совпадает с прямым произведением $\mathfrak{F}^0$-корадикалов этих групп. Формацию $\mathfrak{F}$ называют *формацией Локетта* $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}^0$.

Основная цель настоящей работы – описание необходимого и достаточного условия, когда частично локальный класс Фиттинга является формацией Локетта.

Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, $\varnothing \neq \omega \subseteq \mathbb{P}$ и $\omega' = \mathbb{P}\setminus\omega$. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют ω-*локальным* [4], если локальный класс Фиттинга, порожденный $\mathfrak{F}$, содержится в фиттинговом произведении $\mathfrak{F}\,\mathfrak{N}_{\omega'}$, где $\mathfrak{N}_{\omega'}$ – класс Фиттинга всех нильпотентных групп ω'-групп. Как установлено в работе [5], каждый ω-локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ можно определить посредством функции F такой, что для всех $p \in \omega$, что $F(p) = F(p)\,\mathfrak{N}_p \subseteq \mathfrak{F}$ и классы $F(p)$ являются классами Локетта, а $f(\omega') = \mathfrak{F}$. Такую функцию будем называть *канонической* для $\mathfrak{F}$.

Развитие и усиление результатов первого автора из [6] представляет

ТЕОРЕМА. ω-*Локальный класс Фиттинга* $\mathfrak{F}$ *является формацией Локетта тогда и только тогда, когда все значения его канонической функции – формации Локетта.*

1. Doerk, K. Finite solvable groups / K. Doerk, T. Hawkes // Berlin–New York : Walter de Gruyter. – 1992. – P.891.
2. Lockett, P. The Fitting class F^* / P. Lockett // Math. Z. – 1974. – Bd. 137. – S. 131–136.
3. Doerk, K. On the residual of a direct product / K. Doerk, T. O. Hawkes // Arch. Math. – 1978. – Bd. 30. – S. 458–468.
4. Skiba, A. N. Multiply ω-local formations and Fitting classes of finite groups / A. N. Skiba, L. A. Shemetkov // Siberian. Adv. Math. – 2000. – Vol. 10, № 2. – P. 112–141.
5. Воробьёв, Н. Т. О наибольшей приведенной функции Хартли / Н. Т. Воробьёв // Вопросы алгебры. – 1999 – Т. 15, № 1. – С. 14–17.
6. Guo, W. Formations defined by Doerk-Hawkes operation / W. Guo, S. N. Vorob'ev // J. Algebra. Appl. – 2018. – Vol. 17, № 12. // doi.org/10.1142/S0219498818502298.

КАНОНИЧЕСКОЕ АФФИННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ГРУППЫ ЛИ $G_4 I$

А.К. Гуц[1], М.Н. Подоксенов[2]
[1]Омск, ОмГУ имени Ф.М. Достоевского
[2]Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

В работе [1] был изложен метод построения аффинных представлений разрешимых вещественных групп Ли по коммутационным соотношениям соответствующей алгебры Ли. Результат, т.е. вид представления естественно зависит от вида коммутационных соотношений, и было бы полезно получить аффинное представление четырехмерных разрешимых групп Ли для коммутационных соотношений, используемых в классической монографии А.З.Петрова [2]. Цель данной работы: на примере группы Ли $G_4 I$ показать, как с помощью метода Ямагучи [1] решается задача получения желанного аффинного представления. Группа Ли $G_4 I$ интересна тем, что она фигурирует в качестве группы движений у пространств максимальной подвижности T_2, $\overset{*}{T}_2$ и T_3, $\overset{*}{T}_3$ [2].

Материал и методы. Рассматривается вещественная четырехмерная разрешимая алгебра Ли $\mathfrak{g}_4 I$ типа Бианки в форме [2]. Методом Ямагучи находится аффинное представление ее группы Ли в аффинном арифметическом пространстве R^n.

Результаты и их обсуждение. Пусть G вещественная связная группа Ли. Она допускает *аффинное представление в* R^n, если существует гомоморфизм

$$\alpha : G \to Aff\,(\mathsf{R}^n) \cong GL(\mathsf{R}^n),\;\; G \ni g :\to \alpha(g) \in Aff\,(\mathsf{R}^n),$$

где $Aff\,(\mathsf{R}^n)$ − группа афинных преобразований n-мерного арифметического пространства R^n, или, равно, общих линейных преобразований пространства R^n.

Пусть дана n-мерная группа Ли G_n, ее алгебра Ли $\mathfrak{g}_n$ с базисом $X_1,...,X_n$. Строим представление

$$\Lambda : \mathfrak{g}_n \to \mathfrak{gl}(\mathfrak{g}_n),\;\; \Lambda(X_i) : \mathfrak{g}_n \ni X_j \to \Lambda(X_i) X_j \in \mathfrak{g}_n,$$

такое, что

$$\Lambda(X_i)X_j - \Lambda(X_j)X_i = [X_i, X_j].$$

Рассматриваем алгебру Ли группы Ли $Aff(\mathbb{R}^n)$:

$$\mathrm{aff}(\mathbb{R}^n) = \left\{ \begin{pmatrix} A & a \\ 0 & 0 \end{pmatrix} : A - n \times n - \textit{матрица}, a = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n \right\}.$$

Определяем представление $\rho : \mathfrak{g}_n \to \mathrm{aff}(\mathbb{R}^n)$, полагая

$$\rho(X) = \begin{pmatrix} \Lambda(X) & \begin{matrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{matrix} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad X = \sum_{i=1}^{n} t_i X_i \in \mathfrak{g}_n, \rho(X_i) = \begin{pmatrix} \Lambda(X_i) & e_i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad e_i = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} i.$$

Пусть $G(n)$ – аналитическая подгруппа группы $Aff(\mathbb{R}^n)$ с алгеброй Ли $\rho(\mathfrak{g}_n)$. Тогда $G(n) \cong G_n$ и $G(n)$ действует просто транзитивно на $\mathbb{R}^n = \{(x^1,...,x^n,1)^{tr} : x^i \in \mathbb{R}\}$ (см. [1]).

Имеем 1-параметрическую подгруппу $G(t_i) = \exp(t_i X_i)$ группы Ли G_n, которой соответствует аффинное преобразование $\exp(t_i \rho(X))$: в $\mathbb{R}^n = \{(x^1,...,x^n,1) : x^i \in \mathbb{R}\}$:

$$G_n \ni \exp(t_i X_i) \to \exp(t_i \rho(X)) = e^{t_i \rho(X_i)} \in G(n),$$

$$e^{t_i \rho(X_i)} : \begin{pmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^n \\ 1 \end{pmatrix} \to e^{t_i \rho(X_i)} \begin{pmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^n \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t_i \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

Преобразования (1) порождают аффинное представление $\alpha(G_n)$:

$$\alpha : G_n \to GL(\mathfrak{g}_n) \cong GL(\mathbb{R}^n),$$

$$\alpha(\exp(t_i \Lambda(X_i))) \begin{pmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^n \end{pmatrix} = e^{t_i \Lambda(X_i)} \begin{pmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^n \end{pmatrix} + t_i e_i, \quad t_i \in \mathbb{R},$$

$$\exp : \mathfrak{gl}(\mathfrak{g}_n) \to GL(\mathfrak{g}_n),$$

группы Ли G_n с параметрами $(t_1,...,t_n)$.

Коммутационные соотношения для алгебры Ли $\mathfrak{g}_4 I$ имеют вид [2]:

$$[X_2, X_3] = X_1,\ [X_1, X_4] = cX_1, [X_2, X_4] = X_2, [X_3, X_4] = (c-1)X_3, . c \in \mathbb{R}.$$

Находим матрицы Ямагучи:

$$\Lambda(X_1) = \Lambda(X_2) = 0,$$

$$\Lambda(X_3)=\begin{pmatrix}0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix},\quad \Lambda(X_4)=\begin{pmatrix}-c & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -(c-1) & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix},$$

$$e^{t_1\rho(X_1)}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & t_1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix},\quad e^{t_2\rho(X_2)}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & t_2\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix},\quad e^{t_3\rho(X_3)}=\begin{pmatrix}1 & -t_3 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & t_3\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix},$$

$$e^{t_4\rho(X_4)}=\begin{pmatrix}\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\dfrac{c^n t_4^n}{n!} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\dfrac{t_4^n}{n!} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\dfrac{(c-1)^n t_4^n}{n!} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & t_4\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix},$$

Отсюда получаем соответствующие 1-параметрические группы аффинных преобразований:

$$G(t_1):\ (x^1,x^2,x^3,x^4)\to(x^1+t_1,x^2,x^3,x^4),$$
$$G(t_2):\ (x^1,x^2,x^3,x^4)\to(x^1,x^2+t_2,x^3,x^4),$$
$$G(t_3):\ (x^1,x^2,x^3,x^4)\to(x^1-t_3x^2,x^2,x^3+t_3,x^4),$$
$$G(t_4):\ (x^1,x^2,x^3,x^4)\to(e^{-ct_4}x^1,e^{-t_4}x^2,e^{-(c-1)t_4}x^3,x^4+t_4).$$

Композиция этих 1-параметрических подгрупп дает аффинное представление всей группы.

Заключение. В данной работе найдено аффинное представление вещественной разрешимой группы Ли G_4I для коммутационных соотношений из [2]. Аналогично находятся аффинные представления остальных разрешимых четырехмерных групп Ли.

1. Yamaguchi S. On complete affinely flat structures of some solvable Lie groups // Memories of the Faculty of Science, Kyushu Univ., Ser. A. – 1979. – Vol.33, no.2. – P. 209-218.
2. Петров А.З. Новые методы в общей теории относительности. – М.: Изд-во «Наука», 1966. – 496 с.

КОНЦЕПЦИЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДАННЫХ В УЧЕБНОМ ПРИЛОЖЕНИИ ДЛЯ ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

С.А. Ермоченко
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

На кафедре прикладного и системного программирования уже несколько лет ведётся разработка учебного web-приложения-тренажёра, позволяющего студентам развивать навыки решения задач по дисциплинам, имеющим математический компонент [1–2]. Специфика практических задач по этим дисциплинам заключается в том, что для преподавателя затруднён подбор условий таких задач, для студента затруднён процесс решения задач, а после решения для преподавателя затруднён процесс проверки решений. Автоматизация этих процессов позволяет экономить время, как студентов, так и преподавателей, что обуславливает *актуальность работы*. Одной из таких дисциплин является дисциплина «Теоретическая механика», читаемая у студентов специальности «Прикладная математика». Для решения описанных выше проблем и решено было разработать модуль для приложения-тренажёра.