

$$b_2 = \frac{b_1^2}{4} - \frac{3}{32}c_1^2 + \frac{1}{4}c_2 + \frac{1}{32}\sqrt{5c_1^4 - 16c_1^2c_2 + 256c_4},$$

Коэффициент  $b_1$  остаётся при этом произвольным.

**Доказательство.**

Пусть выполнено условие (4), тогда

$$(z - p_1 - q_1)(z - p_1 - q_2)(z - p_2 - q_1)(z - p_2 - q_2) = 0. \quad (6)$$

После раскрытия скобок и группировки слагаемых получается уравнение

$$z^4 - 2(p_1 + p_2 + q_1 + q_2)z^3 + [(p_1 + p_2)^2 + 2(p_1p_2 + q_1q_2) + (q_1 + q_2)^2 + 3(p_1 + p_2)(q_1 + q_2)]z^2 + (p_1 + p_2 + q_1 + q_2)[(p_1 + p_2)(q_1 + q_2) + 2(p_1p_2 + q_1q_2)]z + \{(p_1p_2)^2 + (q_1q_2)^2 + (p_1 + p_2)(q_1 + q_2)(p_1p_2 + q_1q_2) + q_1q_2[(p_1 + p_2)^2 - 2p_1p_2] + p_1p_2[(q_1 + q_2)^2 - 2q_1q_2] + 2p_1p_2q_1q_2\} = 0. \quad (7)$$

В полученном уравнении в силу теоремы Виета для уравнений (2-3) можно заменить

$$p_1 + p_2 = -a_1, \quad p_1p_2 = a_2,$$

$$q_1 + q_2 = -b_1, \quad q_1q_2 = b_2,$$

после чего соответствующие коэффициенты уравнений (1) и (7) приравниваются.

Анализ полученной системы уравнений приводит к доказываемой теореме.

Например, пусть уравнение (1) имеет вид:

$$z^4 + 4z^3 + 2z^2 - 4z + 5 = 0 \quad (8)$$

В этом случае условие (5) выполнено, а уравнения (2) и (3) имеет вид:

$$z^2 + 2z - 1,414213 = 0, \quad (9)$$

$$z^2 + 0,414213 = 0 \quad (b_1 = 0). \quad (10)$$

Находим

$$p_1 = 0,553774, \quad p_2 = -2,553774,$$

$$q_1 = 0,643594i, \quad q_2 = -0,643594i,$$

и, следовательно

$$z_1 = p_1 + q_1 = 0,553774 + 0,643594i,$$

$$z_2 = p_1 + q_2 = 0,553774 - 0,643594i,$$

$$z_3 = p_2 + q_1 = -2,553774 + 0,643594i,$$

$$z_4 = p_2 + q_2 = -2,553774 - 0,643594i.$$

**Заключение.** В результате проделанного исследования получены необходимое условие полинома четвертой степени, в виде сумм двух квадратичных полиномов.

## СПОСОБ АППРОКСИМАЦИИ ИММИТАНСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

**Исаев В.О., Бойкачев П.В.,**

*адъюнкты 1 курса УО «Военная академия Республики Беларусь»,*

*г. Минск, Республика Беларусь*

*Научный руководитель – Бойкачев П.В., канд. техн. наук, доцент*

При проектировании и совершенствовании радиоэлектронных устройств (РЭУ), входящих в состав радиоэлектронных систем (усилители, частотные фильтры, антенные устройства (АУ) и др.), инженеры сталкиваются с задачей широкополосного согласования, решение которой напрямую связано с иммитансными характеристиками  $Z(\omega)$  согласуемых нагрузок, представленных в виде значений активной  $\text{Re}Z(\omega)$  и реактивной  $\text{Im}Z(\omega)$

составляющей импеданса на дискретном ряде частот, что не всегда позволяет аналитически решить задачу широкополосного согласования [1, 2], так как данный метод имеет существенный недостаток, а именно - функции согласуемых нагрузок  $Z_{\text{вх}}(s)$  и  $Z_{\text{н}}(s)$  должны быть заданы положительными вещественными функциями сопротивлений вида (1):

$$Z(s) = \frac{m_1 + n_1}{m_2 + n_2}, \quad (1)$$

где:

$s = i\omega$  - комплексная переменная;

$m_1 = a_0 + a_2s^2 + \dots + a_{2n}s^{2n}$  - четная часть числителя функции  $Z_{\text{вх}}(s)$ ;

$m_2 = b_0 + b_2s^2 + \dots + b_{2m}s^{2m}$  - четная часть знаменателя функции  $Z_{\text{вх}}(s)$ ;

$n_1 = a_1s + \dots + a_{(2n+1)}s^{(2n+1)}$  - нечетная часть числителя функции  $Z_{\text{вх}}(s)$ ;

$n_2 = b_1s + \dots + b_{(2m+1)}s^{(2m+1)}$  - нечетная часть знаменателя функции  $Z_{\text{вх}}(s)$ .

В виду этого актуальным является вопрос формирования адекватных математических моделей (АММ) РЭУ, иммитансные характеристики которых представленных в численном виде на дискретном ряде частот.

Для решения этой проблемы предлагается: в качестве функции сопротивления использовать дробно-рациональную функцию вида (2) [2].

$$f(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2(s)^2 + \dots + a_n(s)^n}{b_0 + b_1s + b_2(s)^2 + \dots + b_m(s)^m}. \quad (2)$$

С помощью математического преобразования, выражение (2) можно представить в виде  $\text{Re } f(s)$  и  $\text{Im } f(s)$  составляющих [2], которые будут использованы в качестве аппроксимирующих функций  $\text{Re } Z(\omega)$  и  $\text{Im } Z(\omega)$  согласуемых нагрузок:

$$\text{Re } f(s) = \frac{m_1m_2 - n_1n_2}{m_2^2 - n_2^2}, \quad \text{Im } f(s) = \frac{n_1m_2 - m_1n_2}{m_2^2 - n_2^2}.$$

Используя численный метод решения задачи Чебышевского приближения и, наложив на выражение (2) ограничения положительной вещественной функции и условий физической реализуемости [2], получаем системы неравенств:

$$\left\{ \begin{array}{l} |\text{Re } Z(\omega_{\min}) - \text{Re } f(\omega_{\min})| \leq \delta; \\ |\text{Re } Z(\omega_1) - \text{Re } f(\omega_1)| \leq \delta; \\ \dots\dots\dots \\ |\text{Re } Z(\omega_1) - \text{Re } f(\omega_1)| \leq \delta. \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |\text{Im } Z(\omega_{\min}) - \text{Im } f(\omega_{\min})| \leq \delta; \\ |\text{Im } Z(\omega_{\min}) - \text{Im } f(\omega_{\min})| \leq \delta; \\ \dots\dots\dots \\ |\text{Im } Z(\omega_{\min}) - \text{Im } f(\omega_{\min})| \leq \delta. \end{array} \right. \quad (4)$$

Где в качестве целевой функции выбран параметр  $\delta$ , который минимизируется путём подбора коэффициентов  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  и  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$ .

Решение систем неравенств (2) и (3) позволяет определить такие коэффициенты  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  и  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$  выражения (1), которые позволяют сформировать адекватную математическую модель нагрузки с высокой степенью адекватности.

**Результаты и их обсуждение.** На рисунке 1 показаны результаты аппроксимации иммитансных характеристик АУ AD-25/CW-3512, характеристики которого были получены в [3].

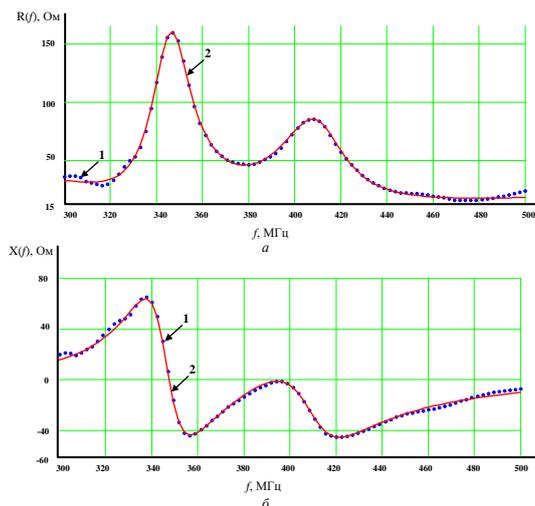


Рисунок 1 – Зависимость изменения активной (а) и реактивной (б) части импеданса АУ AD-25/CW-3512 в рабочей полосе частот ( $\Delta f = 200$  МГц):  
1 – значения, измеренные в помещении; 2 – аппроксимированные значения.

Ниже представлен пример дробно-рациональной функция, аппроксимирующей значения импеданса АУ AD-25/CW-3512, измеренные в помещении.

$$Z_{\text{вх}}(s) = \frac{1 + 6,557s + 10,254s^2 + 35,984s^3 + 26,786s^4 + 59,43s^5 + 20,081s^6 + 28,927s^7}{3,088 + 7,63s + 24,297s^2 + 41,745s^3 + 57,668s^4 + 72,964s^5 + 42,312s^6 + 40,471s^7}$$

**Заключение.** Представленные результаты были получены при  $\delta \leq 5$  Ом, что соответствует относительной погрешности не более 10 %, так как рассматриваемое АУ рассчитано на нагрузку в 50 Ом, что позволяет говорить о высокой степени адекватности полученных АММ.

Сформированные АММ позволяют наиболее точно оценить характер изменения импеданса (коэффициента передачи по мощности, КСВ и других параметров.) АУ за счет получения функции сопротивления АУ. Следует заметить, что полученные АММ возможно использовать при реализации согласующих цепей в дальнейших исследованиях.

1. Филиппович, Г. А. Широкополосное согласование сопротивлений / Г. А. Филиппович. – Минск: ВАРБ, 2004. – 167 с.
2. Карни, Ш., Теория цепей. Анализ и синтез. – М. «Связь», 1973. – 368с.
3. Исаев, В. О., Дубовик, И. А., Бойкачев, П. В. Результаты исследования влияния условий эксплуатации на импеданс антенных устройств радиостанций ОВЧ/УВЧ диапазонов // «Вестник» ВАРБ №2(63) 2019. – С.32–40.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАНАРНОЙ ДВУХВИТКОВОЙ СПИРАЛИ КАК ЭЛЕМЕНТА МЕТАМАТЕРИАЛОВ И МЕТАПОВЕРХНОСТЕЙ

*Кравченко А.Ю.,*

*аспирант ГГУ имени Ф. Скорины, г. Гомель, Республика Беларусь*

*Научный руководитель – Семченко И.В., доктор физ.-мат. наук, профессор*

Метаматериалы представляют собой искусственно созданные структуры с особыми электромагнитными свойствами, которые невозможно получить при использовании обыкновенных материалов. Они представляют собой микро-резонаторы, управляя структурными параметрами которых, можно управлять параметрами всей системы. Массивы данных структур, при их особых геометрических параметрах, могут проявлять частотно-селективные свойства, полезные при создании поглощающих, отражающих и фильтрационных покрытий различного частотного диапазона.