Заключение. В данном исследовании мы нашли, что четырёхмерная алгебра Ли $\mathcal{G}=\mathcal{H}s \oplus R$ допускает однопараметрическую группу автоизометрий при любом способе задания лоренцевого скалярного произведения. Результаты этого исследования могут быть применены для изучения полной группы изометрий четырёхмерного однородного многообразия группы Ли $\mathcal{G}=\mathcal{H}s\times\mathcal{R}$, снабженной левоинвариантной лоренцевой метрикой. Также это исследование позволит получить в явном виде формулы, по которым на нем действуют однопараметрические группы изометрий.

1. Кравченко А.О., Гомотетические автоморфизмы трёхмерной нильпотентной алгебры Ли / А.О. Кравченко // X (55) Региональная научно-практическая конференция преподавателей, научных сотрудников, аспирантов и студентов университета, посвящённой 90-летию со дня рождения С.М. Машерова. Сборник статей / Витебск. – УО «ВГУ имени П.М. Машерова», 2008. – С.16-17.

ЗНАХОДЖАННЕ РАШЭННЯ СІСТЭМЫ ДЫФЕРЭНЦЫЯЛЬНЫХ РАЎНАННЯЎ У ЧАСТКОВЫХ ВЫТВОРНЫХ ПРЫ ДАПАМОЗЕ F-МАНАГЕННЫХ ГІПЕРКАМПЛЕКСНЫХ ФУНКЦЫЙ

Гардынец І.Д.,
студэнт 2 курса Міжнароднага ўніверсітэта "МІТСО", г. Мінск, Рэспубліка Беларусь
Навуковы кіраўнік – Шылінец У.А., канд. фіз.-мат. навук, дацэнт

Для вывучэння дыферэнцыяльных раўнанняў у частковых вытворных выкарыстоўваюцца розныя метады. Адным з такіх метадаў з'яўляецца метад функцый, манагенных у сэнсе У.С. Фёдарава (F-манагенных) [1–6]. У прыватнасці, пры дапамозе F-манагенных функцый удаецца пабудаваць функцыянальна-інварыянтныя рашэнні сістэмы Максвэла для электрамагнітнага поля ў пустаце [7, 8]. Акрамя гэтага, пры дапамозе адзначаных функцый удаецца для асобных відаў дыферэнцыяльных раўнанняў і сістэм дыферэнцыяльных раўнанняў будаваць рашэнні ў замкнутай форме.

У дадзенай працы пры дапамозе F-манагенныя гіперкамплексныя функцыі даследуецца сістэма трох дыферэнцыяльных раўнанняў у частковых вытворных.

Разгледзім сістэму дыферэнцыяльных раўнанняў у частковых вытворных выгляду

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial z}, \\ \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

дзе u, v, w – шуканыя камплексназначныя функцыі трох рэчаісных зменных x, y, z. Усе разглядаемыя функцыі мяркуюцца дыферэнцавальнымі у некаторым адназвязным абсягу D эўклідавай прасторы $E^3(x, y, z)$.

Няхай алгебра A – асацыятыўна-камутатыўная алгебра з базісам $1, \lambda, \lambda^2$, дзе закон множання вызначаецца роўнасцю $\lambda^3 = 1$.

Увядзём у разгляд гіперкамплексную функцыю $f = u + \lambda v + \lambda^2 w$. У якасці базы фармальных вытворных выбіраем гіперкамплексныя функцыі $p = x + 2\lambda y + \lambda^2 z$, $q = \lambda y + \lambda^2 z$, $t = \lambda^2 z$ [9].

Тады, на падставе азначэння фармальных вытворных [9], атрымліваем наступную тэарэму.

Тэарэма 1. Сістэма дыферэнцыяльных раўнанняў у частковых вытворных (1) раўназначная раўнанню ў фармальных вытворных

$$\frac{\partial f}{\partial t}=0, \qquad (2)$$

дзе $f=u+\lambda v+\lambda^2 w$, $\dfrac{\partial f}{\partial t}=f'_x+\lambda f'_z+\lambda^2 f'_y$.

Роўнасць (2) сведчыць аб тым, што f – адвольная манагенная ў сэнсе У.С. Фёдарава адносна функцый p і q у абсягу D функцыя.

Калі даследаваць структуру такіх F-манагенных гіперкамплексных функцый, то атрымаем наступную тэарэму.

Тэарэма 2. Агульнае рашэнне сістэмы дыферэнцыяльных раўнанняў у частковых вытворных (1) мае выгляд:

$$u=\frac{P+Q+R}{3},$$

$$v=\frac{P\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}r\right)-Q\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}r\right)-R\left(\frac{1}{3}r-\frac{1}{3}\right)}{1-r},$$

$$w=\frac{Q\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}r\right)-P\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}r\right)+R\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}r\right)}{1-r},$$

дзе $P\equiv P[\alpha,\xi]$ ($Q\equiv Q[\beta,\eta]$, $R\equiv R[\gamma,\zeta]$) – адвольная камплексная функцыя, F-манагенная па функцыях α і ξ (β і η, γ і ζ) у абсягу D, $\alpha=x+2yr^2+zr$, $\beta=x+2yr+zr^2$, $\gamma=x+2y+z$, $\xi=yr^2+zr$, $\eta=yr+zr^2$, $\zeta=y+z$, $r=e^{\frac{2}{3}\pi i}$.

1. Федоров, В.С. Основные свойства обобщённых моногенных функций / В.С. Федоров // Известия вузов. Математика. – 1958. – № 6.– С. 257–265.
2. Павлов, С.Д. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с частными производными с помощью моногенных функций в смысле В.С. Федорова / С.Д. Павлов // Anal. stiint. Univ. Iasi. – 1962. – F. 2. – T.8. – P. 323–329.
3. Стельмашук, Н.Т. О некоторых линейных дифференциальных системах в частных производных / Н.Т. Стельмашук // Сибирский математический журнал. – 1964. – № 1. – Т.5. – С. 166–173.
4. Кусковский, Л.Н. О краевой задаче типа Римана-Гильберта / Л.Н. Кусковский // Дифференциальные уравнения. – 1975. – № 3. – Т. 11. – С. 52–532.
5. Стельмашук, Н.Т. Метод формальных производных для решения задачи Коши для одной системы дифференциальных уравнений в частных производных / Н.Т. Стельмашук, В.А. Шилинец // Дифференциальные уравнения. – 1993. – № 11. – Т. 29. – С. 2019–2020.
6. Stelmashuk, N.T. The solution of the boundary value problem for a system of equations in formal derivatives by means dual differential operators / N.T. Stelmashuk, V.A. Shylinets // Труды института математики НАН Беларуси. – 2004. – № 2. – Т. 12. – С. 170–171.
7. Стельмашук, Н.Т. О преобразовании к каноническому виду системы линейных уравнений в частных производных с помощью двойных дифференциальных операторов / Н.Т. Стельмашук, В.А. Шилинец // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук.– 2008. – № 2. – С. 61–65.
8. Стельмашук, Н.Т. Об одном исследовании системы Максвелла с помощью F-моногенных функций / Н.Т. Стельмашук // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1967. – № 2. – Т. 7. – С. 431–436.
9. Стэльмашук, М.Т., Шылінец У.А. Пабудова інтэгральных выяўленняў для функцыянальна-інварыянтных рашэнняў сістэмы дыферэнцыяльных раўнанняў Максвэла / М.Т. Стэльмашук, У.А. Шылінец // Весці БДПУ. – 1999.– № 2. – С. 147–150.
10. Гусев, В.А. об одном обобщении ареолярных производных / В.А. Гусев // Bul. stiint. al Instit. politehnic Timisoara.– 1962.– F. 2. – T. 7.– P. 223–238.