

## О ГИПОТЕЗЕ ЛОКЕТТА ДЛЯ КВАЗИНОРМАЛЬНЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

*Марцинкевич А.В.,*

*аспирант ВГУ имени П.М. Машиерова, г. Витебск, Республика Беларусь  
Научный руководитель – Воробьев Н.Т., доктор физ.-мат. наук, профессор*

Все рассматриваемые группы конечны. В определениях и обозначениях мы следуем [1].

В теории классов нормальных разрешимых групп одним из важных объектов в исследовании их структуры являются нормальные классы Фиттинга [2]. Как оказалось в последующем, такие объекты являются полезным инструментом как для характеристики классов, так и для описания радикалов групп, что нашло свое отражение в серии работ Бейдельмана [3], Хаука [4], Кусака [5], Гашюца [6].

В последующем понятие нормальности было расширено введением локально нормальных классов Фиттинга. В этом направлении исследований представляет интерес понятие свойства локальной нормальности в классе всех разрешимых  $\pi$ -групп, которое называют  $\pi$ -нормальностью (см. [1, теорема X.3.7]). Хаук, используя данную характеристику свойства нормальности, определил  $X$ -квазинормальный класс Фиттинга [7] в универсуме всех разрешимых групп. Пусть  $F$  – класс Фиттинга,  $X$  – класс групп. Класс  $F$  называется квазинормальным в  $X$ , если  $F \subseteq X$  и из  $G \in F$ ,  $G \text{ wr } Z_p \in X$  ( $p$  – простое число), следует  $G^m \text{ wr } Z_p \in F$  для некоторого натурального числа  $m$ .

Важное место в описании структуры классов Фиттинга занимает проблема, которая в настоящее время известна как

**Гипотеза Локетта** [8, с. 135]. *Каждый ли разрешимый класс Фиттинга  $F$  можно представить как пересечение класса  $F^*$  и некоторого нормального класса Фиттинга  $X$ ?*

Развивая исследования в данном направлении, Брайсом и Косси [1, предложение X.6.1] был предложен обобщенный вариант данной гипотезы: класс Фиттинга  $F \subseteq X$  удовлетворяет обобщенной гипотезе Локетта в классе групп  $X$  в точности тогда, когда  $F_* = F^* \cap X$ .

Таким образом, актуальна задача нахождения новых семейств классов Фиттинга, удовлетворяющих обобщенной гипотезе Локетта.

**Материал и методы.** В данной работе мы используем методы доказательства абстрактной теории групп, в частности, методы теории классов Фиттинга.

**Результаты и их обсуждение.** Основной результат работы представляет следующая

**Теорема.** *Пусть  $\pi$  – непустое множество простых чисел и классы Фиттинга  $F$  и  $X$  таковы, что  $F \subseteq X \subseteq FS_\pi$  и  $F$  квазинормален в  $X$ . Если  $F$  и  $X$  – локальные классы Фиттинга, то  $F$  удовлетворяет обобщенной гипотезе Локетта в классе групп  $X$ .*

**Следствие** [9, теорема с. 166]. *Гипотеза Локетта верна для любого разрешимого класса Фиттинга.*

**Заключение.** Таким образом, для случая  $X$ -квазинормальных классов Фиттинга, где  $X$  – локальный класс Фиттинга частично разрешимых групп, подтвержден обобщенный вариант гипотезы Локетта о структуре классов Фиттинга.

1. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-N. Y.: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
2. Blessenohl, D. Über normale Schunk und Fittingklassen / D. Blessenohl, W. Gaschütz // Math. Z. – 1970. – Bd. 148, N1. – S. 1–8.
3. Beidleman, J. C. On products and normal Fitting classes / J. C. Beidleman // Arch. Math. – 1977. – № 28 (4). – P. 347–356.
4. Hauck, P. On products of Fitting classes. / P. Hauck // J. London Math. – 1979. – Soc.2, № 20. – P. 423–434.
5. Cusack, E. The join of two Fitting classes / E. Cusack // Math. Z. – 1979. – №. 167. – P. 37–47.
6. Gaschütz, W. Zwei Bemerkungen über normale Fittingklassen / W. Gaschütz // J. Algebra. – 1974. – Vol. 30. – P. 277–278.
7. Hauck, P. Zur Theorie der Fittingklassen endlicher auflösbarer Gruppen: Dis. ... Doctor der Naturwissenschaft / P. Hauck. – Mainz, 1977. – 153 p.
8. Lockett, F.P. The Fitting class  $F^+$  / F. P. Lockett // Math. Z. – 1974. – Bd. 137. – No. 2. – S. 131–136.
9. Воробьев, Н.Т. О радикальных классах конечных групп с условием Локетта / Н.Т. Воробьев // Матем. заметки. – 1988. – Т. 43, № 2. – С. 161–168.