Пусть $\pi \subseteq P$. Группа G называется π-разрешимой, если ее каждый главный π-фактор является либо абелевой группой, либо π'-группой. Класс всех π-разрешимых групп будем обозначать символом $\mathfrak{S}^{\pi}$.

Пусть $\mathfrak{F}$ – класс Фиттинга. Тогда $\boldsymbol{\sigma}(\mathfrak{F})$ – множество всех простых делителей всех групп из $\mathfrak{F}$. Результат следующая теорема.

ТЕОРЕМА. Если $\mathfrak{F}$ класс Фиттинга, $\pi \subseteq P$ и $\pi \subseteq \boldsymbol{\sigma}(\mathfrak{F})$, то класс групп $L'_{\pi}(\mathfrak{F})$ – класс Фиттинга.

Из теоремы вытекает результат Локетта [2](см. [1, IX:((1.14) Опр.)])

СЛЕДСТВИЕ [1, IX:((1.14) Опр.)]. Класс групп $L_{\pi}(\mathfrak{F})$ – класс Фиттинга.

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ КОРНЕЙ ПОЛИНОМА ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНИ В ВИДЕ СУММ КОРНЕЙ КВАДРАТНЫХ ПОЛИНОМОВ

Жгиров В.С.,
магистрант ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь
Научный руководитель – Трубников Ю.В., доктор физ.-мат. наук, профессор

Актуальность данного исследования в том, что, используя описанный ниже метод можно решить уравнения четвертой степени.

Цель работы – сформулировать и обосновать необходимые условия представимости алгебраического полинома четвертой степени в виде сумм квадратичных полиномов.

Материал и методы. Материалом исследования является алгебраический полином четвертой степени следующего вида:

$$P_4(z) = z^4 + c_1 z^3 + c_2 z^2 + c_3 z + c_4,$$

В качестве рабочего материала были использованы методы алгебры и система компьютерной математики Maple 2017.

Результаты и их обсуждение. В процессе исследования разрешимости алгебраических уравнений в радикалах возникает следующий вопрос: когда корни уравнения более высокой степени представимы в виде сумм корней полиномов меньших степеней, например, когда корни уравнения четвертой степени:

$$z^4 + c_1 z^3 + c_2 z^2 + c_3 z + c_4 = 0, \tag{1}$$

представимы в виде сумм корней двух квадратных уравнений

$$z^2 + a_1 z + a_2 = 0; \tag{2}$$

$$z^2 + b_1 z + b_2 = 0; \tag{3}$$

Теорема. Необходимым условием представимости корней $z_j\ (j = 1,2,3,4)$ в виде:

$$z_1 = p_1 + q_1,\ z_2 = p_1 + q_2,\ z_3 = p_2 + q_1,\ z_4 = p_2 + q_2, \tag{4}$$

где $p_{1,2}$ - корни уравнения (2), а $q_{1,2}$ - корни уравнения (3) является условие

$$c_3 = -\frac{1}{8} c_1 (c_1^2 - 4c_2), \tag{5}$$

при этом

$$a_1 = \frac{c_1}{2} - b_1,$$

$$a_2 = \frac{1}{2} c_2 - \frac{1}{8} c_1^2 - \frac{1}{4} b_1 c_1 + \frac{1}{2} b_1^2 - b_2,$$

$$b_2 = \frac{b_1^2}{4} - \frac{3}{32}c_1^2 + \frac{1}{4}c_2 + \frac{1}{32}\sqrt{5c_1^4 - 16c_1^2c_2 + 256c_4},$$

Коэффициент b_1 остаётся при этом произвольным.

Доказательство.

Пусть выполнено условие (4), тогда

$$(z - p_1 - q_1)(z - p_1 - q_2)(z - p_2 - q_1)(z - p_2 - q_1) = 0. \tag{6}$$

После раскрытия скобок и группировки слагаемых получается уравнение

$$\begin{gathered} z^4 - 2(p_1 + p_2 + q_1 + q_2)z^3 + [(p_1 + p_2)^2 + 2(p_1p_2 + q_1q_2) + (q_1 + q_2)^2 + \\ +3(p_1 + p_2)(q_1 + q_2)]z^2 + (p_1 + p_2 + q_1 + q_2)[(p_1 + p_2)(q_1 + q_2) + 2(p_1p_2 + q_1q_2)]z + \\ +\{(p_1p_2)^2 + (q_1q_2)^2 + (p_1 + p_2)(q_1 + q_2)(p_1p_2 + q_1q_2) + q_1q_2[(p_1 + p_2)^2 - 2p_1p_2] + \\ +p_1p_2[(q_1 + q_2)^2 - 2q_1q_2] + 2p_1p_2q_1q_2\} = 0. \end{gathered} \tag{7}$$

В полученном уравнении в силу теоремы Виета для уравнений (2-3) можно заменить

$$p_1 + p_2 = -a_1,\ p_1p_2 = a_2,$$
$$q_1 + q_2 = -b_1,\ q_1q_2 = b_2,$$

после чего соответствующие коэффициенты уравнений (1) и (7) приравниваются.

Анализ полученной системы уравнений приводит к доказываемой теореме.

Например, пусть уравнение (1) имеет вид:

$$z^4 + 4z^3 + 2z^2 - 4z + 5 = 0 \tag{8}$$

В этом случае условие (5) выполнено, а уравнения (2) и (3) имеет вид:

$$z^2 + 2z - 1,414213 = 0, \tag{9}$$

$$z^2 + 0,414213 = 0 \quad (b_1 = 0). \tag{10}$$

Находим

$$p_1 = 0,553774,\ p_2 = -2,553774,$$
$$q_1 = 0,643594i,\ q_2 = -0,643594i,$$

и, следовательно

$$z_1 = p_1 + q_1 = 0,553774 + 0,643594i,$$
$$z_2 = p_1 + q_2 = 0,553774 - 0,643594i,$$
$$z_3 = p_2 + q_1 = -2,553774 + 0,643594i,$$
$$z_4 = p_2 + q_2 = -2,553774 - 0,643594i.$$

Заключение. В результате проделанного исследования получены необходимое условие полинома четвертой степени, в виде сумм двух квадратичных полиномов.

СПОСОБ АППРОКСИМАЦИИ ИММИТАНСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

Исаев В.О., Бойкачев П.В.,
адъюнкты 1 курса УО «Военная академия Республики Беларусь»,
г. Минск, Республика Беларусь
Научный руководитель – Бойкачев П.В., канд. техн. наук, доцент

При проектировании и усовершенствовании радиоэлектронных устройств (РЭУ), входящих в состав радиоэлектронных систем (усилители, частотные фильтры, антенные устройства (АУ) и др.), инженеры сталкиваются с задачей широкополосного согласования, решение которой напрямую связано с иммитансными характеристиками $Z(\omega)$ согласуемых нагрузок, представленных в виде значений активной $\operatorname{Re} Z(\omega)$ и реактивной $\operatorname{Im} Z(\omega)$