

О КРАТНО σ -ЛОКАЛЬНЫХ КЛАССАХ ФИТТИНГА КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Н.Н. Воробьев
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые в работе группы являются конечными. Пусть $\sigma = \{\sigma_i \mid i \in I\}$ является некоторым разбиением множества всех простых чисел \mathbb{P} . Если n – целое число, символ $\sigma(n)$ обозначает множество $\{\sigma_i \mid \sigma_i \cap \pi(n)\}$; $\sigma(G) = \sigma(|G|)$ и $\sigma(f) = \bigcup_{G \in f} \sigma(G)$. Целые числа n и m называются σ -взаимно простыми, если $\sigma(n) \cap \sigma(m) = \emptyset$.

Следуя [1, 2] назовем некоторую функцию f вида

$$f: \sigma \rightarrow \{\text{классы Фиттинга}\} \quad (1)$$

σ -функцией и полагаем

$LR_\sigma(f) = \{G \mid G = 1 \text{ или } G \neq 1 \text{ и } G/O_{\sigma_i, \sigma_i}(G) \in f(\sigma_i) \text{ для всех } \sigma_i \in \sigma(G)\}$, где $O_{\sigma_i, \sigma_i}(G)$ – наименьшая σ_i -замкнутая нормальная подгруппа группы G .

Если класс Фиттинга f таков, что $f = LR_\sigma(f)$ для некоторой σ -функции f вида (1), то класс f назовем σ -локальным с σ -функцией Хартли f (более кратко, H_σ -функцией f). Следуя [1, 2] будем полагать, что всякий класс Фиттинга является 0-кратно σ -локальным. При $n > 0$ класс Фиттинга f назовем n -кратно σ -локальным, если либо $f = (1)$ – класс всех единичных групп, либо $f = LR_\sigma(f)$, где все значения $f(\sigma_i)$ являются $(n-1)$ -кратно σ -локальными классами Фиттинга для всех $\sigma_i \in \sigma(f)$. H_σ -функция называется внутренней, если $f(\sigma_i) \subseteq LR_\sigma(f)$ для всех i .

Теорема 1. Если $f = \bigcap_{j \in J} f_j$ и $f_j = LR_\sigma(f_j)$ для всех $j \in J$, тогда $f = LR_\sigma(f)$, где $f(\sigma_i) = \bigcap_{j \in J} f_j(\sigma_i)$ для всех $\sigma_i \in \sigma(f) = \bigcap_{j \in J} \sigma(f_j)$ и $f(\sigma_i) = \emptyset$ для всех $\sigma_i \in \sigma \setminus \sigma(f)$. Более того, если f_j – внутренняя H_σ -функция для всех $j \in J$, тогда f также является внутренней H_σ -функцией.

Пусть f – σ -функция. Тогда символом $\text{Supp}(f)$ обозначается множество всех σ_i таких, что $f(\sigma_i) \neq \emptyset$. σ -функция f называется l_σ^n -значной, если $f(\sigma_i)$ является n -кратно σ -локальным классом Фиттинга для всех $\sigma_i \in \text{Supp}(f)$. Заметим, что для любого множества групп X , $l_\sigma^n \text{fit}(X)$ является n -кратно σ -локальным классом Фиттинга. Будем называть данный класс Фиттинга n -кратно σ -локальным классом Фиттинга, порожденным X .

Для любых двух классов Фиттинга M и H будем полагать $M \vee_\sigma^n H = l_\sigma^n \text{fit}(M \cup H)$. Если m и h являются l_σ^n -значными σ -функциями, тогда $m \vee_\sigma^n h$ является σ -функцией такой, что $(m \vee_\sigma^n h)(\sigma_i) = m(\sigma_i) \vee_\sigma^n h(\sigma_i)$ для всех i ; мы используем также $m \cap h$ для обозначения σ -функции такой, что $(m \cap h)(\sigma_i) = m(\sigma_i) \cap h(\sigma_i)$ для всех i .

Теорема 2. Пусть $f_j = LR_\sigma(f_j)$, где f_j является внутренней l_σ^{n-1} -значной H_σ -функцией f_j , $j = 1, 2$. Тогда $f = f_1 \vee_\sigma^n f_2 = LR_\sigma(f)$, где $f = f_1 \vee_\sigma^{n-1} f_2$ является внутренней H_σ -функцией.

1. Chi, Zhang. On one application of the theory of n -multiply σ -local formations of finite groups / Zhang Chi, V.G. Safonov, A.N. Skiba // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2018. – № 2 (35). – P. 85–88.
2. Скиба, А.Н. Кратно σ -локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Матем. труды. – 1999. – Т. 2, № 2. – С. 114–147.

КЛАССЫ ФИТТИНГА И ФОРМАЦИИ ЛОКЕТТА

С.Н. Воробьев, Н.Т. Воробьев
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

В работе рассматриваются только конечные группы. В определениях и обозначениях мы следуем [1]. При построении структурной теории классов Фиттинга ключевым объектом в исследованиях является оператор Локетта «*» [2]. Напомним, что оператор «*» сопоставляет каждому непустому классу Фиттинга F наименьший из классов Фиттинга F^* , содержащий F такой, что для любых групп G и H F^* -радикал их прямого произведения совпадает с прямым произведением F^* -радикалов этих групп. Класс Фиттинга F называют классом Локетта [2], если $F = F^*$.

Дуализируя оператор «*» Дёрк и Хоукс [3] в теории формаций групп определяют оператор « 0 ». Каждой непустой формации F оператор « 0 » сопоставляет наименьшую формацию F^0 , содержащую F такую, что для любых групп G и H F^0 -коррадикал прямого произведения G и H