РАЗВИВАЮЩИЕ ФУНКЦИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ КАК МЕТОДА АКТИВИЗАЦИИ МЫСЛИТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Качанова Елена Николаевна,
заместитель директора по учебной работе, учитель начальных классов ГУО «Средняя школа № 31 г. Витебска»

ОБУЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ РАЗВИТИЕ

Статья посвящена методическому обеспечению развития мыслительной деятельности младших школьников в процессе обучения решению задач методом математического моделирования. На основании ряда исследований, научно-практических положений, представленных в педагогической теории и практике, а также обобщения личного педагогического опыта автором предлагается в качестве компонентно-функциональной система работы над задачей через различные виды моделей. Особое значение придается формированию умений, позволяющих действовать в новых, неопределенных, проблемных ситуациях, для которых заранее нельзя наработать соответствующий алгоритм. Также вниманию читателей представляется ряд приемов и методов, подтвердивших свою эффективность в процессе обучения школьников. Методический материал построен с опорой на содержание учебного материала, представленного в действующей на данный момент учебной литературе для 1–4-х классов по математике.

Введение. Необходимость и целесообразность овладения младшими школьниками методом моделирования как методом познания в процессе учения можно обосновать с разных позиций.

Во-первых, это способствует формированию диалектико-материалистического мировоззрения.

Во-вторых, как показывают экспериментальные данные, введение в содержание понятий модели и моделирования существенно меняет отношение учащихся к учебному предмету, делает их учебную деятельность более осмысленной и продуктивной.

В-третьих, целенаправленное и систематическое обучение методу моделирования приближает младших школьников к методам научного познания, обеспечивает их интеллектуальное развитие [1].

Основная часть. Для того чтобы научить учащихся моделированию как способу познания, учителю недостаточно демонстрировать им различные модели и показывать процесс моделирования отдельных явлений. Представляется необходимым, чтобы школьники сами строили модели, сами изучали какие-либо объекты, явления с помощью моделирования [2, с. 1].

Наблюдение в своей педагогической деятельности за результатами применения приема моделирования задач позволило мне убедиться в том, что этот прием стал для учащихся по-настоящему действенным способом поиска решения. Кроме того, обоснование младшими школьниками своих действий при построении модели способствует активизации мыслительной деятельности, развитию умения рассуждать, учит последовательно и аргументированно излагать свои мысли (прил. 1).

В ходе работы над текстовой задачей я формирую у учащихся умение переходить от модели одного вида к другой. Например, на этапе анализа задачи возможен переход от *словесной* модели к *высказывательной*, где в процессе моделирования отбрасывается лишняя информация, которая не влияет на содержание задачи. Например:

«Вера пришла к подруге Оле, которая кормила кроликов и цыплят. “Сколько у вас цыплят и кроликов?” – спросила Вера. “Догадайся сама: число ног у цыплят 30, а у кроликов – 92”, – ответила Оля. Вера быстро догадалась, сколько всего цыплят и кроликов кормила Оля. А ты догадался?»

Высказывательной моделью будет следующий текст: «Число ног у цыплят – 30, а у кроликов – 92. Сколько всего цыплят и кроликов?».

Частое использование однообразных по строению моделей искусственно задерживает у детей развитие способностей к мышлению. Поэтому я часто перехожу от одной модели к другой, что позволяет мне использовать разнообразные приемы работы над задачей.

Рассмотрим пример № 1.

Вспомогательная модель

↓

Высказывательная модель

↓

Математическая модель

При вспомогательной модели учащиеся составляют текст задачи и записывают решение. Перед составлением высказывательной модели необходимо подробно проанализировать схематический чертеж:

Далее дети составляют текст задачи: «Максим отгадал 10 загадок, Алеша – на 4 загадки больше, чем Максим, а Таня – на 6 загадок меньше, чем Алеша. Сколько загадок отгадала Таня?» и записывают решение: (10 + 4) – 6 = 8 (з.)

Пример № 2.

Математическая модель

↓

Высказывательная модель

↓

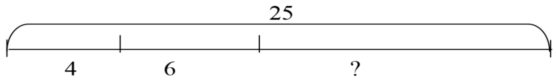
Схематизированная модель

Учитель записывает на доске решение задачи по действиям с полным пояснением:

1) 4 + 6 = 10 – учеников посещают волейбольную и лыжную секции;

2) 25 – 10 = 15 – учеников не посещают спортивные секции.

Учащиеся по решению составляют задачу: «Из 25 учащихся класса 4 ученика посещают волейбольную секцию и 6 учеников – лыжную. Сколько учеников не посещают спортивные секции?». Далее следует иллюстрирование ее условия на схематическом чертеже:



Пример № 3.

Высказывательная модель

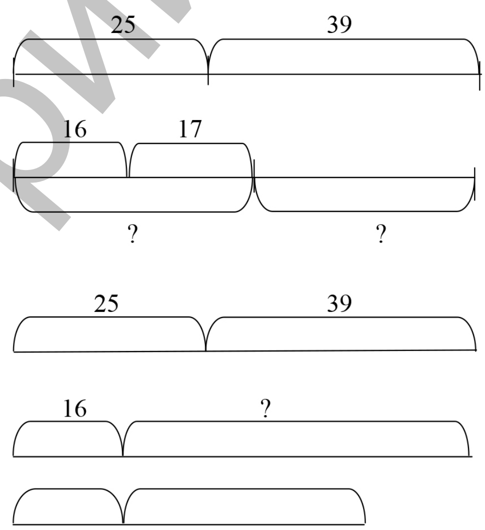
↓

Вспомогательная модель

↓

Математическая модель

Учащиеся читают и анализируют задачу, строят вспомогательную модель и записывают решение. В зависимости от построения схематического чертежа (а он может быть различным) записывается решающая модель. Вспомогательная модель чертится одновременно по ходу анализа задачи. «У хоккеистов было 25 старых клюшек и 39 новых. За время зимнего сезона у них сломалось 16 клюшек, а за время весеннего – еще 17 клюшек. Сколько клюшек осталось?»



(25 + 39) – (16 + 17)

(25 + 39) – 16 – 17

Различное представление схематического чертежа позволяет найти различные способы решения задач и не вырабатывает у детей шаблонного, автоматического подхода к процессу работы над текстовой задачей.

Итак, для полноценной работы над задачей ребенок должен уметь:

1) хорошо читать и понимать смысл прочитанного;

2) анализировать текст задачи, выявляя его структуру и взаимоотношения между данными и искомым;

3) правильно выбирать и выполнять арифметические действия;

4) записать решение задачи с помощью соответствующей математической символики [3, с. 73].

Работу по освоению детьми моделирования текстовых задач можно условно разбить на три этапа:

1-й этап – обучение детей преобразованию предметных действий в работающую модель. Задача учителя на данном этапе – показать учащимся стандартные операции со множествами: объединение двух непересекающихся множеств, удаление из множества его подмножества, а также отношения между множествами (целое – часть) (прил. 3).

2-й этап – обучение детей составлению обратных задач к данной на основе работы с моделью, группировка задач и моделей по видовым группам (неизвестно целое; неизвестна часть) (прил. 4).

3-й этап – творческая работа учащихся над задачей на основе использования модели. Данный вид работы включает следующие приемы:

– подбор модели к задаче и задачи к модели;

– модификация сюжета задачи; составление аналогичной задачи, с тем чтобы она решалась по той или иной модели;

– обоснование правильности решения задачи на основе модели;

– исключение из текста задачи лишних условий и дополнение содержания задачи недостающими данными (прил. 5).

При условии проведения такой подготовительной работы с вещественными моделями (предметной наглядностью) уже через несколько месяцев учащиеся будут хорошо подготовлены к переходу от вещественных моделей к схематическим.

На этом начальном этапе я использую рисованную схему, а не схему в отрезках. Схема в отрезках, безусловно, является эффективным приемом моделирования текстовой задачи, но, пожалуй, она слишком абстрактна. Поэтому многие шестилетки с большим трудом осваивают этот вид символизации текстовой задачи.

Рисованная схема в виде рисунка, напоминающего граф, предельно проста в исполнении, посильна для любого ребенка и наглядна. Кроме того, дети с удовольствием рисуют эти схемы как на доске, так и в тетради (рис. 1, 2).

Главное достоинство такой схемы с математической точки зрения – это точное отображение смысла операции сложения (объединение) и вычитания (удаление части).

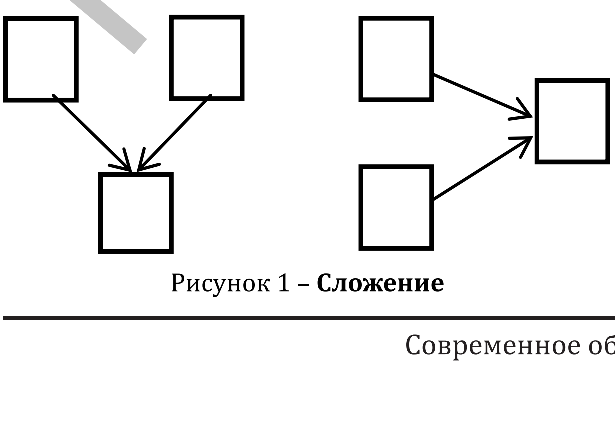


Рисунок 1 – **Сложение**

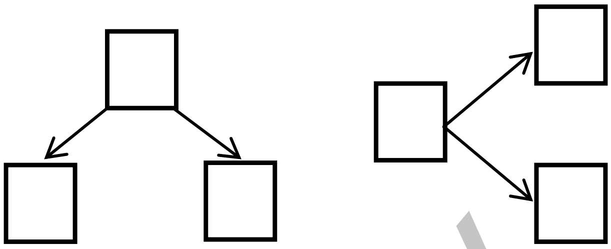


Рисунок 2 – **Вычитание**

Такая модель позволяет сделать математические связи и зависимости максимально наглядными для учеников. Объясняя свои действия при составлении схемы, учащийся привыкает описывать ход мысли словами, что является базой для формирования умения анализировать задачу [4, с. 18].

Следует отметить, что предметное и схематическое моделирование задачи выполняется одновременно с ее анализом, так как только в этом случае, как показала практика, оно будет действенным средством, оказывающим реальную помощь в обучении детей самостоятельному решению задач (прил. 2).

Наибольшие трудности учащиеся испытывают при работе с задачами нетрадиционного вида, а ведь именно умение решать нетиповые задачи служит показателем хорошего математического развития. Чтобы научить детей способам работы с такими задачами, необходимо убедить их в эффективности визуальной структурной модели задачи [5, с. 54]. Например, предлагаю решить задачи:

№ 1. «Лена решила на 2 примера больше, чем Таня, и на 1 меньше, чем Оля. Кто из девочек решил больше примеров и на сколько?» (рис. 3).

№ 2. «На первой полке книг на 20 больше, чем на второй, а на второй в 3 раза меньше, чем на первой. Сколько книг на каждой полке?» (рис. 4).

Дети затрудняются сразу ответить. При повторном чтении строю схему.

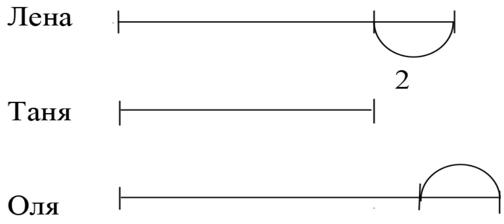


Рисунок 3

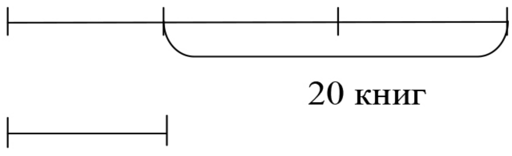


Рисунок 4

Чертеж превратил трудную задачу в легкую! Дети делают вывод: если мы научимся работать с чертежами (строить их, читать), значит многие трудные задачи станут легкими.

Таким образом, умение переводить текстовую модель в предметную или схематическую является *решающим* для организации процесса самостоятельной работы над задачей.

Свидетельством результативности и эффективности описанного выше метода развития и активизации мыслительной деятельности детей можно считать следующие статистические данные: к концу 2015/2016 учебного года средний балл по математике в 3 «А» классе государственного учреждения образования «Гимназия № 3 г. Витебска имени А.С. Пушкина» составлял 7,4.

В результате работы с текстовыми задачами с использованием метода моделирования к концу 2016/2017 учебного года 100% учащихся достигли высокого и достаточного уровня успеваемости по математике, а именно: средний балл по классу уже составлял 8,2. Динамика роста свидетельствует о продуктивности данного опыта.

Благодаря использованию метода моделирования учащиеся овладели следующими умениями:

– работать самостоятельно со смысловой моделью задачи;

– моделировать (в том или ином виде) заданную в задаче ситуацию;

– составлять математическое выражение, соответствующее смыслу ситуации;

– владеть способами проверки ответа задачи;

– отстаивать свою точку зрения.

Заключение. Представленная система работы позволила научить детей отражать соотношения между данными задачи и искомым в графической модели, рассуждать и доказывать свое мнение. Решая задачи, представляющие для учащихся уже хорошо известные им математические модели, дети способны самостоятельно осмыслить и дополнительно достроить их. Это включает их в этап поиска пути решения и развивает элемент творчества.

Работу в данном направлении я не считаю законченной. Есть возможности совершенствования в применении деятельностного подхода на уроках математики с использованием ИКТ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Матвеева, Н.А. Использование различного построения моделей в процессе обучения решению задач / Н.А. Матвеева // Начальная школа плюс До и После. – 2005. – № 9.
2. Карпенко, А.В. Использование метода моделирования на уроках математики в начальной школе / А.В. Карпенко // Начальная школа плюс До и После. – 2005. – № 11.
3. Белошистая, А.В. Методический семинар: вопросы обучения решению задач / А.В. Белошистая // Начальная школа плюс До и После. – 2003. – № 4; 7.
4. Белошистая, А.В. Прием графического моделирования при обучении решению задач / А.В. Белошистая // Начальная школа. – 2009. – № 9.
5. Царева, С.Е. Учебная деятельность и умение. Учебная деятельность и умение учиться / С.Е. Царева // Начальная школа. – 2007. – № 9.

Приложение 1

Фрагмент урока в 1-м классе

Тема: Знакомство с задачами на сложение.

Цель: к концу урока учащиеся будут уметь моделировать задачную ситуацию на схеме

«У мальчика было 3 красных мяча и 2 синих. Сколько мячей было у мальчика?».

Учитель:

– О чем спрашивается в задаче? (Сколько мячей было у мальчика.)

– Что нужно сделать с синими мячами в нашей задаче, чтобы мячи были все вместе? (Их нужно сложить вместе с красными.)

Дети кладут синие мячи в коробку, где лежит три красных мяча.

– Сколько красных мячей было в коробке? (Три.)

– А теперь мячей в коробке стало больше или меньше? (Стало больше.)

– Почему? (Мы к мячам добавили два.)

– Как мы это запишем? (Три плюс два (3 + 2))

– Сколько же всего мячей было у мальчика? (К трем прибавили два, получили пять.)

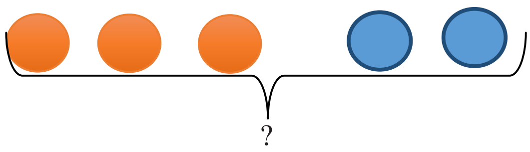
– Давайте проверим, правильно ли вы решили задачу: достанем мячи из коробки и пересчитаем.

– Теперь запишем задачу и ее решение в тетради. (Переход от предметного к графическому моделированию.) Как можно изобразить в тетради мячи? (Кружками.)

– Изобразим на схеме требование задачи большой скобкой: как будто две руки собирают все мячи вместе (Дети рисуют скобку.) Напишем под скобкой вопросительный знак.

– Закройте кружки полоской бумаги. Как узнать, сколько кружков, не пересчитывая их?

Что нужно сделать? (Сложить 3 и 2.)



Запишем решение: 3 + 2 = 5 (м.)

Итог: целое определяли по известным частям, целое больше своих частей.

Приложение 2

Работа на втором этапе с моделями проходит по обучению учащихся составлению обратных задач к данной. Знакомство лучше проводить сразу с группой задач, которые разбиваются на три блока.

Первый блок. Основная задача – на конкретный смысл действия сложения; обратные – на нахождение неизвестного слагаемого.

Второй блок. Основная задача – на конкретный смысл действия вычитания; обратные – на нахождение неизвестного уменьшаемого или вычитаемого.

Третий блок. Основная задача – на увеличение числа на несколько единиц в прямой форме; обратные – на уменьшение числа на несколько единиц в косвенной форме и на разностное сравнение.

Рассмотрим пример задачи на увеличение числа на несколько единиц.

«Сестра посадила 3 куста смородины, а брат на 2 куста больше, чем сестра. Сколько кустов смородины посадил брат?».

При структурном разборе задачи совместно с детьми на доске создается модель задачи (рис. 1).

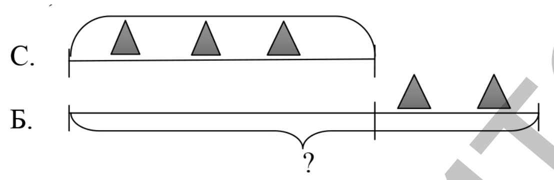


Рисунок 1

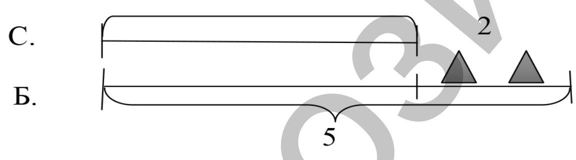


Рисунок 2

Под моделью записывается решение и ответ. Далее данное становится искомым, а искомое – данным. По полученной схеме (рис. 2) дети предлагают формулировки задач:

Сестра посадила несколько кустов смородины, а брат посадил 5 кустов, что на 2 куста больше, чем сестра. Сколько кустов смородины посадила сестра?

Брат посадил 5 кустов смородины. Сколько кустов смородины посадила сестра, если брат посадил больше ее на 2 куста?

Так происходит знакомство детей с задачами, выраженными в *косвенной* форме.

Следующая обратная задача и модель к ней (рис. 3) знакомит детей с задачами на *разностное* сравнение.

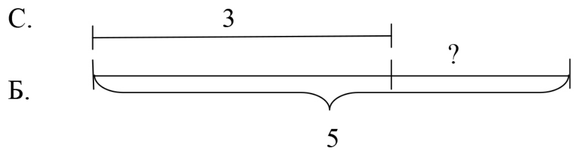


Рисунок 3

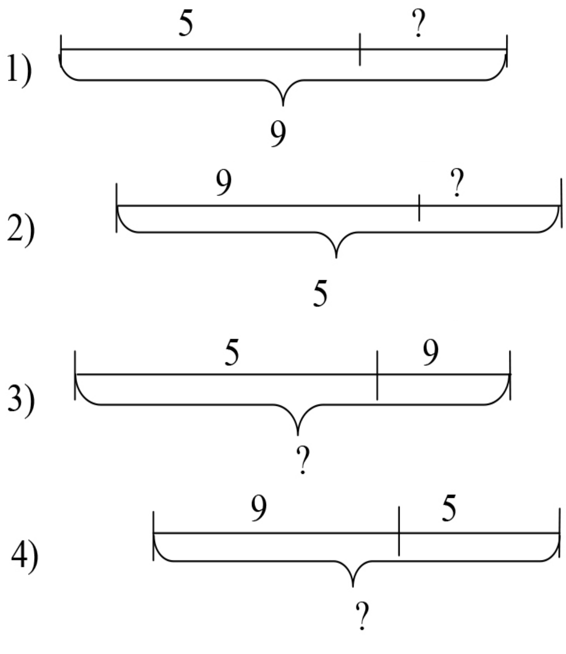
«Сестра посадила 3 куста смородины, а брат 5 кустов. На сколько кустов смородины брат посадил больше сестры?».

Приложение 3

Метод моделирования использую не только для объяснения выбора действия, но и предлагаю учащимся по готовой модели составить задачу, определить, соответствует ли эта модель прочитанной задаче, выбрать из предложенных моделей ту, которая соответствует данной задаче, найти ошибки в рисунках и т.п. Такая творческая работа детей над задачей на основе использования модели проходит на третьем этапе. Например, задания на выбор модели из предложенного набора к данной задаче, или наоборот, выбор задачи, подходящей к данной модели, могут служить тестом на понимание детьми условия задачи. Например, детям предлагается следующая задача:

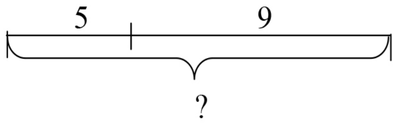
«На ветке сидело несколько птиц. После того как 5 птиц улетело, их осталось 9. Сколько птиц сидело на ветке?».

Требуется выбрать для нее подходящую модель из списка предложенных.



С логической точки зрения, если не принимать во внимание отношение больше / меньше при сравнении отрезков, изображающих слагаемые 9 и 5, правильными являются две последние модели. Однако я считаю целесообразным обращать внимание детей на эти отношения слагаемых, и поэтому к данной задаче подходит только четвертая модель.

Чтобы подчеркнуть возможность перестановки слагаемых в нахождении суммы, мы предлагаем детям в дальнейшем и пятую модель, которая так же, как и четвертая, полностью соответствует условию задачи.



Таким образом, опыт показывает, что обучение с применением творческих заданий по моделированию повышает активность мыслительной деятельности учащихся, помогает понять задачу, осознать выбор арифметического действия, найти самостоятельно рациональный путь решения, определить условия, при которых задача имеет или не имеет решения.

Приложение 4

Фрагмент урока в 4-м классе

Тема: Решение задач по сумме и разности

Цель: учить решать задачи по сумме и разности; развивать способности строить и читать чертежи, способствующие решению составных задач.

Постановка проблемы

– Подберите к задачам подходящие схемы, составьте буквенные выражения, обсудите решения в паре.

(Учащиеся работают на индивидуальных листках.)

– Что изображает верхний отрезок? Известно ли, сколько учеников?

– Что изображает второй отрезок? Известно ли количество?

– Почему ко второй задаче у вас получились разные решения? (Мы такие задачи еще не решали.)

Определение темы и цели урока

– Чем похожи задачи?

– Чем вторая задача отличается от первой?

– Молодцы! Вы правильно заметили, что во второй задаче неизвестно количество учеников ни одного и ни второго класса.

– А что известно, назовите данные. (Сумма и разность.) Значит, нам придется находить искомое только по сумме и разности данных чисел.

– Как бы вы назвали этот новый тип задач? (Решение задач по сумме и разности.)

– Опираясь на тему, поставьте цель. (Научиться решать задачи, в которых значение двух величин надо найти по их сумме и разности.)

«Открытие» детьми нового знания

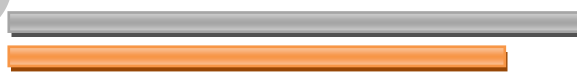
Разберемся с решением этой задачи, глядя на схему и при помощи полосок, которые находятся у вас на партах.

– Что будет изображать длинная полоска? (Большее число или количество детей в одном классе.)

– А короткая полоска? (Меньшее число или количество детей во втором классе.)

– Что обозначает **ά**? (Сумму детей.)

– Покажите с помощью полосок, чему равно **ά**?



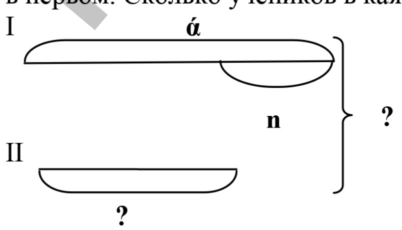
– А как показать на полосках значение разности n? (Дети накладывают полоски друг на друга и закрашивают.)

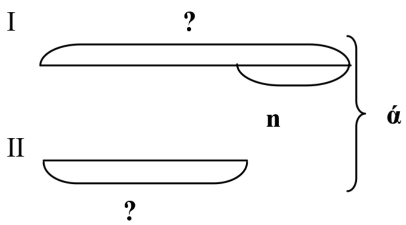
– А как уравнять количество детей? Сколько стало детей? **(ά – n)**

– Значит, две эти маленькие полоски равны **ά – n.**

а) В одном классе ά учеников, а в другом на n меньше. Сколько учеников в двух классах?

б) В двух классах ά учеников, причём во втором на n меньше, чем в первом. Сколько учеников в каждом классе?





– А чему равна одна?

(ά – n) : 2

– Мы нашли длину меньшей.

– А как узнать большее число? (Нужно к меньшему прибавить n.)

Составим алгоритм и запишем его:

1) ά – n – удвоенное меньшее число;
2) (ά – n) : 2 – меньшее число;
3) (ά – n) : 2 + n – большее число.

Физкультминутка

Вернемся к алгоритму. Мы нашли сначала удвоенное меньшее число, а теперь найдем удвоенное большее число. (Работа в группах.)

– Какая группа это может сделать быстрее?

1) ά + n – удвоенное большее число;
2) (ά + n) : 2 – большее число;
3) (ά + n) : 2 – n – меньшее число.

Вывод: при вычитании из суммы разности получается удвоенное меньшее число, а при сложении – удвоенное большее.

Побуждающий к действию диалог

– Вы хотели научиться решать задачи по сумме и разности. То, что вы уже сделали, продвинуло вас к этой цели?

– Что можно из того, что вы уже сделали, применить к другой задаче такого же типа? (Алгоритм.)

– Итак, вы уже знаете, как решать такие задачи. У вас даже есть алгоритм. Но *ЗНАТЬ* мало. Надо еще и *УМЕТЬ!*

– Что нужно для этого? (Потренироваться.)

– Где вы можете взять задачи? (В учебнике.)

– Правильно. Задача № 8, с. 31. Вы можете работать в паре или индивидуально. Времени у вас на эту работу 5 минут.

(Проверка по эталону на доске.)

– Как проверить, правильно ли решена задача? (Найти сумму и разность чисел.)

Рефлексия

– Какую цель мы ставили в начале урока?

– Достигли ли мы цели?

– Что нам помогло при решении этих задач? (Чертеж и алгоритм.)

Приложение 5

Фрагмент урока во 2-м классе с использованием ИКТ

Тема: Решение задач.

Цель: учить использовать схемы для обоснования выбора вычислительного приема; формировать умение переходить от модели одного вида к другой.

Актуализация знаний

– Повторим, из каких частей состоит задача.

– Какими словами может начинаться вопрос?

– Задачи с каким вопросом решаются, опираясь на правило? (На сколько..?)

Расскажите это правило. Его применяем тогда, когда в задаче большие числа и мы не можем составить пары для сравнения, обозначив предметы геометрическими фигурами.

Работа с задачами (Г.Л. Муравьева «Математика», 2-й класс, с. 52–53.)

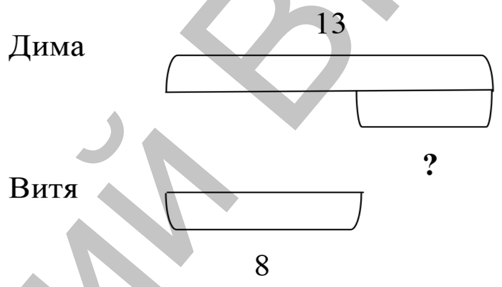
1) Задача № 4, с. 52

«Дима поймал 13 раков, а Витя 8 раков. На сколько больше раков поймал Дима, чем Витя?».

– Назовите действующих лиц. О каких объектах говорится?

– Что можно делать с раками? Чем полезны раки? (Сообщение ученика.)

– Построим схему к задаче.



– Что изображает верхний отрезок?

– Известно ли, сколько раков поймал Дима?

– Что изображает второй отрезок?

– Известно ли, сколько раков поймал Витя?

– Что обозначает выделенный отрезок? Как найти разницу? Запишите решение и ответ.

Физкультминутка

2) Задача № 8, с. 53 «Составьте свою задачу по этой же схеме»

– Выберем сначала объекты, о которых будет говориться в задаче. Задаем тему: лето.

– Какие сюжетные слова можно использовать? Составьте текст задачи. (Дети рассказывают свои задачи.) Как записать решение? (Опирайтесь на правило.) Впишите свои наименования.

3) Задача № 5, с. 52 «Составьте задачу по рисунку, которая решается так: 15 – 7 = 8»

Рассмотрим рисунок.

– Кого вы видите? Где сидят дети? Когда это могло происходить? Объектами какого множества могут быть мальчики и девочки? (Классы, кружки, отряды.) Что они могли делать? (Пошли в поход, участвовали в игре и т.п.)

– Сколько детей на рисунке? Что в записи решения обозначает это число? (Ответ, значит, его искали.)

– Опираясь на решение, сформулируйте требование (вопрос задачи). Какими словами он может начинаться?

– Сформулируйте текст задачи, опираясь на данное решение, с вопросом «Сколько..?».

Вывод: к одному выражению можно составить несколько задач разных видов.