С.В. Шерегов
Т.Л. Сурин
Ж.В. Иванова

Методические рекомендации по курсу «История математики»

2009

УДК 51(09)(075)
ББК 22.1г.я73
Ш49

Авторы: старший преподаватель кафедры геометрии и математического анализа УО «ВГУ им. П.М. Машерова» **С.В. Шерегов;** доцент кафедры геометрии и математического анализа УО «ВГУ им. П.М. Машерова», кандидат физико-математических наук **Т.Л. Сурин;** доцент кафедры геометрии и математического анализа УО «ВГУ им. П.М. Машерова», кандидат физико-математических наук **Ж.В. Иванова**

Рецензент:
профессор кафедры алгебры и МПМ УО «ВГУ им. П.М. Машерова»,
кандидат педагогических наук *Е.Е. Семенов*

Учебное издание предназначено для самостоятельной работы студентов заочного и очного отделений специальностей «Математика. Информатика», а также для студентов очного отделения специальностей «Математика. Информатика» и «Физика». В данном издании рассматриваются вопросы зарождения и развития основных математических дисциплин, многообразные связи математики с другими науками и практической деятельностью людей, закономерности развития математики.

УДК 51(09)(075)
ББК 22.1г.я73

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Данный курс лекций предназначен для студентов заочного отделения специальности «Математика. Информатика», а также для студентов очного отделений специальностей «Математика. Информатика» и «Физика».

В курсе лекций рассматриваются четыре основных периода развития математики. Основу курса лекций составляют важнейшие вопросы истории математики от древнейших времен до начала XX века, рассматривается зарождение и развитие основных разделов математики.

Курс лекций служит созданию целостного взгляда на развитие математики как науки, выявлению связей математики с другими науками, а также связей между различными разделами математики.

При подготовке к занятиям полезно также изучить литературу, приведенную в конце методического пособия.

1. ПРЕДМЕТ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ

Математика, как наука имеет свою историю, без знания которой нельзя считать себя знающим математиком. Все разделы математики, какими бы разными они не казались, объединены общностью предмета. Этим предметом, по определению Ф.Энгельса, являются количественные отношения и пространственные формы действительного мира.

Заметим, что при изучении количественных отношений и пространственных форм объектов, от самих объектов математика абстрагируется, т.е. математика – наука абстрактная. История математики – это наука об объективных законах развития математики. В соответствии с этим на историю математики возлагается решение ряда задач. Во-первых, история математики отвечает на вопросы «Что? Где? Когда?», т.е. какие математические идеи и теории, в какой стране и в какое время возникли. При этом история математики отвечает и на вопрос «Кто?», т.е. какие ученые внесли свой вклад в развитие математики. Во-вторых, история математики раскрывает многообразные связи математики. Среди них связи математики с практическими потребностями и деятельностью людей, с другими науками. В-третьих, история математики изучает закономерности развития математики.

Остановимся несколько подробнее на двух последних пунктах. Развитие математики тесно связано с практической деятельностью людей. Например, натуральные числа появились в связи с необходимостью счета. Аналитическая геометрия (координаты) появились в XVII веке после географических открытий. Развитие кибернетики связано с необходимостью управления сложными процессами.

Но математика развивается и самостоятельно, по своим внутренним законам и потребностям, так появились иррациональные числа, математическая логика и т.д. Хотя и такие открытия часто находят свое применение в дальнейшем, так математическая логика приблизительно через 60 лет нашла применение для построения ЭВМ, теория групп применяется в кристаллографии. Таким образом, связь с практикой переплетается с внутренним развитием математики. С самого начала математика была тесно связана с механикой, физикой, астрономией. Математика «обслуживала» эти науки и сама развивалась под их влиянием. Постепенно, особенно в последнее время, математика стала проникать и в другие науки: экономику, географию, биологию, медицину, лингвистику, социологию…

Особенно заметно это стало в последнее время. Заметим, что оправдываются слова К. Маркса: «Любая наука достигает совершенства тогда, когда она по-настоящему пользуется математикой». Верно и обратное: наука может пользоваться математикой только когда она сама достигает определенного уровня совершенства. Во многом математические понятия и теории находят такое применение, благодаря своей абстракции.

Основные закономерности развития математики

Все математические понятия, теории и идеи появляются из опыта, как абстракция от реальных предметов и явлений. Одни понятия появляются прямо из опыта (абстракции 1-го порядка), например, натуральные числа, прямая, квадрат и другие. Потом появляются абстракции, построенные на первых абстракциях (абстракции 2-го порядка), например, иррациональные числа. Дальше появляются абстракции 3-го порядка, например, группы, поля. Развитие математики носит диалектический характер. Так, как уже говорилось, математика тесно связана с практикой. В математике проявляется действие трех основных законов диалектики:

а) единства и борьбы противоположностей;

б) отрицание отрицания;

в) переход количественных изменений в качественные.

Так при развитии математики сначала накапливается количество фактов, а затем происходит скачок и появляется новая теория, которая с одной стороны отрицает старую, а с другой включает ее в себя, как частный случай, например, геометрии Евклида и Лобачевского. Особенно сильно сказывается действие этих законов на переломных моментах развития математики. Известны три основные кризиса математики.

1. Первый кризис связан с появлением иррациональных чисел (в древней Греции).

2. Второй – с обоснованием дифференциального и интегрального исчислений.

3. Третий – с обоснованием теории множеств (парадокс лжеца, парадокс парикмахера и др.). Третий кризис не разрешен до конца и в настоящее время.

Основные периоды развития математики

Существуют различные периодизации развития математики. Рассмотрим периодизацию А.Н. Колмогорова. В истории математики Колмогоров различает следующие 4 периода.

1. **Зарождение математики**. Этот период продолжался до VI–V веков до н.э., когда математика становится самостоятельной наукой. Характерным для этого периода является накопление фактического материала в рамках общей неразделенной науки.

2. **Период элементарной математики.** Его также можно назвать периодом математики постоянных величин. Продолжается от

VI–V веков до н.э. до XVII века н.э. В этот период оформляются основные разделы так называемой элементарной математики: арифметика, алгебра, геометрия. Большая часть знаний накопленных в этот период изучается в средней школе.

3. **Период создания математики переменных величин** (XVII в. – середина XIX в.). В этот период появляются такие разделы математики, как аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисления, теория функций комплексного переменного, теория вероятностей и другие. Эти разделы в основном изучаются в средних специальных и высших учебных заведениях.

4. **Период современной математики** (середина XIX – середина XX вв.). Появилось много новых математических теорий, расширились приложения математики. Появились теория множеств, топология, функциональный анализ, теория устойчивости, кибернетика и т.д.

В настоящее время, по-видимому, начался пятый период, связанный с бурным развитием информационных технологий.

2. ПЕРВЫЙ ПЕРИОД. ЗАРОЖДЕНИЕ МАТЕМАТИКИ

2.1. Возникновение первых математических понятий и методов

Первоначальные математические понятия – это натуральные числа, простейшие геометрические фигуры. Понятие числа возникло вследствие практической необходимости. Вначале человек не выделял ничего и самым трудным этапом считается выделение им понятия «единицы» из понятия «много». Сведения об этом периоде очень скупые и, скорее всего, выделение единицы произошло потому, что человек обычно захватывал рукой один предмет. Затем появилось число 2, скорее всего это понятие человек вначале связывал с обеими руками, в которых находится по предмету. Ряд известных натуральных чисел был конечен и удлинялся лишь постепенно. Так понятия 3 и 4, наверное, появились из побуждения сопоставить две руки и две ноги. Заметим, что для чисел не было сначала ни названий, ни обозначений, а считали с помощью подручных средств: пальцев, камней и т.д. Следы этого сохранились в названии математических исчислений, например, calculus в переводе с латыни означает счет камешками. Словесный счет начал развиваться лишь с появлением большей необходимости в счете, при переходе к сельскому хозяйству, животноводству, ремеслу.

Аналогично появлялись понятия геометрических фигур. Здесь главное значение имело знакомство человека с формами окружающих его предметов. Ему неоднократно приходилось при передвижениях выбирать кратчайший путь, и вот у человека постепенно выработалось понятие о прямой линии. Таким образом, человек постепенно знакомился с различными формами, и у него возникли понятия круга, квадрата, треугольника и т.д. Эти формы, заметим, запечатлевались в его сознании несколько идеализированно – в виде правильных фигур, эти фигуры человек воспроизводил при выработке бытовых предметов. Данные в древности фигурам названия надолго сохранялись за ними, а некоторые применяются и сейчас. Например, прямая – straight – stretch (англ.) – натягивать (вероятно, от тетивы лука). В результате практики появилась потребность измерения длин, площадей, объемов. Вначале измеряли частями тела, например, фут – foot – ступня.

И так с помощью наблюдений постепенно накапливались математические понятия и сведения, особенно быстро это происходило в наиболее благоприятных для земледелия и животноводства районах: Древний Египет, Вавилон, Древняя Индия, Древний Китай. Охарактеризуем зарождение математики в этих районах.

2.2. Древний Египет

Понятия о древнеегипетской математике основаны главным образом на двух больших папирусах математического характера. Один из них назывался «папирусом Райнда», 2-й назывался «Московский папирус». Считают, что первый был составлен жрецом Ахмесом около XX века до н.э., в нем содержится 84 задачи прикладного характера. При решении этих задач производятся действия с дробями, вычисляются площади прямоугольника, треугольника, трапеции, круга. Например, площадь круга считают так: диаметр делят на 9 частей, берут из них 8 и строят квадрат с такой стороной. Считают, что $S_{круга} = S_{квадрата}$. При этом $S_{круга} = \left(\frac{8}{9}\cdot 2R\right)^2 = \frac{256}{81}R^2$, R – радиус круга. Число π при таком вычислении приблизительно равно 3,16. Из содержания папируса видно, что система счисления была десятичная, цифры обозначались иероглифами. Дроби употреблялись лишь вида $\frac{1}{n}$ и некоторые индивидуальные, например, $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$. При умножении используется способ постепенного удвоения одного из сомножителей и складывания подходящих частей произведений. Пример, произведение 12·12 получили так 1·12, 2·12, 4·12, 8·12 и 4·12+8·12=48+96=144. Деление производилось как действие, обратное умножению, путем подбора. Часто встречается операция, называемая *хау* (куча), соответствующая решению линейных уравнений вида $ax + bx + \ldots + cx = \alpha$. *Хау* здесь заменяла x. Встречаются в папирусах и вопросы, связанные с арифметическими и геометрическими прогрессиями.

2.3. Вавилон

Это государство между реками Тигр и Евфрат, с главным городом Вавилон. Существовало оно с XIX по II век до н.э. Система счисления была 60-ричной, уровень математики был приблизительно таким же, что и в Египте.

В ряде вавилонских текстов содержится исчисление процентов, решаются задачи, которые сводятся к уравнениям 1-й, 2-й и даже 3-й степени. Например, решались задачи, приводящие к уравнениям

$$ax = b,\quad x^2 \pm ax = b,\quad x^2 = b,\quad x^3 = b,\quad x^2(x+1) = b,$$

и системам вида

$$\begin{cases} x \pm y = a, \\ xy = b \end{cases},\quad \begin{cases} x \pm y = a, \\ x^2 + y^2 = b \end{cases}.$$

В геометрии вавилоняне могли определять площадь треугольника, площадь трапеции, объем призмы и цилиндра. У них встречаются зачатки измерения углов, тригонометрии. Длина окружности считалась втрое больше диаметра, отсюда $\pi = 3$.

Отметим, что и в древнем Египте и Вавилоне не было никаких общих правил, а каждый вопрос решался как самостоятельная задача. Нет почти никаких обобщений и, тем более, доказательств. Т.е. нельзя сказать, что в этих странах математика существовала как наука. Можно признать, что там наблюдался лишь процесс накопления математических знаний. Примерно такой же процесс происходил в Китае и Индии.

3. ВТОРОЙ ПЕРИОД. РАЗВИТИЕ УЧЕНИЯ О ПОСТОЯННЫХ ВЕЛИЧИНАХ

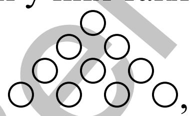
Теоретическая часть математики имеет истоки в научных и философских школах древней Греции. Мы будем рассматривать период VII–IV веков до н.э., в это время Греция представляла собой совокупность рабовладельческих государств-полисов (городов). Ведущее место среди греческих школ последовательно занимали следующие: Ионийская (VII–VI века до н.э.), Пифагорейская (VI–V века до н.э.), Афинская (V–IV века до н.э.) и Александрийская (III век до н.э.).

3.1. Ионийская школа Фалеса

Фалес (624–547 гг. до н.э.) родился в г. Милете (ионийское побережье). Он был купцом, бывал в Египете и там познакомился со знаниями, которыми обладали египетские жрецы. Во время посещения Египта Фалес сумел измерить высоту первой из египетских пирамид. Выбрав момент, когда солнечные лучи падали под углом 45º, т.е. когда тени от вертикальных предметов равны длине самих предметов, Фалес измерил длину тени от пирамиды и тем самым установил высоту пирамиды. Он также точно предсказал время наступления солнечного затмения в 585 г. до н.э. В Милете Фалес создал философскую школу, которая вошла в историю под названием Ионийской. Особенно велико значение геометрических работ Фалеса, которого считают одним из первых ученых-геометров. Ему принадлежат следующие теоремы: теорема, которая носит название теоремы Фалеса, теорема о равенстве вертикальных углов, теорема о равенстве углов при основании в равнобедренном треугольнике, признак равенства треугольников по стороне и двум прилежащим к ней углам.

3.2. Пифагорейская школа

Пифагор (VI век до н. э.) родился на острове Самос, много пробыл в Египте. Он открыл вначале школу на Самосе, откуда был изгнан за аристократическую идеологию. Он поселился в городе Кротоне, где вновь основал школу (пифагорейский союз). Пифагорейцы считали, что числа управляют миром. Так, пифагорейцы заметили, что наиболее благозвучный аккорд при звучании трех струн получается, когда длины этих струн относятся как 3 : 4 : 6. Это же соотношение было подмечено пифагорейцами и в других случаях. Например, числа граней, вершин и ребер куба тоже относятся как 3 : 4 : 6 (6 : 8 : 12), вокруг одной точки плоскости можно плотно уложить или 3 правильных 6-угольника, или 4 квадрата, или 6 правильных треугольников. Здесь числа правильных многоугольников относятся как 3 : 4 : 6, а числа их сторон как 6 : 4 : 3. Так как пифагорейцы придавали числу огромное значение, то ими было положено начало теории чисел. Так было получено, что сумма последовательных нечетных натуральных чисел, начиная с 1, есть «квадратное» число (полный квадрат) и наоборот. Были у них также числа «треугольные» (1, 3, 6, 10, 15), например,

10 = , совершенные числа и т.д.

Большое значение для пифагорейцев имели числа 7 и 36. 7 в силу мистической традиции, а $36 = 1^3 + 2^3 = 3^3 = (2 + 4 + 6 + 8) + + (1 + 3 + 5 + 7)$.

Особое внимание уделялось в школе Пифагора геометрии. В этой школе впервые построили правильный 5-угольник. Были построены все виды правильных многогранников: тетраэдр, октаэдр, икосаэдр (20 треугольников), гексаэдр (куб), додекаэдр (12 6-угольников) и т.д. Одним из важнейших открытий считается доказательство «теоремы Пифагора». Пифагорейцы вплотную подошли к понятию иррациональности, например, гипотенуза прямоугольного треугольника с единичными катетами не может быть выражена ни одним из чисел, которыми пифагорейцы располагали.

3.3. Афинская школа

В V веке до н.э. центром развития философии и математики стали Афины, причем эти науки были тесно связаны. К этому времени в Афинах сосредоточилось много замечательных математиков. Здесь работал последователь школы Фалеса – Анаксагор, первым ввел в математику понятие о бесконечно больших и бесконечно малых величинах. Здесь развивались идеи Зенона, который придумал ряд апорий (с греческого безвыходность), например, об Ахиллесе и черепахе, о дихотомии (невозможности осуществить движение) и др. В них проявляются противоречия, связанные с попыткой разбивать бесконечность на сумму точек. Здесь получили распространение идеи великого философа атомиста Демокрита. Свою атомистическую теорию (он полагал, что все состоит из дискретных единиц) он с успехом применил в стереометрии, определив объем некоторых тел. В основном философская мысль Греции на грани V и IV веков до н.э. сосредоточилась в двух научных центрах Афин – Академии Платона и Ликее (Лицее) Аристотеля.

Платон – философ идеалист, ученик Сократа, который математику не любил. Платон, однако, полюбил математику, и ученики его академии достигли в ней многого. Так, там применяли метод анализа в геометрических построениях, был разработан метод геометрического места точек, решались три знаменитые задачи древности: 1) о квадратуре круга; 2) об удвоении куба; 3) о трисекции угла. Как доказано позже (XIX в.), эти задачи неразрешимы путем построения циркулем и линейкой.

Из школы Платона вышел Евдокс, который развил метод исчерпывания, т.е., например, чтобы исчерпать круг в него вписывали многоугольники с все большим количеством сторон. Опираясь на этот метод, Евдокс доказал, что $V_{пирамиды} = \frac{1}{3}V_{призмы}$, имеющей с пирамидой общее основание и одинаковую высоту. Также выведено аналогичное соотношение для объема конуса и объема цилиндра. Евдокс разработал вопрос о пропорциях и, в частности, о «золотом сечении» т.е. когда длина всего отрезка относится к длине большей его части, как длина большей части относится к длине меньшей.

Учеником Платона был и Аристотель. В его ликее математические вопросы затрагивались мало. Но Аристотель обладал такими всеобъемлющими познаниями в разных науках, что его работа в других областях знаний имела несомненное значение для развития математики. Так Аристотель является создателем логики, а это создало базу для доказательств, т.е. для создания математики как науки.

3.4. Александрийская школа

Александрия была основана в Египте в 332 году до н.э. Александром Македонским. III век до н.э. дал Александрии значительные достижения в области математики. Для заведования математической школой в Александрию был приглашен Евклид. Он создал величайшее творение по математике – «Начала». Это большой труд, состоящий из 13 книг, в которых была, в частности, построена элементарная геометрия. Сначала Евклид дал определения понятий, затем ввел аксиомы и постулаты (между которыми особой разницы нет), а затем – теоремы (предложения). Геометрия была изложена почти в том виде, в котором сейчас изучается в школе. Другой крупнейший математик этого века – Архимед. Он внес значительный вклад в механику, астрономию и математику. Архимед с помощью метода исчерпывания вычислял площади и объемы. Например, он вычислил площадь параболического сегмента, доказал, что объем и площадь поверхности цилиндра, описанного около шара, в 1,5 раза больше объема и площади поверхности этого шара. Работал он в основном в Александрии. Архимед погиб во время взятия римлянами его родного города Сиракузы (Сицилия), в обороне которого применялись механические изобретения Архимеда. Отметим также, что Архимед ввел в математику произвольно большие числа. До него у греков самым большим числом было 10000 – мириада, которую Архимед принял за своего рода новую единицу, мириада мириад опять давала единицу высшего разряда и так далее.

Другом Архимеда был Эратосфен, получивший прекрасное образование в Афинах, и, приглашенный в Александрию в качестве воспитателя наследника престола и для заведования знаменитой Александрийской библиотекой. Эратосфен первым измерил длину земного меридиана. Для этого он выбрал города Александрию и Сиену, расположенные на одном меридиане, на расстоянии 750 км. Во время летнего солнцестояния в 12 часов в Сиене лучи солнца падали в колодец под прямым углом, а в Александрии под углом $\alpha = 7^\circ 36'$. $7^\circ 36' \approx \frac{1}{50}$ часть полной окружности, следовательно, $750\text{км} \approx \frac{1}{50}$ от меридиана. Либо, если считать Землю шаром, получаем, что окружность Земли

$750 \cdot 50 = 37500$ км. Эратосфен знаменит также своим решетом для отделения простых чисел и другими работами. Около 80 лет он ослеп и покончил жизнь самоубийством.

К числу Александрийских ученых относится и алгебраист Диофант. Его труд «Арифметика» включает главным образом вопросы алгебры и теории чисел. Диофант ввел уравнения в целых числах.

Отметим также Герона, знаменитого своей формулой для вычисления площади треугольника, и Птолемея, который создал таблицу хорд всех дуг от 0º до 180º через 0,5º (предшественницу таблицы синусов), для выполнения этой работы он использовал свою теорему: «Произведение длин диагоналей вписанного в круг 4-угольника равно сумме произведений длин его противоположных сторон». Он первый усомнился в очевидности постулата Евклида о параллельных прямых, положив начало безуспешным попыткам доказать его.

Войны с Римом и нападки первых фанатически настроенных христиан привели к упадку греческой математики в первых столетиях нашей эры. Последней была закрыта императором Юстинианом в 529 г. Афинская школа как «языческая мерзость». Итак, математика в Греции процветала свыше 1000 лет, в результате была создана элементарная математика, главным образом геометрия.

3.5. Математика Арабского Востока

Следующим после Греции крупным центром развития математики был Арабский Восток. В течении VII–VIII веков арабские государства, находившиеся на Аравийском полуострове, значительно расширяют свои границы, таким образом был создан Арабский Халифат – государство с огромной территорией. Столицей Халифата сначала был Дамаск, а затем построенный в VIII веке вблизи бывшего Вавилона новый город – Багдад. Первым по времени крупным математиком халифата был аль-Хорезми, узбек по происхождению, уроженец Хорезма (Хивы), работавший в основном в Багдаде. Наиболее ценными являются его труды по алгебре и арифметике. Операция аль-джебр, которая состоит в переносе членов уравнения из одной его части в другую, была введена Хорезми. Ее имя послужило названием для алгебры. Хорезми ввел и другую операцию – аль-мукабала. Эта операция состоит в приведении подобных членов уравнения. Имя аль-Хорезми осталось в математике в латинизированном виде: алгоритм. Из сочинения Хорезми по арифметике европейцы узнали о десятичной системе исчисления, заимствованной арабами у индийцев. Поэтому индийские цифры десятичной системы стали именоваться «арабскими цифрами».

Развитие алгебры как учения об уравнениях нашло свое место у многих математиков Востока. В этом отношении большой интерес представляет математик, философ и поэт Омар Хайям (1040–1123). Основным математическим трудом Хайяма является трактат «О доказательствах задач алгебры и аль-мукабалы», в котором он выделяет алгебру как самостоятельную математическую дисциплину. Как поэт он написал свыше 1000 четверостиший. Можно отметить также узбекского математика аль-Бируни (973–1048) и иранского математика аль-Каши (XVI в), который нашел для числа π 17 верных десятичных знаков.

Примерно в середине XV века развитие математических наук на Арабском Востоке замедляется и прекращается, это связано с многочисленными войнами и наступившим экономическим разобщением обширных территорий.

3.6. Математика в Западной Европе в средние века и в эпоху Возрождения

На европейском континенте математика имеет не столь древнюю историю как на Востоке. Лишь с XII века в связи с развитием техники, промышленности наблюдается некоторый подъем интереса к наукам вообще и к математике в частности. В эту эпоху в Европе делаются переводы греческих и арабских трудов по математике, появляются и первые ученые математики. Примером математика того времени может служить Леонардо Фибоначчи. В 1202 г. появляется его книга под названием «Книга абака». В ней была изложена арифметика и начало алгебры, в основном, по аль-Хорезми. Но есть и новые результаты. Например, он ввел ряд чисел: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, …, которые получили название чисел Фибоначчи.

В это время (XII–XIII вв.) в Европе появляются первые университеты. Вначале в Италии: в Болонье, Салерно и других городах. Затем в Оксфорде и в Париже (1167 г.), в Кембридже (1209 г.), в Неаполе (1224 г.), в Праге (1347 г.), в Вене (1367 г.).

Интерес к математике особенно сильно проявляется в XV–XVI веках в эпоху Возрождения. Это связано, во-первых, с крупными географическими открытиями: 1492 г. – Колумб открыл Америку, 1498 г. – Васко де Гама открыл путь в Индию, 1529 г. – Магелан совершил первое кругосветное путешествие. Во-вторых, в 1453 г. Гутенбергом была напечатана первая книга. В-третьих, в том же 1453 г. турки захватили Константинополь – столицу греко-римской империи. Многие жители империи бежали в Западную Европу и привезли с собой рукописи греческих ученых. Географические открытия дали толчок развитию тригонометрии. В 1461 г. появилось сочинение «Пять книг о треугольниках» немецкого математика Иоганна Мюллера, более известного под именем Региомонтан. В ней тригонометрия была отделена от астрономии и изложена как самостоятельный раздел математики.

Еще одним выдающимся немецким математиком был Михаил Штифель. Наиболее ценным из того, что он сделал, было введение отрицательных чисел и операций над ними.

Перейдем теперь к итальянским математикам эпохи Возрождения. Прежде всего, надо отметить итальянского художника, скульптора, архитектора и математика Леонардо да Винчи (1452–1519). В математике его интересовали главным образом те вопросы, которые имели приложение к рисованию. Да Винчи разработал теорию перспективы (изображение фигур в центральной проекции).

Итальянские математики сделали ряд открытий в решении уравнений 3-й и 4-й степени. Первым их начал решать в конце XV века Сципион дель Ферро, затем Фиоре. Дальнейшее развитие теория решений уравнений высших степеней получила у Николо Фонтано (Тарталья) и Джероламо Кардано. Ими было получено общее решение для уравнений 3-й степени. Скорее всего, Кардано лишь дополнил сведения, которые ему удалось выведать у Тартальи. Кардано первым опубликовал метод решения уравнений 3-й степени (формулы Кардано). Поступок Кардано возмутил Тарталью и они стали врагами.

Ученик Кардано, Людовико Феррари получил общее решение уравнений 4-й степени. Это поставило проблему решения уравнений степени $n \geq 5$. И лишь в XIX веке норвежец Н. Абель доказал, что уравнения степени выше 4-й не могут быть в общем виде решены в радикалах.

Из французских математиков эпохи Возрождения отметим Франсуа Виета (1540–1603). Он первым, по-видимому, дал единую систему алгебраических символов, развил теорию решения уравнений, расширил круг применения алгебры к геометрии, значительно развил тригонометрию.

В конце эпохи Возрождения (начало XVII в.) были открыты логарифмы. Изобретателями логарифмов, составившими их таблицы для практического пользования и давшими их теоретическое обоснование, были швейцарский часовщик Бюрги и шотландец Джон Непер. Бюрги работал в Праге на астрономической обсерватории вместе со знаменитым астрономом и математиком И. Кеплером в течение восьми лет (1603–1611), для облегчения вычислений он составил свою таблицу логарифмов на основе сопоставления арифметических и геометрических прогрессий. Бюрги долго не публиковал свои таблицы, и лишь по настоянию Кеплера, они были опубликованы в 1620 г. Медлительность Бюрги стоила ему приоритета. В 1614 г. в Англии появилось «Описание удивительных таблиц логарифмов» шотландского барона Джона Непера, который занимался различными науками. Заметим, что логарифмы Непера отличаются от привычных нам логарифмов. Логарифмы быстро распространялись по миру и совершенствовались. Так, профессор математики Генри Бригг придумал десятичные логарифмы, а преподаватель математики Джон Спейдель – натуральные логарифмы (оба они англичане).

4. ТРЕТИЙ ПЕРИОД. МАТЕМАТИКА ПЕРЕМЕННЫХ ВЕЛИЧИН

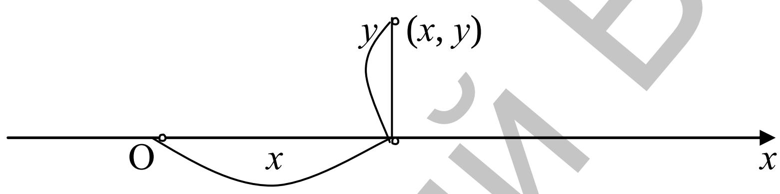
Эпоха XV–XVI вв. была эпохой развития торгового капитализма. Появляются мануфактуры, развивается мореплавание и астрономия. Все это вызывает потребность в точных вычислениях. К концу XVI века приемы вычислений, алгебра, тригонометрия и геометрия накопили много фактов и стали существенной частью технического и научного прогресса. В XVII веке в производство внедряются все более сложные машины, появляется промышленный капитал. Вопросы прогрессирующей техники уже не могут быть разрешены средствами элементарной математики.

На смену энтузиастам-одиночкам приходят научные организации. В 1662 г. появляется Лондонское королевское общество, играющее роль академии наук. В 1666 г. организована Парижская академия. В XVII веке появляется периодика, поэтому в это время зарождаются почти все математические дисциплины, входящие ныне в структуру высшего математического образования. Остановимся на каждой такой дисциплине подробнее.

4.1. Возникновение аналитической геометрии

Аналитическая геометрия возникла в начале XVII века в работах Рене Декарта. Декарт (1596–1650) – выдающийся французский философ, физик, математик, физиолог. Переворот в математике был произведен трудом Декарта «Геометрия». В основу «Геометрии» положены две идеи: введение переменной величины и использование прямолинейных координат. Введение системы координат сделало возможным выражать геометрические образы и зависимости аналитически, таким образом появилась аналитическая геометрия. До Декарта с древних времен преобладающее значение в математике имела геометрия, даже алгебраические формулы выражались геометрически. Декарт же направил математику по иному пути, на котором преимущественное значение получила алгебра. Отметим, что Декарт создает основы символической буквенной алгебры и алгебра принимает вид, который ей присущ и в настоящее время.

Одновременно с Декартом аналогичную систему взглядов развил французский математик Пьер Ферма (1601–1665 гг.). Ферма был сыном торговца, получил юридическое образование в университете города Тулуза. Математикой Ферма занимался в свободное время. Ферма добился выдающихся результатов в самых различных ее областях. Ферма не любил печатать свои сочинения, поэтому подавляющее число его работ было опубликовано после его смерти. Идеи аналитической геометрии сосредоточены в сочинении Ферма «Введение в теорию плоских и телесных мест». Метод координат вводится так же, как у Декарта: задается одна ось абсцисс, на ней откладываются от выбранного начала отрезки, соответствующие значениям одной переменной, отрезки, соответствующие значениям другой переменной, восставляются из конца первого отрезка, чаще всего под прямым углом.



Ферма исследовал общие виды уравнений 1-й и 2-й степени. Причем он преобразованием координат (перенос начала координат и поворот координатной оси) приводит их к каноническим формам. Распространение аналитической геометрии на изучение пространственных геометрических мест Ферма проводит путем изучения пересечения поверхностей плоскостями. Работы Ферма в области аналитической геометрии имели бы не меньшее значение для ее развития, чем работы Декарта, считающегося ее создателем, но так как они были опубликованы позже, то работы Декарта получили приоритет.

4.2. Создание дифференциального и интегрального исчисления

В математике XVII века возникновение аналитической геометрии сделало возможным создание анализа переменных величин.

Создателями дифференциального и интегрального исчислений можно считать Исаака Ньютона (1642–1727) и Готфрида Вильгельма Лейбница (1646–1716).

Наиболее ранней формой анализа является теория флюксий Ньютона. В 1655 г. Ньютон окончил колледж Кембриджского университета со степенью бакалавра. Его учителем был крупный английский математик Исаак Барроу. Так, Барроу ввел термин «угловой коэффициент касательной» и понятие о нем как о предельном отношении бесконечно малого приращения функции к бесконечно малому приращению аргумента. Также Барроу уяснил взаимообратную связь между задачами интегрирования и дифференцирования. В 1668 г. Ньютон получил степень магистра, а через год Барроу уступил кафедру математики Ньютону в знак уважения к таланту и научным достижениям своего ученика. Профессором в Кембридже Ньютон был до 1701 г. А с 1703г. он президент Лондонского королевского общества. Все знают Ньютона как великого физика. Математика для Ньютона была частью общей науки о природе.

В качестве математического аппарата механики Ньютон разработал метод, названный им теорией флюксий. В этой теории изучаются переменные величины – флюенты (от латинского fluere – течь). У всех флюент общий аргумент – время. Далее вводятся скорости течения флюент, т.е. производные по времени. Ньютон назвал их флюксиями. Можно находить флюксию от флюксии и т.д. Если флюенту обозначить y, то символы первой, второй и т.д. флюксий будут $\dot{y}$, $\ddot{y}$ и т.д. Заметим, что такие обозначения производных сохранились в механике. Для вычисления мгновенных скоростей флюксий потребовались бесконечно малые изменения флюент, названные Ньютоном моментами. Символ момента времени O; момент флюенты y записываются: $O\dot{y}$ (по существу это дифференциал). В теории флюксий решаются две главные задачи:

1) определить скорость движения в данный момент времени по заданному пути;

2) по заданной скорости движения определить пройденный за данное время путь.

Первая задача – это задача дифференцирования неявной в общем случае функции и получения дифференциального уравнения, выражающего закономерности природы.

Вторая задача – это задача интегрирования дифференциальных уравнений, поставленная в общем виде. В частном виде это задача нахождения первообразных функций. Теорию флюксий Ньютон усовершенствовал постепенно. Ньютон неохотно публиковал свои работы по теории флюксий, это было связано с тем, что Ньютон не мог объяснить многие понятия и проблемы, связанные с оперированием бесконечно малыми. Так, он не мог доказать законность отбрасывания бесконечно малых. В поисках выхода Ньютон создал метод первых и последних отношений – раннюю форму теории пределов. Но Ньютон был далек от понятия предела на языке «ε - δ», и поэтому разрыв между оперативно-алгоритмической стороной теории флюксий и ее логическими основами остался не устраненным.

Автор исчисления дифференциалов Г. Лейбниц образование получил в университетах Лейпцига и Йены. За научные заслуги он был избран членом Лондонского королевского общества, Парижской академии наук. Лейбниц основал Берлинскую академию, а также оказал положительное влияние на развитие науки в России. В математическом плане исчисление дифференциалов Лейбница складывалось в общих чертах из следующих посылок:

1) задачи суммирования рядов и привлечение систем конечных разностей;

2) решение задач о касательных, использование характеристического треугольника Паскаля и постепенный перенос соотношений между конечными элементами на бесконечно малые;

3) обратные задачи на касательные, суммирование бесконечно малых разностей, открытие взаимнообратности дифференциальных и интеграционных задач.

Все эти годы Лейбниц предпринимал многочисленные попытки создать удобную символику. Он ввел символ дифференциала d (от лат. differentia – разность), символ $\int$ (от лат. Summa). Однако название «интеграл» ввел Я. Бернулли. Лейбниц ввел термины: дифференциал, дифференциальное исчисление, функция, координаты, дифференциальные уравнения, алгоритм (в современном смысле). Однако, как и Ньютону, Лейбницу оказалась не под силу проблема обоснования бесконечно малых.

4.3. Дальнейшее развитие дифференциального и интегрального исчисления

Методы и алгоритмы новых исчислений, выработанные Лейбницем, стали быстро распространятся. Прежде всего, отметим швейцарских братьев математиков Бернулли. Якоб Бернулли (1654–1705), профессор математики Базельского университета, и его младший брат Иоганн Бернулли (1667–1748) вели переписку с Лейбницем и сумели расширить рамки применения его методов. Я. Бернулли, пользуясь дифференциальным и интегральным исчислениями, разрешил ряд геометрических задач, например, он открыл и изучил лемнискату. Я. Бернулли впервые обнаружил расходимость гармонического ряда. После смерти Якоба кафедра математики в Базеле перешла к его брату Иоганну. И. Бернулли разработал методы решения однородных, линейных дифференциальных уравнений, так называемого уравнения Бернулли. Решая геометрические задачи, И. Бернулли развил методы интегрального исчисления. Так, он разработал методы интегрирования рациональных дробей. Братья Бернулли положили начало новой отрасли математики – вариационному исчислению.

Учеником И. Бернулли был маркиз Франсуа Лопиталь (1661–1704). В 1696 г. он издал книгу «Анализ бесконечно малых», которая считается первым систематическим изложением дифференциального исчисления, однако эта книга не разрешила вопроса о безупречности основных понятий анализа.

4.4. Алгебра и теория чисел XVII века. Возникновение теории вероятностей

Алгебра в этом веке все более освобождалась от геометрических элементов, в ней окреп символический буквенный аппарат.

В 1693 г. Лейбниц ввел начало теории определителей. Появилось правило Крамера. Теория чисел обогатилась исследованиями Ферма, определившими дальнейшее ее развитие. В частности, ему принадлежат две теоремы.

***Теорема* 1 (великая теорема Ферма)**. *Уравнение* $x^n + y^n = z^n, \mathrm{n} > 2$, *не имеет решений в натуральных числах*.

***Теорема* 1 (малая теорема Ферма)**. *Если p – простое,* $a \in \mathrm{Z}$, *где a не делится на p, то* $a^{p-1} \equiv 1(\bmod p)$.

Первым доказал малую теорему Ферма Л. Эйлер.

В середине XVII века начала формироваться новая математическая наука – теория вероятностей. Ее основателями можно считать Ферма, Паскаля и Гюйгенса. Блез Паскаль (1623–1662) – французский философ, математик и физик. Христиан Гюйгенс (1629–1699) – нидерландский физик и математик. Отдельные задачи комбинаторики были решены уже в древности греками и индийцами. Но научная постановка этих вопросов возникла лишь в XVII веке в работах Ферма и Паскаля. Зачатки теории вероятностей развились еще в XVI веке на почве азартных игр. Так, уже Тарталья знал сколько различных комбинаций очков может получиться при бросании кубиков при игре в кости. Толчок к зарождению теории вероятностей дала конкретная задача из игры в кости, которую предложил Паскалю его приятель де Мере. Паскаль завязал переписку с Ферма по поводу этой задачи и родственных вопросов, и они вдвоем установили некоторые из основных положений теории вероятностей (основным из них является математическое ожидание). Гюйгенс узнал об этой переписке и попытался дать собственное решение задачи, в результате появилась его книга «О расчетах при азартных играх» (1657 г.). В самом конце XVII века Я. Бернулли открыл простейшую формулу закона общих чисел, завершив первый этап развития теории вероятностей по классификации А.Н. Колмогорова. Теория вероятностей стала быстро развиваться и в XVIII веке получила значительную теоретическую базу, при этом она была применена к вопросам страхования, а в дальнейшем область ее применения все расширялась и расширялась.

4.5. Дальнейшее развитие аналитической геометрии. Появление дифференциальной геометрии

Дифференциальная геометрия возникла в XVIII веке из области геометрических приложений анализа бесконечно малых. Она разрабатывалась в трудах Клеро, Эйлера, Монжа, Гаусса и других. Необходимой предпосылкой создания дифференциальной геометрии как особой науки явилось распространение аналитической геометрии на трехмерное пространство. Впервые координаты в пространстве ввел французский математик Клод Клеро (1713–1765) в своей книге «Изыскания о кривых двоякой кривизны». В ней Клеро также рассмотрел касательные и нормали к пространственным кривым, подкасательные и поднормали, ввел касательную плоскость к поверхности. За эту работу Клеро было присвоено в 17 лет звание действительного члена Парижской Академии наук (по закону действительному члену Академии должно быть не меньше 20 лет). Отметим здесь, что в математическом анализе Клеро ввел понятие криволинейного интеграла и полного дифференциала функции нескольких переменных.

Уроженец швейцарского города Базеля Леонард Эйлер (1707–1783) ввел в дифференциальную геометрию понятия кривизны и кручения. Эйлер был самым продуктивным математиком XVIII века, если не всех времен. Ему принадлежат заметные результаты во всех областях математики, существовавших в его время. Причем в некоторых областях изложение Эйлера было почти что окончательным, например, тригонометрия, аналитическая геометрия. Так, в аналитической геометрии Эйлер ввел полярные координаты, преобразования систем координат, классифицировал кривые по степеням их уравнений, ввел метод сечений поверхностей произвольными плоскостями, дал уравнения всех невырожденных поверхностей II порядка и т.д.

Французский математик Гаспар Монж (1746–1818) осуществил перевод фактов теории поверхностей на язык дифференциальных уравнений в частных производных. Введение в геометрию аппарата дифференциальных уравнений привело к расширению ее теоретических и практических возможностей.

Новый этап дифференциальной геометрии ознаменован исследованиями Гаусса о внутренней геометрии поверхностей, т.е. о таких их свойствах, которые инвариантны относительно изгибания.

4.6. Создание предпосылок современной алгебры и теории чисел

Декарт, связавший в аналитической геометрии методы алгебры и геометрии, считал, что он создал единую науку. Однако использование алгебраического аппарата в аналитической геометрии не привело к упразднению алгебры. Алгебра развивалась в дальнейшем своим путем, имея собственную научную проблематику. Отметим труд Эйлера «Универсальная арифметика», в котором алгебра как самостоятельная наука выделена очень отчетливо. Продиктованная слепнущим Эйлером книга состоит из двух частей. В первой части Эйлер уделил внимание развитию буквенно-символического аппарата алгебры, здесь разъяснены операции над действительными числами, над радикалами, введены логарифмы. Далее в первой части Эйлер рассмотрел операции над многочленами, методы решения алгебраических уравнений первых четырех степеней и систем линейных уравнений, приближенное нахождение корней алгебраических уравнений. Во второй части в основном рассмотрены методы нахождения целых решений неопределенных уравнений разных степеней, в частности для $n = 3$ и $n = 4$ доказана великая теорема Ферма.

Значительный вклад в развитие алгебры и особенно теории чисел внес немецкий математик Карл Фридрих Гаусс (1777–1855). Работа Гаусса «Арифметические исследования» явилась фундаментом современной теории чисел. Центральное место в книге занимает теория квадратичных форм, вычетов и сравнений второй степени. Доказан закон квадратичной взаимности (теорема, которую Гаусс назвал «золотой»), открытый Эйлером. Гаусс в работе 1831 г. дал алгебру и арифметику комплексных чисел.

Француз Э. Галуа (1811–1832) за свою недолгую жизнь сумел внести в математику новые идеи, которые резко изменили ход развития алгебры. Он окончательно решил вопрос о разрешимости уравнений и создал теорию групп, ключ к современной алгебре и геометрии. Галуа активно занимался политикой, сидел в тюрьме и в 21 год был убит на дуэли.

Норвежец Нильс Абель (1802–1829) доказал, что уравнения степени больше 4 не могут быть решены в радикалах. Отметим, что Абель провел исследования степенных рядов и сформулировал теоремы об интервале и радиусе их сходимости для действительных и комплексных чисел.

4.7. Перестройка основ математического анализа

Стандарт логической стройности, сложившийся в математике в XVIII веке, отставал от приложений. Теоретические исследования требовали новых методов, опирающихся на строго определенные исходные положения. Знаменитый французский математик и механик Жозеф Луи Лагранж (1736 – 1813), в то время президент Берлинской академии наук, сделал попытку освободить математический анализ от употребления бесконечно малых величин, но хорошо сделать это он не сумел. Тем не менее, Лагранжу удалось разработать многие важные вопросы математического анализа. Им дана очень удобная для практики формула остаточного члена ряда Тейлора, разработана теория условных максимумов и минимумов, дан метод вариации произвольных постоянных при решении линейных дифференциальных уравнений.

Попытку дать строгое обоснование математическому анализу делал и французский математик и философ Жан Д'Аламбер (1717 – 1783). Однако сформулированное им определение предела относилось лишь к величине монотонно возрастающей. К заслугам Д'Аламбера можно отнести значительные работы в теориях рядов и дифференциальных уравнений. В его работах впервые встречается практическое применение функций комплексного переменного. Д'Аламбером и Эйлером открыты условия дифференцируемости функций комплексного переменного.

Теория пределов была создана лишь в 20-х годах XIX века выдающимся французским математиком Огюстеном Луи Коши (1789 – 1857). По окончании политехнической школы в Париже и института путей сообщения он работал инженером. В 1816 г. Коши был назначен членом Академии и профессором политехнической школы, но его монархические убеждения, идущие вразрез с общим укладом республиканского строя, заставили его в 1830 г. эмигрировать из Парижа. По возвращении в 1838 г. во Францию он преподавал в иезуитском колледже и только в 1848 г. стал профессором Сорбонны – Парижского университета. В политехнической школе Коши читал лекции по математическому анализу. Весь курс лекций был опубликован в трех книгах: «Курс анализа», «Резюме лекций по исчислению бесконечно малых» и «Лекции по приложениям анализа к геометрии». В этих книгах впервые математический анализ последовательно строится на теории пределов. Кроме того, большое значение имеют его многочисленные работы по дифференциальным уравнениям: постановка задачи Коши, основные теоремы существования решений и т.д. Коши положил начало развитию теории функций комплексного переменного и поставил на достаточно прочную основу исследования рядов на сходимость. До него были лишь признаки сходимости Маклорена и Д'Аламбера. Отметим также, что в алгебре, например, он разработал теорию определителей.

Более глубокое исследование основ математического анализа требует, как теперь известно, привлечения теории множеств и теории функций действительной переменной. Основы такого исследования были заложены также в первой половине XIX века. Главные заслуги в этой области принадлежат чешскому ученому – Бернарду Больцано (1781–1848). С 1805 по 1820 гг. он преподавал богословские дисциплины в Парижском университете. За выступления в пользу независимости чешского народа от владычества австрийской монархии он был отстранен от преподавания. Без средств к существованию Больцано прожил остаток жизни в деревне у друзей, продолжая занятия математикой и философией. Почти все его работы стали известны лишь после его смерти. Будь эти работы опубликованы вовремя, обоснование анализа было бы ускорено. Так, Больцано еще до Вейерштрасса доказал теорему о том, что ограниченное множество имеет точные грани (1817 г.). В этом же году за несколько лет до Коши Больцано вывел критерий сходимости последовательностей и дал строгое определение непрерывности функций. Относительно непрерывности функций он доказал ряд замечательных теорем, ввел понятие односторонней непрерывности. В работе Больцано «Учение о функциях» содержатся результаты, позднее вошедшие в теорию функций действительной переменной, а в сочинении «Парадоксы бесконечного» – результаты более поздней теории множеств.

5. ЧЕТВЕРТЫЙ ПЕРИОД. ПЕРИОД СОВРЕМЕННОЙ МАТЕМАТИКИ

5.1. Построение теории действительных чисел и теории множеств

К середине XIX века была разработана теория пределов. Однако в ней были обнаружены логические пробелы, например, действительное число определяли как предел последовательности рациональных чисел. Так, $\sqrt{2}$ рассматривали как предел последовательности его десятичных приближений: 1; 1,4; 1,41; 1,414… Т. е. при определении этого числа предполагали его существование (порочный круг). Неясным оставалось также понятие бесконечной совокупности элементов. Таким образом, проблема обоснования математического анализа выражалась тогда в необходимости:

a) построения строгой теории действительного числа;
b) разъяснения понятия бесконечного множества.

И вот в 1872 г. были опубликованы работы Георга Кантора и Рене Дедекинда. В них появились разновидности теории действительных чисел. Дедекинд определял действительные числа как сечения во множестве рациональных чисел. Кантор – как предел фундаментальной последовательности рациональных чисел. Однако оба эти подхода эквивалентны. Еще одну теорию действительных чисел разработал Карл Вейерштрасс (1815–1897). Помимо этого Вейерштрасс ввел в математический анализ много важнейших результатов: им изучались вопросы о гранях числовых множеств и о предельных точках, сформулировано свойство функций непрерывных на отрезке о достижении ими своей верхней и нижней граней. Он доказал возможность разложения непрерывной на отрезке функции в равномерно сходящийся ряд многочленов, что стало основой теории аналитических функций. В теории рядов Вейерштрасс сформулировал признак равномерной сходимости функционального ряда и т. д. Все виды теории действительного числа опирались на рассмотрение множеств рациональных чисел. Этим самым, трудности, связанные с обоснованием анализа, переместились в область анализа бесконечных множеств. Сам же анализ к концу XIX века принял в основном современный вид.

Создание теории бесконечных множеств и трансфинитных чисел принадлежит Г. Кантору. Серия его работ на эту тему последовала вслед за работами по теории действительных чисел. Он доказал неэквивалентность множеств рациональных и действительных чисел. Через несколько лет ввел понятие мощности множества, разработал основы отображения и сравнения множеств и т.д. Теория множеств оказала глубокое влияние на общий ход развития математики. Она явилась основой теории функций действительной переменной, топологии, теории групп, функционального анализа. Теория функций действительной переменной – это уже не классический анализ, а современный. Отметим здесь французов Анри Лебега (1877–1941) и Эмиля Бореля (1871–1956), их работы привели к созданию метрической теории множеств, которая привела к общей теории меры. Вопросы обоснования теории множеств (разрешение парадоксов) влились в специальную науку – математическую логику.

5.2. Преобразование геометрии (неевклидова геометрия)

Принципиально новое содержание в геометрию внес Николай Иванович Лобачевский (1792–1856). Родился он в Нижнем Новгороде, в 1811 г. окончил Казанский университет. С 1816 г. он профессор, а с 1827 по 1846 г. ректор этого университета.

Лобачевский не был специалистом в узкой области математики. Он написал работы по алгебре, математическому анализу. Однако прославился он своими работами по геометрии. Отправным пунктом исследований Лобачевского по неевклидовой геометрии была аксиома о параллельных. Геометрия, в зависимости от того, используется ли аксиома о параллельных или нет, делится на две части. Та часть, куда входят предложения, не опирающиеся на эту аксиому, носит название абсолютной геометрии. Лобачевский, который вначале пытался дать доказательство аксиомы о параллельных, вскоре разделил геометрию на абсолютную и неабсолютную. Вслед за этим он заменил аксиому о параллельных ее отрицанием. При этом он обнаружил, что формального противоречия не получается, а система выводов складывается в новую геометрию, отличную от евклидовой, но логически строгую и последовательную, несмотря на непривычность ее утверждений. В феврале 1826 г. он изложил свою геометрию на заседании отделения физико-математических наук Казанского университета. Геометрия Лобачевского в абсолютной своей части не отличается по существу от геометрии Евклида. В неабсолютной же части дело обстоит иначе. Рассмотрим некоторые особенности геометрии Лобачевского. Допущение, что через точку O вне прямой можно провести больше одной прямой не пересекающейся с данной, приводит к выводу, что таких прямых бесконечно много. Они образуют пучок.

Вслед за этим оказывается, что сумма углов треугольника меньше 180º. При увеличении сторон треугольника эта сумма уменьшается. Отсюда следует, что геометрия Евклида является предельным следствием геометрии Лобачевского, т.к. угол параллельности, равный 90º в геометрии Евклида, в геометрии Лобачевского может заметно отклонятся от прямого при расстояниях очень больших (сам Лобачевский использовал данные обсерватории). Так как геометрия Евклида проще, то она и сохранила практическое значение. Лобачевский показал, что помимо геометрии Евклида могут быть и другие. Независимо от него ту же мысль выразил венгр Янош Больяи и Карл Гаусс, но Гаусс промолчал об этом из боязни уронить свою научную репутацию, он даже не поддержал молодого Больяи, когда тот прислал ему свою работу. Как и полагал Гаусс, прием, оказанный геометрии Лобачевского, был обескураживающим. На его сочинения академики (в том числе и Остроградский М.В.) давали отрицательные отзывы. В дальнейшем геометрия Лобачевского получила практическую интерпретацию в работах Миндинга (профессор из Дерпта (Тарту)) и итальянского геометра Бельтрами. Следующие по времени интерпретации были сделаны Клейном, Пуанкаре и другими.

5.3. Проблемы Гильберта

В 1900 г. на международном конгрессе математиков в Париже профессор Давид Гильберт из Геттингена выдвинул в качестве предмета исследования 23 проблемы, решение которых, по его убеждению, сыграет важную роль в прогрессе математики в наступающем столетии. Первые шесть проблем относились к основаниям математики, к тому, что по его мнению явилось великим достижением только что окончившегося столетия: открытие неевклидовой геометрии и прояснение арифметической природы континуума. Он также выделил некоторые задачи «наиболее просто формулируемые и трудные для решения» в таких новых для того времени и бурно развивающихся областях математики, как теория множеств, математическая логика, функциональный анализ, дифференциальные уравнения. К концу XX века многие задачи либо решены, либо доказана их неразрешимость, были сделаны и открытия, которые не предвидел гениальный Гильберт.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Рыбников К.А. История математики. – М.: Изд-во МГУ, 1974.
2. Рыбников К.А. Очерки методологии математики. – М.: Наука, 1982.
3. Болгарский В.А. Краткий курс истории математики. – М.: Наука, 1983.
4. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. – М.: Наука, 1992.

Дополнительная

1. Клайн М. Математика, поиск истины. – М.: Наука, 1988.
2. Тихонов А.Н., Колмогоров Д.П. Вводные лекции по прикладной математике. – М.: Наука, 1984.
3. Даян-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты (очерки по истории математики). – М.: Наука, 1986.
4. Белл Э.Т. Творцы математики (предшественники современной математики). – М.: Наука, 1979.
5. Рузавин Г.И. О природе математического знания. – М.: Наука, 1968.