплексное сопротивление линии от генератора до нагрузки равно  $1 + j2 \text{ Ом}$  (на фазу). Линейные напряжения на выводах генератора равны  $100 \text{ В}$ . Вычислить фазное напряжение на нагрузке.

Ответ:  $61,2 \text{ В}.$

**7.** В трехфазную сеть линейным напряжением  $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$  подключены треугольником три нагрузки сопротивлением  $r_l = 20 \text{ Ом};$

$r_{L1} = 15 \text{ Ом}; r_2 = 16 \text{ Ом}; r_{C2} = 14 \text{ Ом}; r_3 = 50 \text{ Ом}$  . Определить фазные и линейные токи.

Ответ:  $\dot{I}_{AB} = 7,04 - j5,28 \text{ А}; I_{AB} = 8,8 \text{ А}; \dot{I}_{BC} = 1,99 - j10,13 \text{ А};$   
 $I_{BC} = 10,32 \text{ А}; \dot{I}_{CA} = -2,2 + j3,8 \text{ А}; I_{CA} = 4,39 \text{ А}; \dot{I}_A = 9,24 - j9,08 \text{ А};$   
 $I_A = 12,95 \text{ А}; \dot{I}_B = -5,05 - j4,85 \text{ А}; I_B = 7 \text{ А}; \dot{I}_C = -4,19 + j13,93 \text{ А};$   
 $I_C = 14,55 \text{ А}.$

**8.** Три приемника сопротивлением  $Z = 3 + j4 \text{ Ом}$  каждый подключены в сеть треугольником. Определить комплексные значения и модули фазных напряжений, фазных и линейных токов, если действующее значение тока в каждой фазе  $I_\phi = 20 \text{ А}$ .

Ответ:  $\dot{U}_{AB} = U_{AB} = 100 \text{ В}; \dot{U}_{BC} = -50 - j86,6 \text{ В}; U_{BC} = 100 \text{ В};$   
 $\dot{U}_{CA} = -50 + j86,6 \text{ В}; U_{CA} = 100 \text{ В}; \dot{I}_{AB} = 12 - j16 \text{ А}; I_{AB} = 20 \text{ А};$   
 $\dot{I}_{BC} = -19,86 - j2,39 \text{ А}; I_{BC} = 20 \text{ А}; \dot{I}_{CA} = 7,86 + j18,39 \text{ А}; I_{CA} = 20 \text{ А};$   
 $\dot{I}_A = 4,14 - j34,39 \text{ А}; I_A = 34,64 \text{ А}; \dot{I}_B = -31,80 + j13,61 \text{ А}; I_B = 34,64 \text{ А};$   
 $\dot{I}_C = 27,72 + j20,78 \text{ А}; I_C = 34,64 \text{ А}.$

**9.** В трехфазную сеть с  $U = 380 \text{ В}$  подключен треугольником трехфазный приемник.

Определить активную, реактивную и полную мощности приемника,  $\cos \phi$ , если сопротивление фаз приемника  $Z = 100 e^{j36,86^\circ} \text{ Ом}$ .

Ответ:  $P = 3465,6 \text{ Вт}; Q = 2599,2 \text{ ВАр}; S = 4332 \text{ ВА}; \cos \phi = 0,8.$

**10.** В трехфазную сеть с  $U = 220 \text{ В}$  подключены треугольником три приемника с сопротивлениями  $Z_1 = 5 e^{j36,86^\circ} \text{ Ом}, Z_2 = 10 e^{j53,13^\circ}, Z_3 = 20 \text{ Ом}$ . Определите комплексные значения и модули токов в приемниках, комплексную, активную, реактивную и полную мощности и  $\cos \phi$  каждого приемника.

Ответ:  $\dot{I}_{AB} = 44 e^{-j36,86^\circ} \text{ А}; I_{AB} = 44 \text{ А}; \dot{I}_{BC} = 22 e^{-j173,13^\circ} \text{ А}; I_{BC} = 22 \text{ А};$   
 $\dot{I}_{CA} = 11 e^{j120^\circ} \text{ А}; I_{CA} = 11 \text{ А}; \tilde{S} = 9680 e^{j36,86^\circ} \text{ ВА}; P_{AB} = 7744 \text{ Вт};$   
 $Q_{AB} = 5808 \text{ ВАр}; \cos \phi = 0,8; \tilde{S}_{BC} = 4840 e^{j35,13^\circ} \text{ ВА}; P_{BC} = 2904 \text{ Вт};$   
 $Q_{BC} = 3872 \text{ ВАр}; \cos \phi = 0,6; \tilde{S}_{CA} = 2420 \text{ Вт}; P_{CA} = 2420 \text{ Вт}; Q_{CA} = 0;$   
 $\cos \phi = 1.$

**11.** Линейные напряжения в трехфазной сети симметричны и равны:  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 220$  В. Три различных приемника энергии присоединены к этой сети, образовав схему «треугольник». Сопротивления этих приемников :  $Z_{AB} = 22$  Ом;  $Z_{BC} = 19 - j11$  Ом;  $Z_{CA} = 19 + j11$  Ом. Определить токи и построить в масштабе векторную диаграмму.

Ответ:  $\dot{I}_A = 10 - j10$  А;  $\dot{I}_B = -j10$  А;  $\dot{I}_C = j10$  А.

**12.** Несимметричная трехфазная нагрузка соединена треугольником:  $Z_{AB} = 8,66 + j5$ ;  $Z_{BC} = 3 + j4$ ;  $Z_{CA} = 5 - j5$  Ом. Линейные напряжения на нагрузке симметричны и равны 100 В каждое. Определить активную, реактивную и полную мощности.

Ответ: 3066 Вт; 1100 Вар; 3260 ВА.

**13.** В симметричной трехфазной цепи нагрузка  $Z = 9 + j12$  Ом соединена треугольником. Линейные напряжения питающей сети равны 220 В. Определить фазные и линейные токи, а также активную и реактивную мощности нагрузки.

Ответ:  $I_\phi = 14,7$  А;  $I_\epsilon = 25,4$  А ;  $P = 5,8$  кВт;  $Q = 7,7$  кВар.



## ЛИТЕРАТУРА

1. **Китунович Ф.Г.** Электротехника – Мн.: Высшая школа, 1999. – 400 с.
2. **Касаткин А.С., Немцов М.И.** Электротехника. – М.: Высшая школа, 2000. – 542 с.
3. **Липатов Д.Н.** Вопросы и задачи по электротехнике для программированного обучения. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 359 с.
4. Сборник задач с решениями по общей электротехнике / под ред. В.К. Пономаренко. – М.: Высшая школа. 1972. – 184 с.
5. **Мучник А.А., Парфенов К.А.** Общая электротехника. – М.: Высшая школа. 1967. – 446 с.
6. **Атабеков Г.И.** Теоретические основы электротехники. – М.: Энергия, 1978. – Ч. 1. – 592 с.
7. **Жарина Л.В.** Сборник задач по электротехнике. – Могилев, 2005. – 60 с.

# СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
1. Линейные электрические цепи переменного тока.....	3
1.1. Неразветвленные цепи.....	3
1.1.1. Примеры решения типовых задач.....	5
1.1.2. Задачи для самостоятельного решения.....	10
1.2. Разветвленные электрические цепи.....	15
1.2.1. Примеры решения типовых задач.....	18
1.2.2. Задачи для самостоятельного решения.....	21
2. Трехфазные электрические цепи.....	25
2.1.1. Примеры решения типовых задач.....	26
2.1.2. Задачи для самостоятельного решения.....	29
Литература.....	33

Репозиторий ВГУ