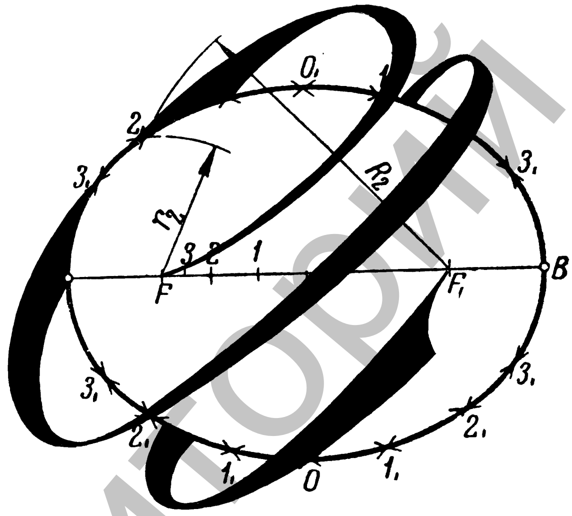
Е.А. Василенко
А.А. Стрижак

Геометрические построения



Е.А. Василенко, А.А. Стрижак

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ

УДК 744 (075)
ББК 30.11Я 73
В19

Авторы: профессор кафедры начертательной геометрии и технической графики УО «ВГУ им. П.М. Машерова», доктор педагогических наук ***Е.А. Василенко***, сотрудник кафедры начертательной геометрии и технической графики УО «ВГУ им. П.М. Машерова» ***А.А. Стрижак***

Рецензент: кандидат педагогических наук, доцент кафедры начертательной геометрии и технической графики ***А.А. Альхименок***

Пособие предназначено для студентов художественно-графического факультета и может быть использовано на первоначальном этапе изучения дисциплины «Черчение». Его особенность состоит в том, что вместе с краткой теоретической частью учебного материала даются поэтапные графические построения.

Пособие может быть использовано учащимися средних специальных учебных заведений, а так же школьниками, изучающими предмет в лицейских классах или на повышенном или углубленном уровне.

УДК 744 (075)
ББК 30.11Я 73

Введение

Изображения на чертежах состоят из различных линий. Чертеж, например, угольника состоит только из прямых линий (рис. 1), чертеж прокладки (рис. 2) – из окружностей и дуг окружностей, на чертеже планки (рис. 3) есть прямые, окружности и дуги окружностей.

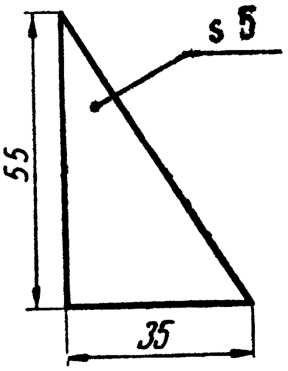


Рис. 1

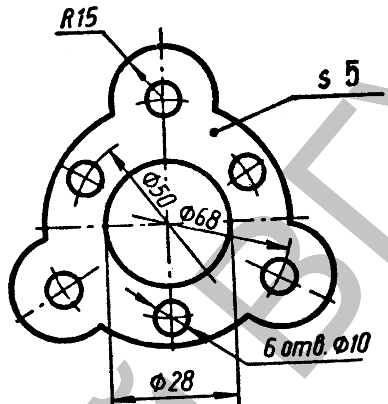


Рис. 2

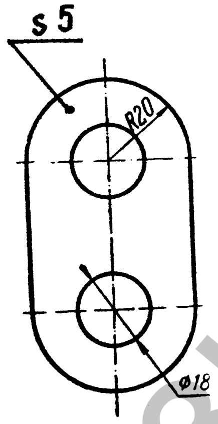


Рис. 3

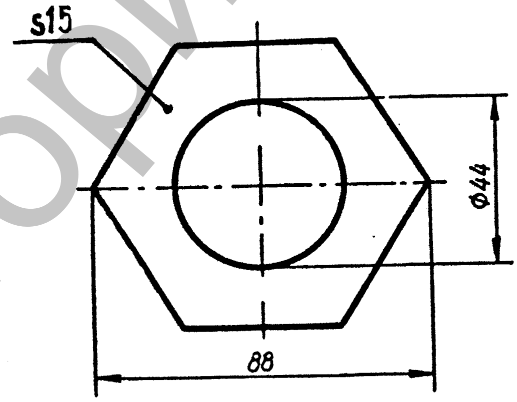


Рис. 4

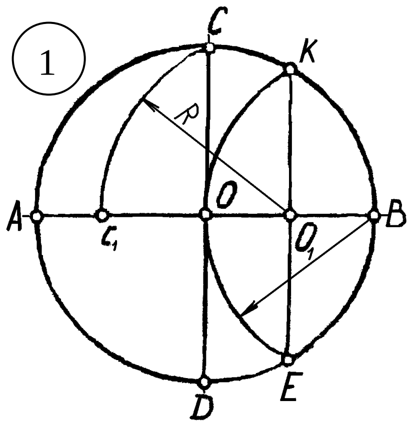
Чтобы вычертить чертеж заготовки гайки (рис. 4) надо знать, как поделить окружность на шесть равных частей.

Эти примеры показывают, что при выполнении чертежей и при разметке заготовок деталей при их обработке необходимо уметь выполнять различные геометрические построения: делить отрезки и окружности на равные части, строить сопряжения, вычерчивать циркульные и лекальные кривые.

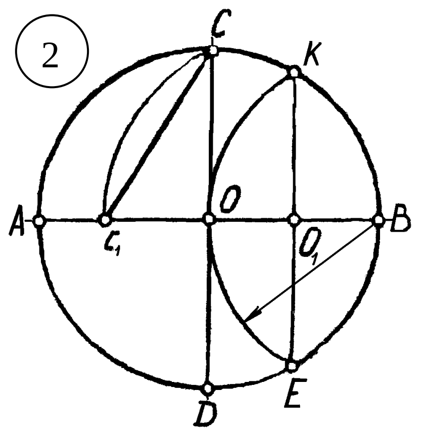
Геометрические построения – это способ решения задачи, при котором ответ находят графическим путем, не применяя математических вычислений. При этом результат получают достаточно точный. Во многом точность зависит от аккуратности выполнения чертежа и хорошей подготовки к работе чертежных инструментов.

Геометрические построения относятся и изучаются в разделе курса, который принято называть «Геометрическое черчение».

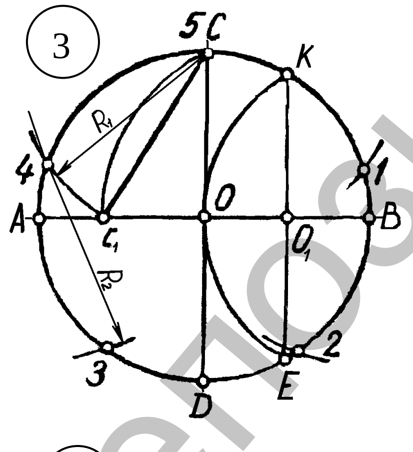
Деление окружности на пять равных частей



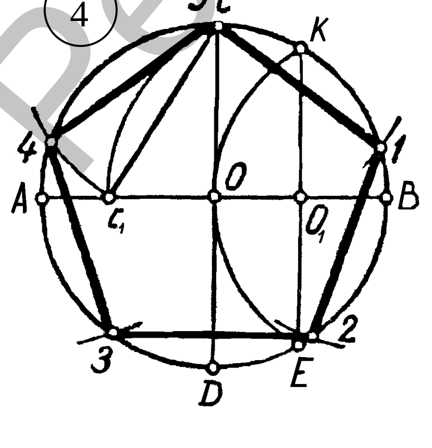
Один из радиусов окружности (например, *OB*) делят пополам и отмечают точку O_1. Взяв за центр точку O_1 радиусом O_1C проводят дугу до пересечения с горизонтальной осевой линией в точке C_1.



Соединяют прямой точки *C* и C_1. Отрезок CC_1.будет равен стороне правильного вписанного в окружность пятиугольника.

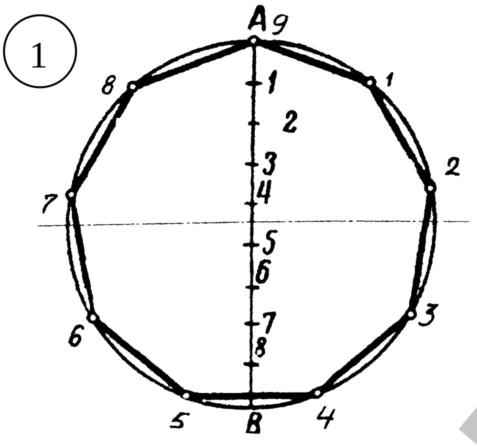


Приняв за центр (например точку *C*), радиусом равным отрезку CC_1 делают поочередно на окружности засечки и получаем точки 4, 3, 2, 1.

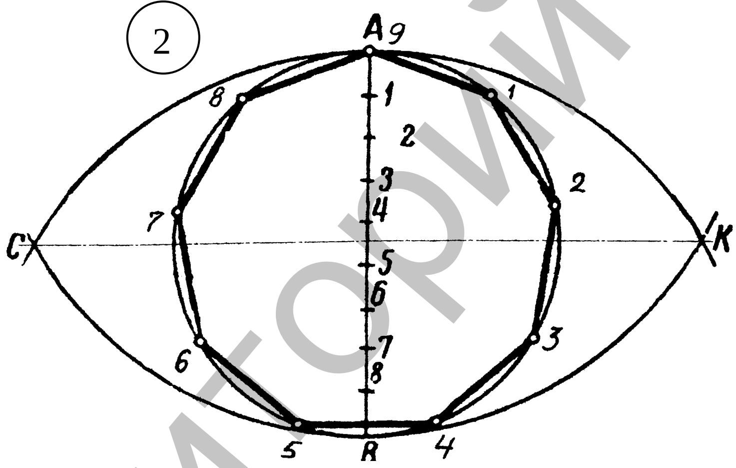


Соединив их между собой, получают правильный пятиугольник, вписанный в окружность.

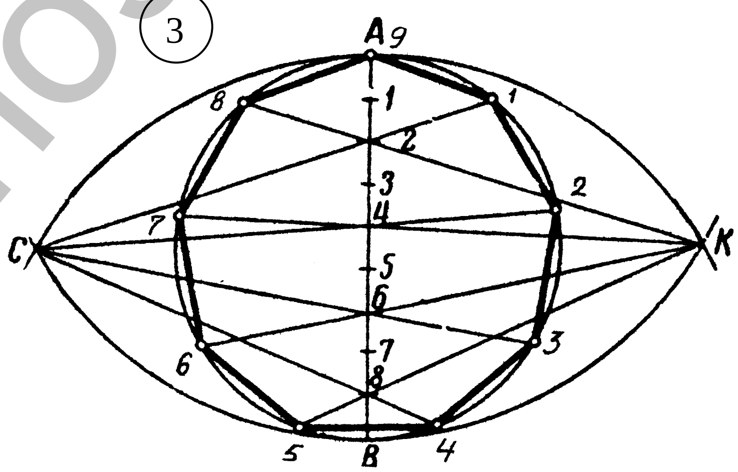
Деление окружности на любое число равных частей



Диаметр *AB* окружности делим на *n* - число равных частей, например, на 9.



Приняв точки *A* и *B* за центр, проводят дуги радиусом, равным диаметру окружности *AB*, получают точки *C* и *K*.



Из точек *C* и *K* через четные или нечетные точки деления диаметра *AB* проводят прямые до их пересечения с окружностью. Точки пересечения этих прямых и поделят окружность на 9 равных частей.

Сопряжение двух прямых дугой заданного радиуса

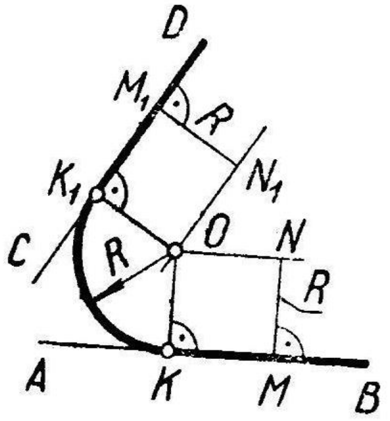


Рис. 1.

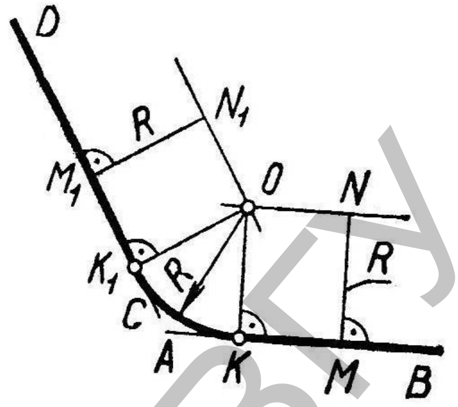


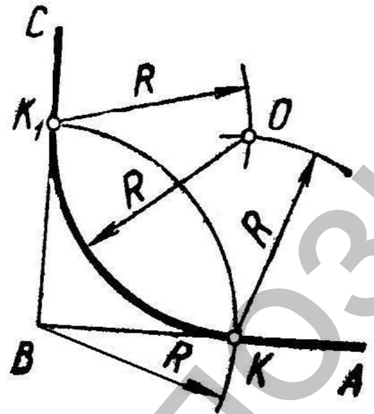
Рис. 2.

Сопряжение прямых *AB* и *CD,* расположенных под острым (рис. 1) или тупым (рис. 2) углами выполняют следующим образом:

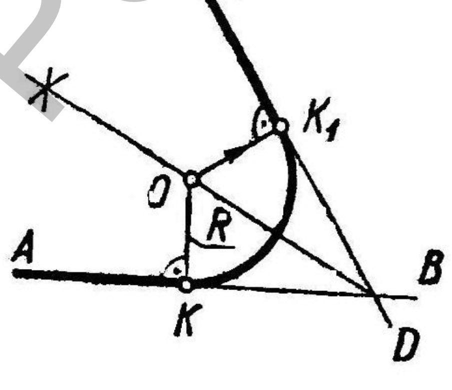
1) на расстоянии, равном радиусу сопряжения *R*, параллельно сторонам угла проводят две вспомогательные прямые и находят центр *O* дуги сопряжения;

2) из точки *O* проводят перпендикуляры к сторонам угла и находят точки сопряжения *К* и K_1;

3) между точками *К* и K_1 проводят сопрягающую дугу радиуса *R.*



При сопряжении прямых, расположенных под прямым углом, центр дуги сопряжения проще находить с помощью циркуля. Из вершины прямого угла проводят дугу радиуса *R* (радиуса сопряжения). Из точек *К* и K_1 этим же радиусом проводят дуги до пересечения в точке *O* и сопрягающую дугу между точками *К* и K_1.

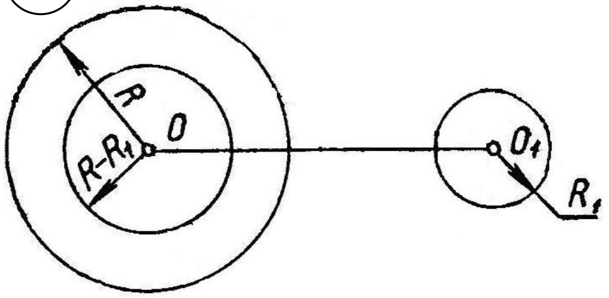


В случае, когда точка сопряжения *К* задана на одной из прямых, находят центр сопряжения. Для этого проводят биссектрису угла и проводят перпендикуляр к *AB* из точки *К* до пересечения в точке *O*. Проведя из центра *O* перпендикуляр к *CD* находят другую точку сопряжения K_1. Между точками *К* и K_1 проводят дугу сопряжения.

Сопряжение дуг окружностей прямой линией

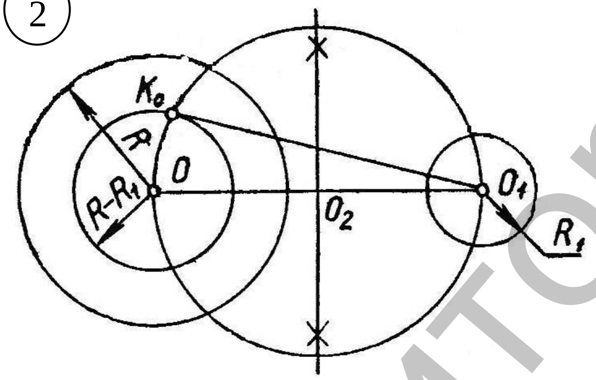
Внешнее касание

1



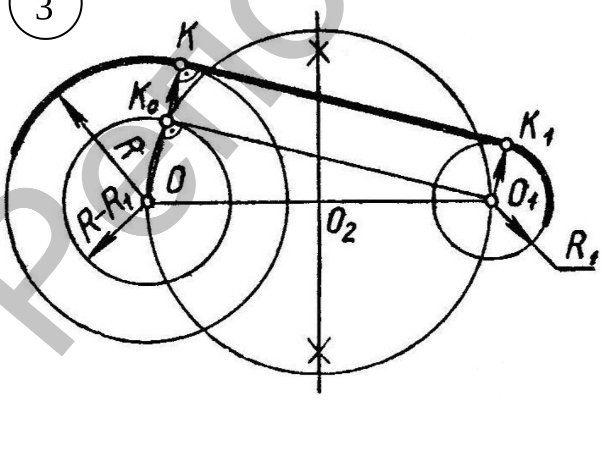
Из центра O большей окружности проводят вспомогательную окружность радиуса, равного разности радиусов $R - R_1$.

2



Расстояние между центрами O и O_1 окружностей делят пополам. Из центра O_2 проводят вспомогательную окружность и находят точку K_0 которую соединяют с точкой O_1.

3

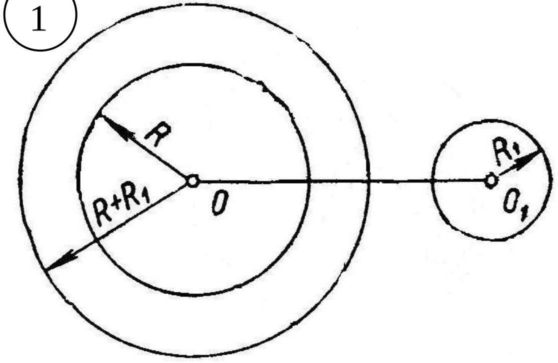


Через точки O и K_0 проводят прямую до пересечения с окружностью в точке K которая будет являться точкой сопряжения. Находят точку K_1 проведя прямую $O_1 K_1 \parallel OK$. Точки K и K_1 соединяют прямой.

Сопряжение дуг окружностей прямой линией

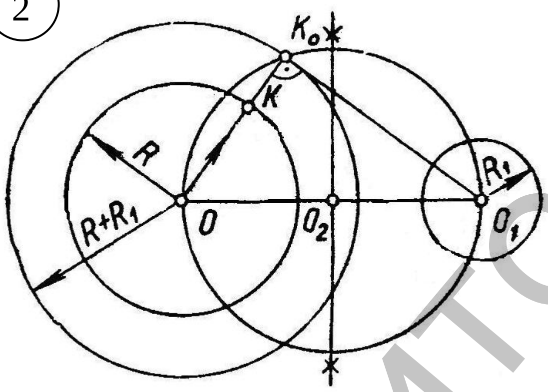
Внутреннее касание к одной из окружностей

1



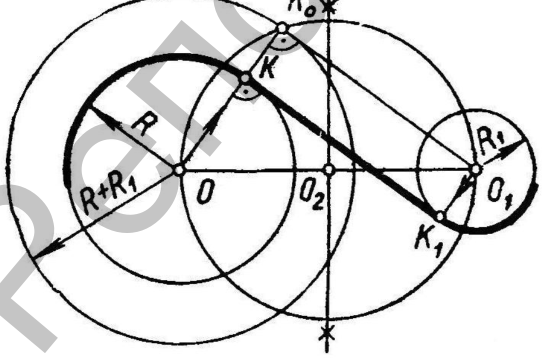
Из центра O большей окружности проводят вспомогательную окружность радиуса $R + R_1$.

2



Как и в предыдущем случае расстояние O и O_1 делят пополам и проводят вспомогательную окружность. Находят точки K и K_0. Последнюю соединяют с O_1.

3

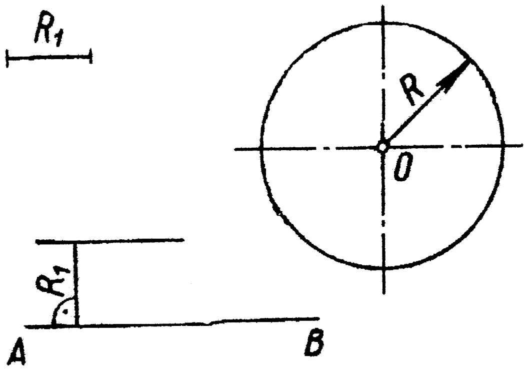


Точку сопряжения K_1 на окружности радиуса R_1 получают при помощи вспомогательной прямой O_1K_1 параллельной OK ($O_1K_1 || OK$). Соединив точки K_1 и K прямой, получают касательную.

Сопряжение дуги окружности с прямой линией дугой заданного радиуса

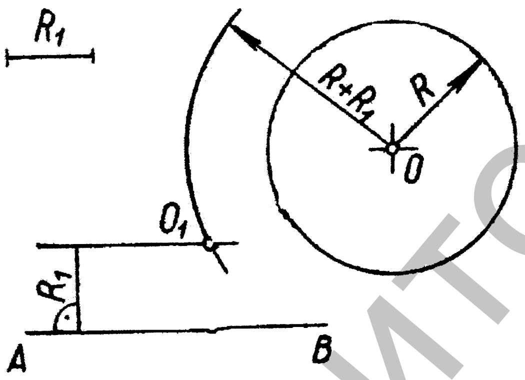
1

Внешнее касание



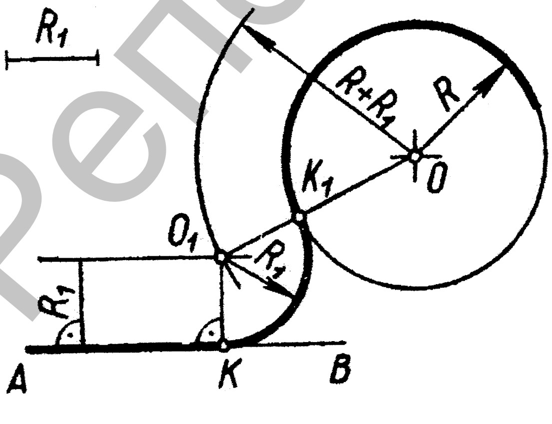
На расстоянии равном радиусу R_1 дуги сопряжения проводят вспомогательную прямую параллельно заданной прямой *AB*.

2



Из центра *O* заданной окружности проводят вспомогательную дугу радиуса $R + R_1$. Точка пересечения O_1 прямой и дуги является центром дуги сопряжения.

3

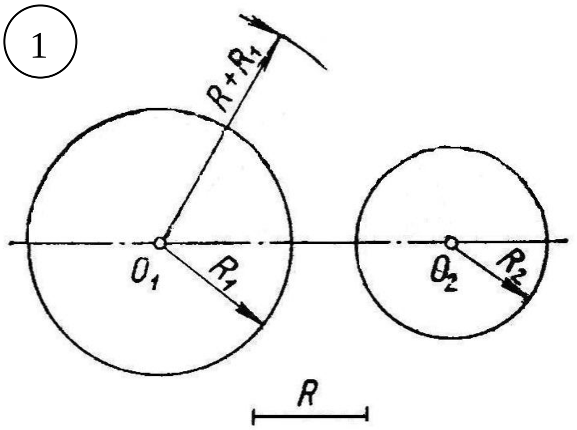


Соединив точки O_1 и *O*, находят одну из точек сопряжения K_1. Другую (*K*) находят, проведя перпендикуляр из O_1 к заданной прямой. Сопрягающую дугу R_1 проводят из центра O_1.

Сопряжение дуг окружностей при помощи третьей дуги

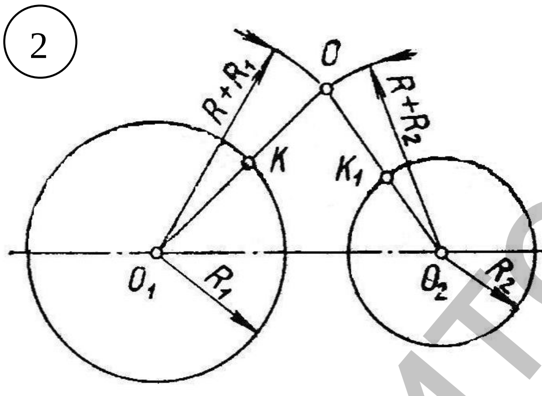
Внешнее касание

1



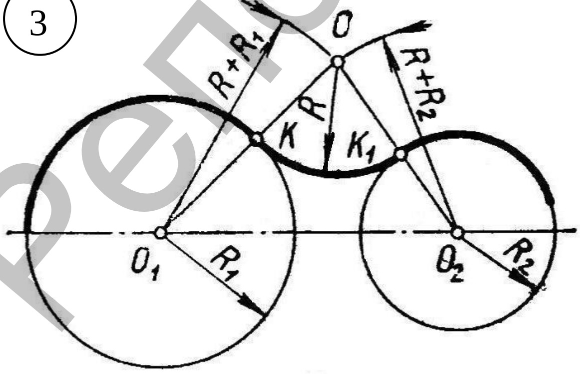
Из центра O_1 проводят вспомогательную дугу радиусом $R + R_1$.

2



Затем из центра O_2 проводят вспомогательную дугу радиусом $R + R_2$ до взаимного пересечения в точке O, которая будет являться центром дуги сопряжения.

3



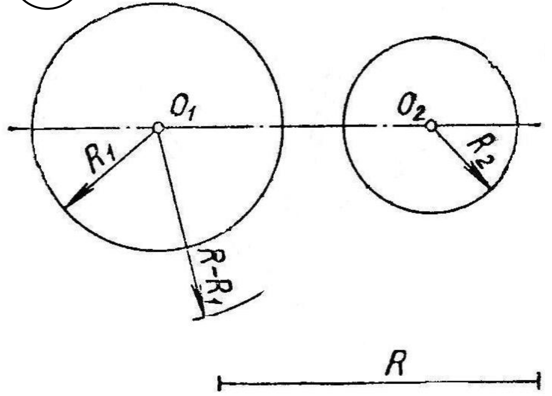
Находят точки сопряжения K и K_1 на линиях центров OO_1 и OO_2.

Из центра O проводят сопрягающую дугу радиусом R.

Сопряжение дуг окружностей при помощи третьей дуги

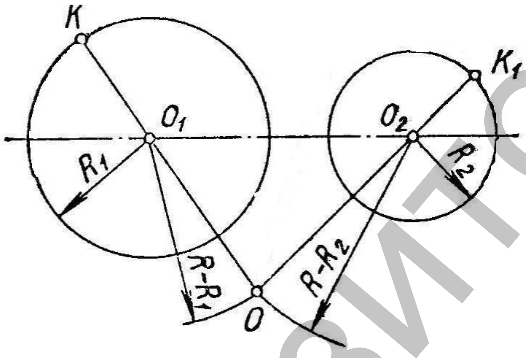
Внутреннее касание

1



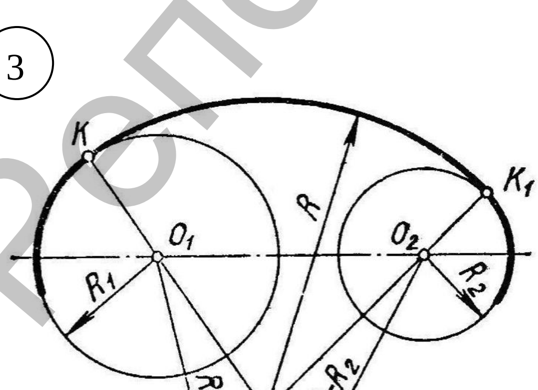
Из центра O_1 проводят вспомогательную дугу радиусом R - R_1.

2



Затем из центра O_2 проводят дугу радиусом $R – R_2$ до взаимного пересечения в точке O, которая и будет центром дуги сопряжения.

3



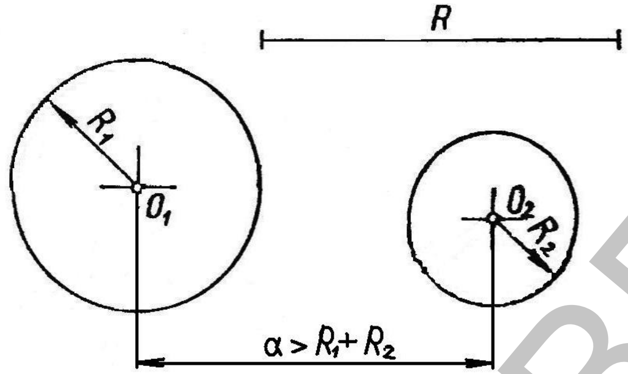
Находят точки сопряжения K и K_1 на продолжении линий центров OO_1 и OO_2 до пересечения в точках K и K_1.

Из центра O проводят сопрягающую дугу радиусом R.

Построение смешанного сопряжения двух дуг третьей дугой

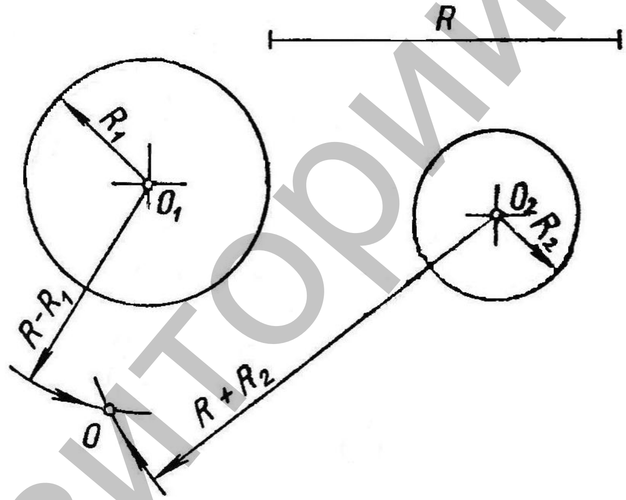
Смешанное сопряжение характеризуется тем, что одна сопрягаемая дуга находится внутри дуги сопряжения, а другая – вне ее.

1



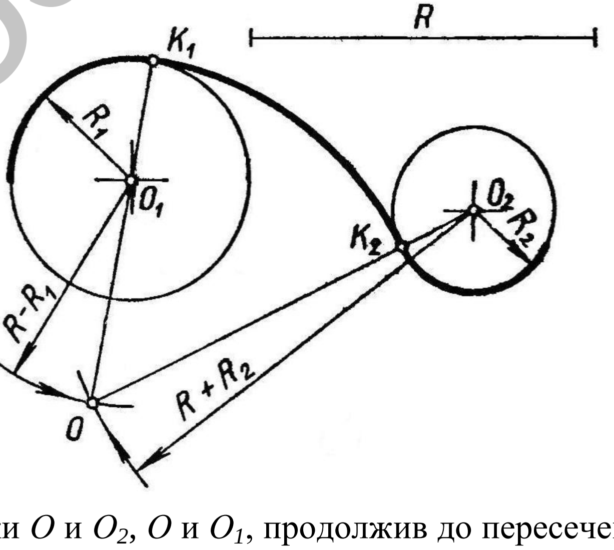
Проводят дуги (окружности) разных радиусов R_1 и R_2. Расстояние между их центрами *a* должно быть больше чем сумма радиусов окружностей $a > R_1 + R_2$.

2



Из центра O_2 проводят дугу радиусом равным сумме радиуса сопряжения и радиуса окружности $R + R_2$, а из центра O_1 – дугу радиусом $R – R_1$ до пересечения в точке *O*.

3

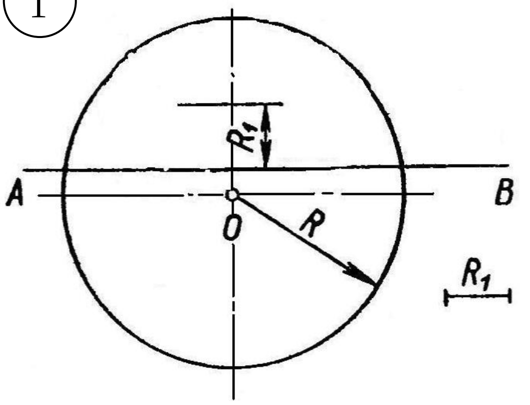


Соединяют точки *O* и O_2, *O* и O_1, продолжив до пересечения этих прямых с окружностями в точках K_1 и K_2. Между точками K_1 и K_2 заданным радиусом сопряжения проводят дугу.

Сопряжение дуги окружности с прямой линией дугой заданного радиуса

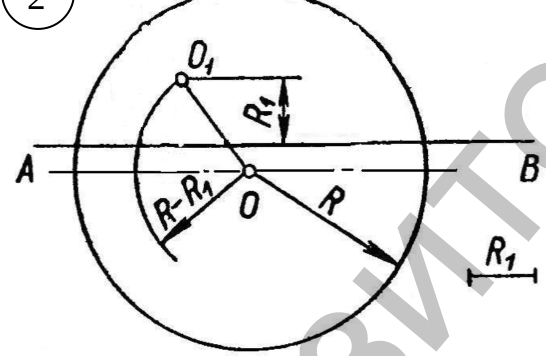
Внутреннее касание

1



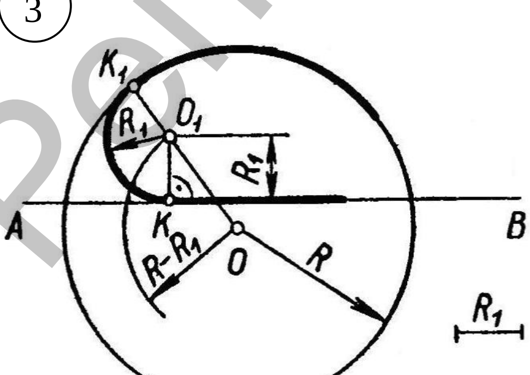
На расстоянии, равном радиусу сопряжения R_1 проводят вспомогательную прямую параллельно данной *AB*.

2



Проводят вспомогательную дугу окружности радиуса R - R_1. Точка O_1 будет являться центром дуги сопряжения.

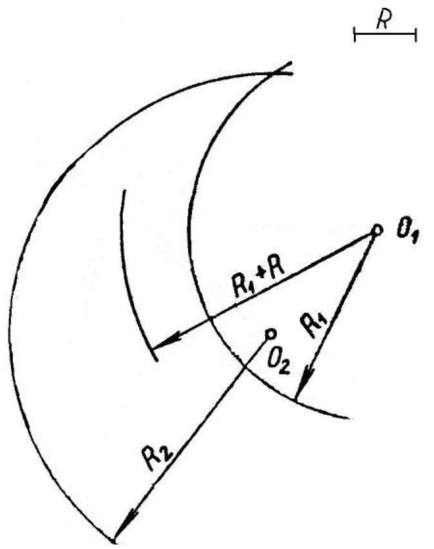
3



Находят точку сопряжения *К* и K_1. Для этого соединяют центры *О* и O_1 прямой и продолжают ее до пересечения с окружностью, а из центра O_1 проводят перпендикуляр к заданной прямой. Сопрягаемую дугу R_1 проводят из центра O_1.

Построение сопряжений двух дуг при помощи третьей

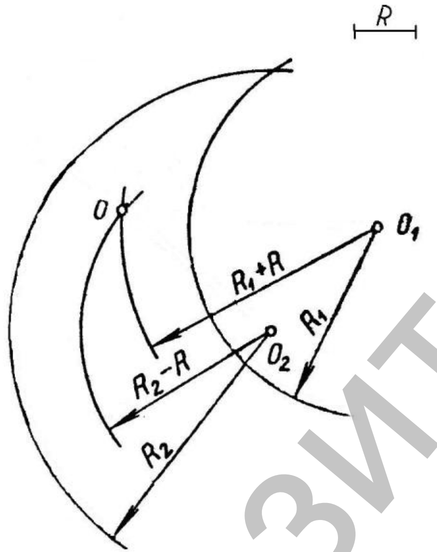
1



Из заданных точек O_1 и O_2 проводят дуги разных радиусов R_1 и R_2.

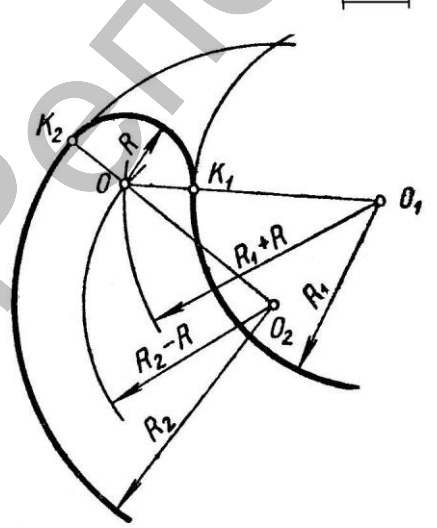
Раствором циркуля, равным сумме радиусов дуги R_1 и заданного радиуса дуги сопряжения проводят дугу $R_1 + R$.

2



Затем раствором циркуля, равным разности радиусов R_2 и R проводят вторую вспомогательную дугу $R_2 - R$ до пересечения в точке O. Она будет являться центром дуги сопряжения.

3

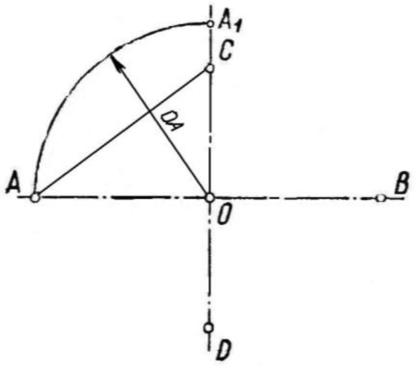


Находят точки сопряжения. Для этого соединяют точки O_1 и O, а также O_2 и O до пересечения в точке K_2. Точки K_1 и K_2 будут являться точками сопряжения. Из точки O радиусом сопряжения R проводят дугу между точками K_2 и K_1.

Построение овала по заданным осям

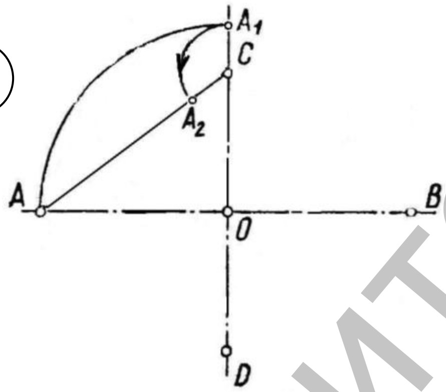
ОВАЛ (лат. ovum – яйцо) – замкнутая выпуклая плоская кривая, состоящая из дуг окружностей разных радиусов.

1



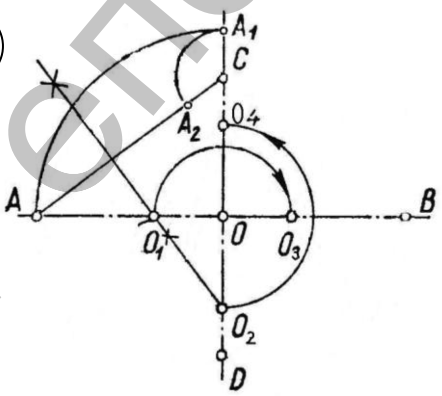
Концы осей, например A и B соединяют отрезком прямой. На продолжении малой оси из центра O радиусом OA проводят дугу до пересечения в точке A_1.

2



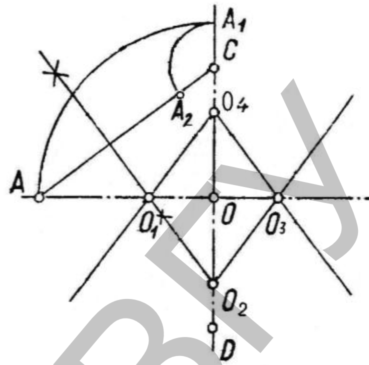
На отрезке AC от точки C откладывают A_1C – разность длин полуосей овала – и получают точку A_2.

3



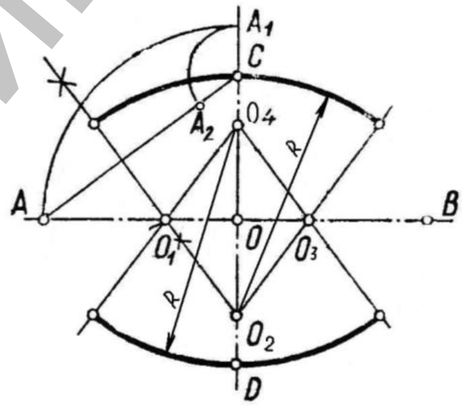
К отрезку AA_2 проводят серединный перпендикуляр. Он пересекает оси овала в точках O_1 и O_2. Путем переноса получают точки O_3 и O_4.

4



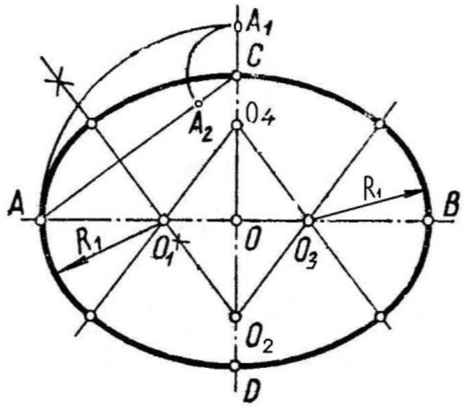
Из точек O_2 и O_4 проводят прямые через точки O_1 и O_3.

5



Из центров O_2 и O_4 проводят дуги овала радиусом R, равным O_2C. На проведенных прямых находят точки сопряжения.

6

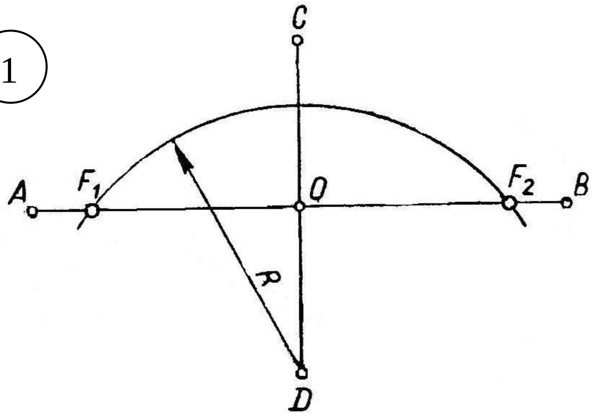


Из центров O_1 и O_3 проводят дуги радиусом R_1, чем завершают построение овала.

Построение эллипса по двум его осям с использованием радиусов – векторов

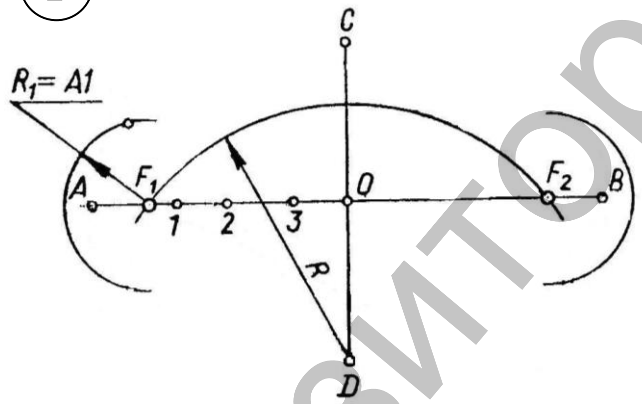
ЭЛЛИПС – плоская замкнутая кривая, все точки которой обладают следующим свойством: сумма расстояний от любой точки эллипса до двух заданных точек F_1 и F_2, называемых фокусами – есть величина постоянная, равная длине большой оси эллипса.

1



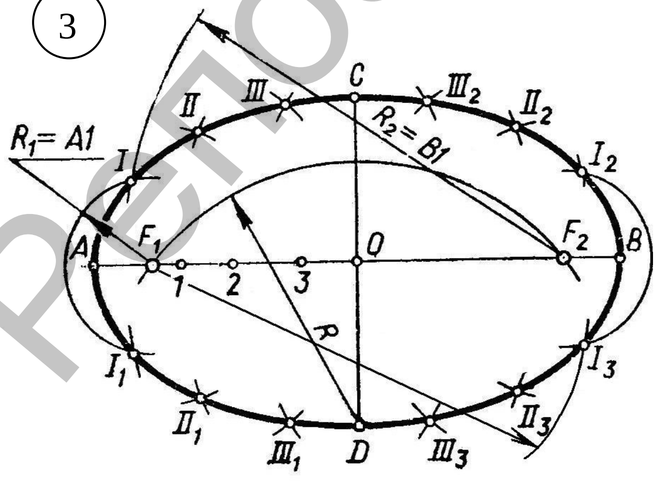
На взаимно перпендикулярных прямых откладывают длины осей эллипса *AB* и *CD*. Из точки *D*, как из центра, проводят дугу радиуса $R= AB/2$ и определяют фокусы F_1 и F_2.

2



Вправо от фокуса F_1 откладывают несколько отрезков, длина которых увеличивается по мере удаления от фокуса, и получают точки *1*,*2*,*3*. Приняв за центры фокусы F_1 и F_2, проводят дуги (засечки) радиуса R_1, равного отрезку *A1*.

3

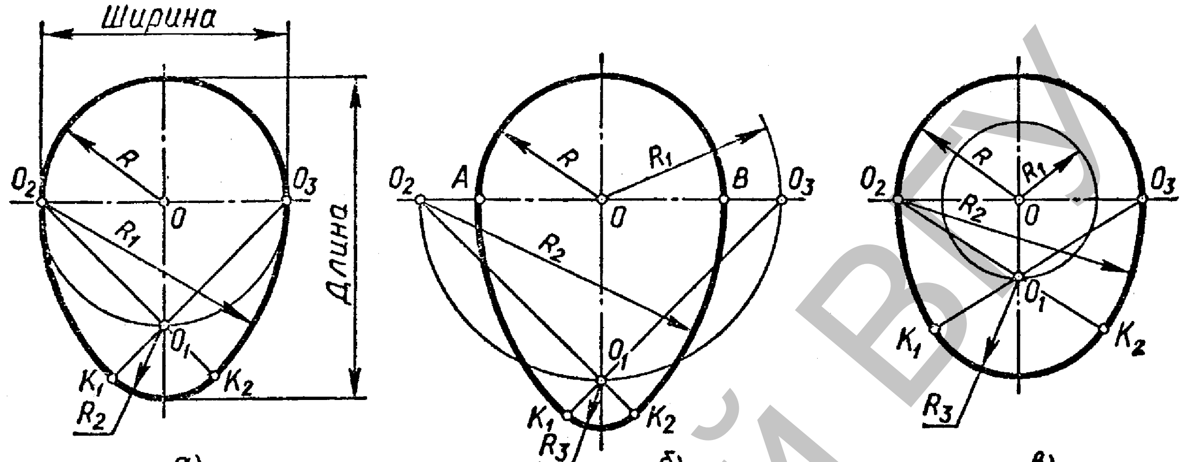


Далее из центров F_1 и F_2 проводят дуги радиуса R_2, равного отрезку *B1*, до пересечения с ранее проведенными дугами в точках *I*, I_1, I_2 и I_3. Аналогично, приняв за радиусы отрезки *A2* и *B2*, находят точки *II*, II_1, II_2 и II_3 принадлежащих эллипсу и т.д. Точки последовательно соединяют по лекалу.

Построение овоида удлиненной формы

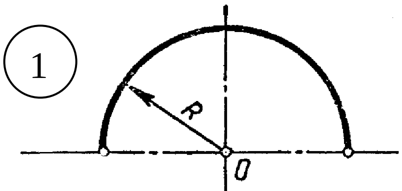
ОВОИД – овал, имеющий одну ось симметрии.

Овоиды могут быть: а) обычные, б) удлиненной формы и в) укороченной (тупой овоид).



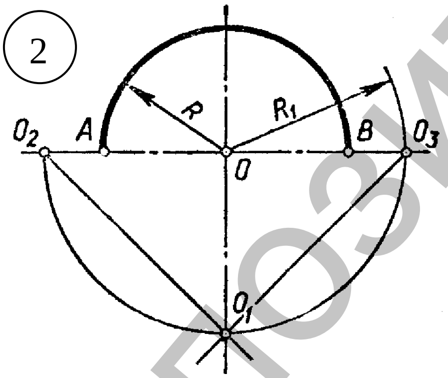
а) б) в)

1



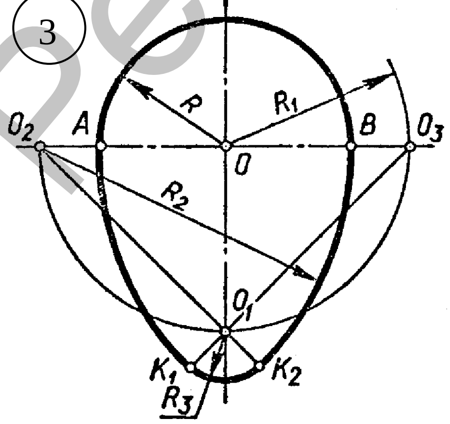
Из центра O проводят дугу заданного радиуса R.

2



Затем радиусом R_1 (он должен быть больше чем R) проводят вспомогательную дугу и отмечают центры O_2 и O_3 на продолжении оси AB. Центры O_2 и O_3 соединяют прямыми с O_1 немного продляя их.

3

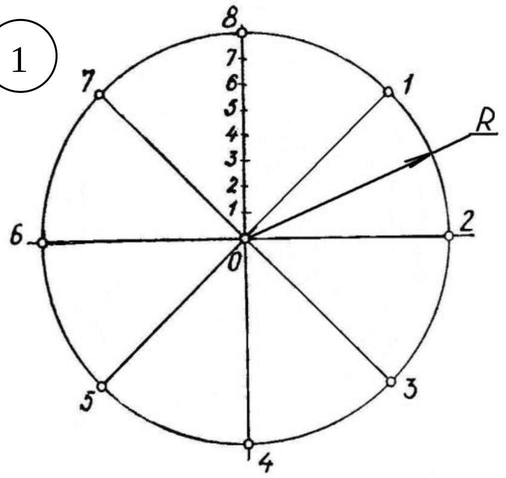


Точки сопряжения K_1 и K_2 находят на линиях центров O_3O_1 и O_2O_1 в пересечении их с дугами радиуса R_2, поведенными из центров O_2 и O_3. Этим построением определяют и радиус R_3, равный O_1K_1 или O_1K_2, замыкающей дуги.

Построение спирали Архимеда

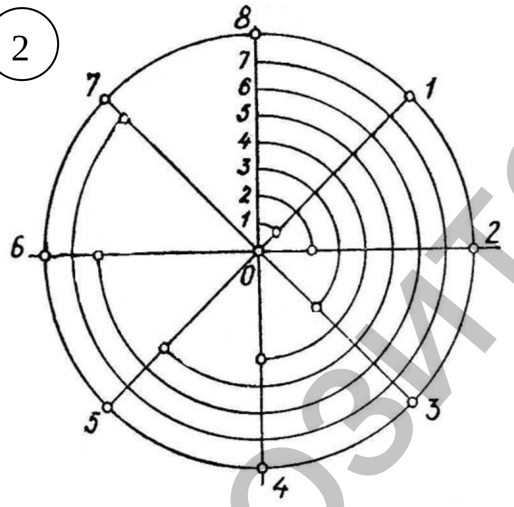
СПИРАЛЬ АРХИМЕДА – кривая, описываемая точкой, равномерно движущейся по прямой, которая в свою очередь равномерно вращается в плоскости вокруг точки *O*.

1



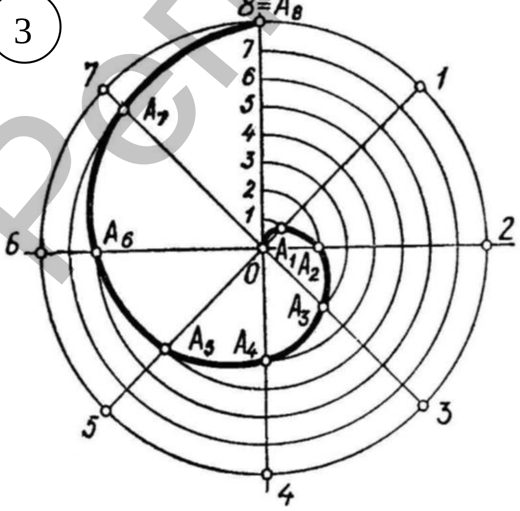
Из центра *O* проводят окружность радиусом *R*, которую делят на произвольное число частей, например на 8. На такое же число равных отрезков делят и радиус-вектор *O8*.

2



Из центра *O* проводят дугу до пересечения с радиусом *O1*.Таким же образом находят остальные точки на одноименных радиусах.

3

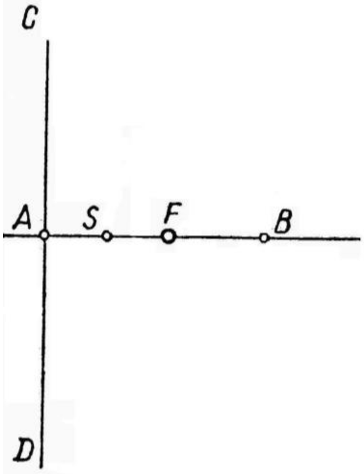


Соединив по лекалу найденные точки получают первый виток спирали Архимеда.

Построение параболы по заданному фокусу и направляющей (директрисе) способом радиусов–векторов

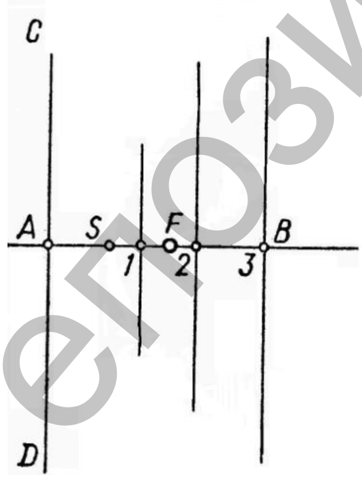
ПАРАБОЛА – множество точек плоскости, равноудаленных от данной точки F (фокуса) и направляющей (директрисы) перпендикулярной к оси симметрии параболы.

1



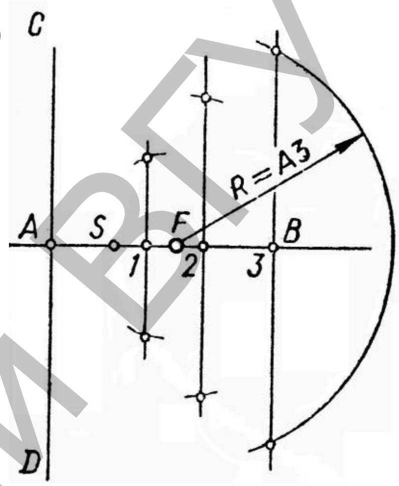
Через фокус *F* проводят ось *AB* параболы перпендикулярно к ее директрисе *CD*. Параметр *AF* делят пополам и находят вершину *S* параболы.

2



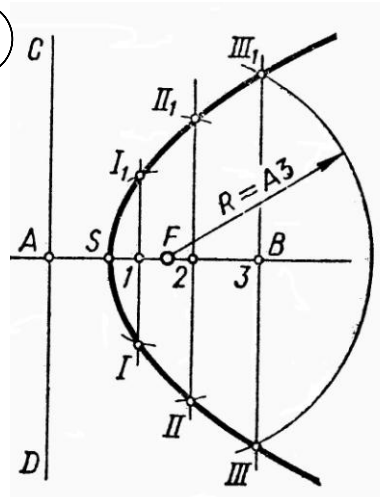
На оси параболы вправо от вершины S намеч ют несколько произвольно выбранных точек 1, 2, 3,… расстояние между которыми постепенно увеличивается. Через них параллельно директрисе проводят вспомогательные прямые.

3



Измеряют циркулем расстояние *A1*, *A2*, *A3*, …из точки *F*, как из центра, делают засечки на прямых. Так, для построения точки *III* параболы на вспомогательной прямой, проходящей через точку *3*, делают засечку дугой радиуса *R*, равного *A3*.

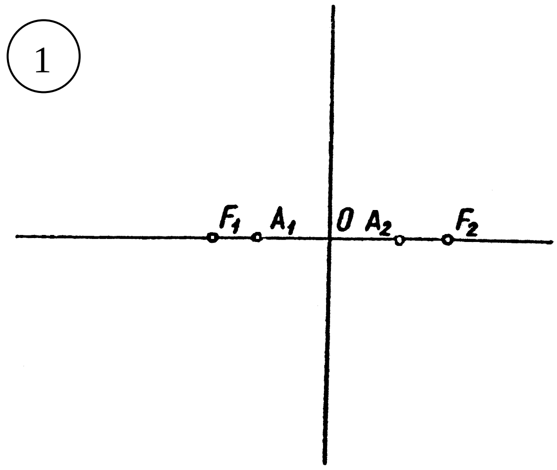
4



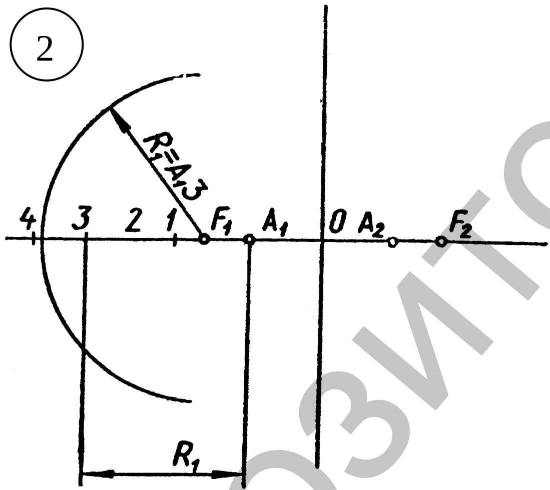
Соединяют найденные точки плавной кривой по лекалу и получают параболу..

Построение гиперболы по заданным вершинам и фокусному расстоянию

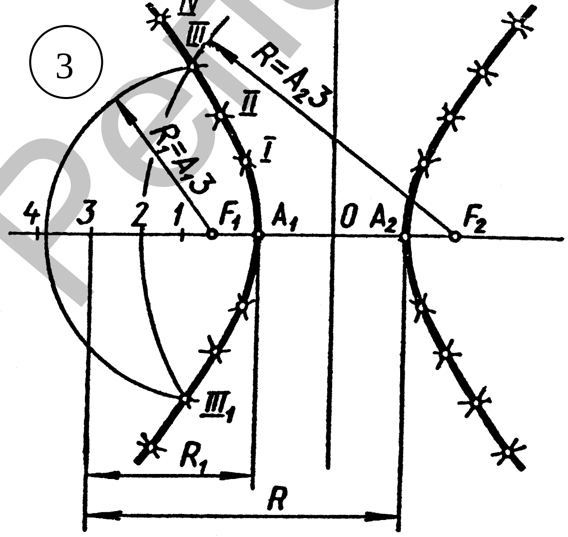
ГИПЕРБОЛА – плоская разомкнутая кривая у которой разность расстояний от любой ее точки до двух заданных, называемых фокусами (F_1 и F_2), есть величина постоянная, равная расстоянию между ее вершинами.



Проводят две взаимно перпендикулярные прямые и от точки их пересечения *O* откладывают отрезки OA_1 и OA_2 (вершины гиперболы). Аналогично определяют и фокусы F_1 и F_2.



Влево от фокуса F_1 намечают точки *1,2,3…* на произвольных, но постепенно увеличивающихся расстояниях друг от друга. Из F_1 и F_2, как из центров проводят дуги радиусов, равных от вершин гиперболы до намеченных точек (на рис. показана дуга проведенная радиусом $A_1 3$).



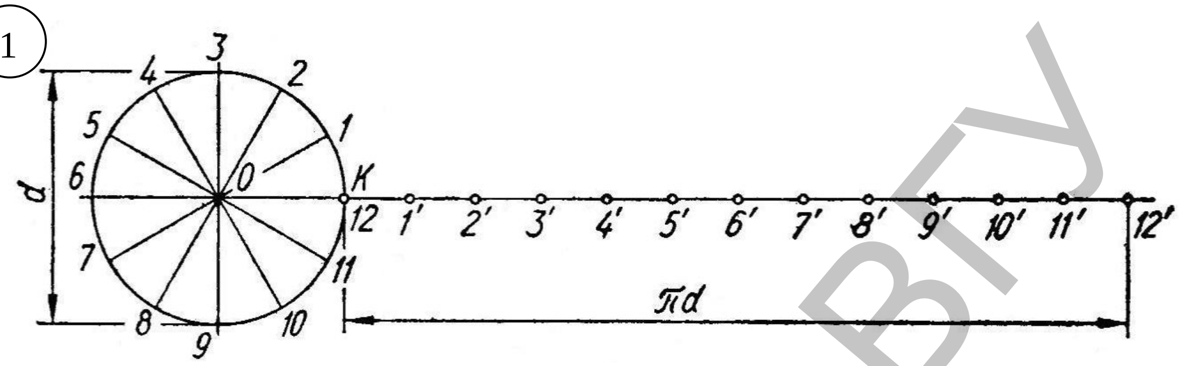
3. Затем из фокуса F_2 радиусом от вершины второй ветви гиперболы до точки *3* (см. $R = A_2 3$) проводят другую дугу до их взаимного пересечения и получают точки *III* и III_1, принадлежащие параболе. Находят остальные точки и соединяют по лекалу.

Вторая ветвь гиперболы строится аналогичным образом.

Построение синусоиды

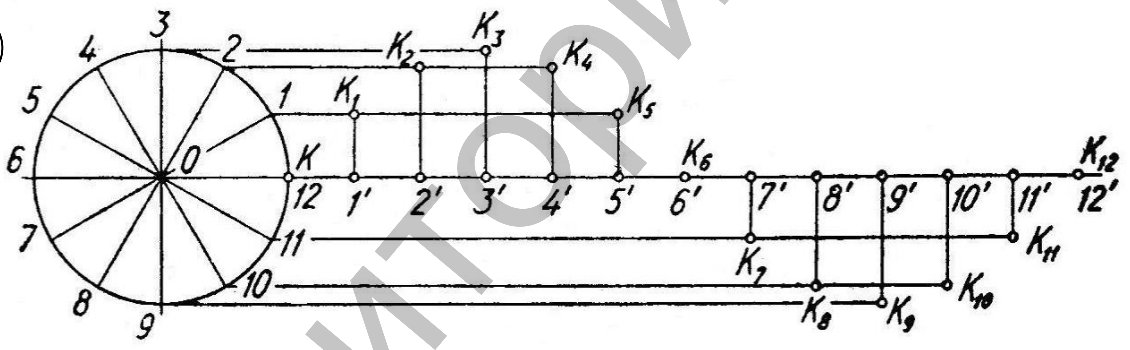
СИНУСОИДА – волнообразная плоская кривая, характеризующая изменение синуса в зависимости от изменения величины центрального угла.

1



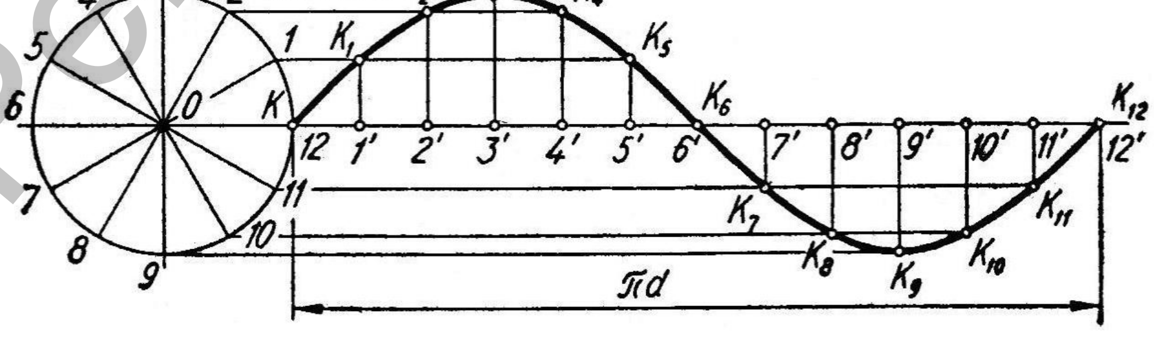
Окружность диаметра *d* делят на четное число равных частей, например, на 12 и одну из точек *(К)* принимают за начальную. Через центр *О* окружности и начальную точку *К* проводят прямую на которой откладывают от точки *К* длину окружности (πd) и полученный отрезок делят на то же число равных отрезков, что и окружность (т.е. на 12).

2



Через точки деления окружности проводят горизонтальные прямые до пересечения с соответствующими перпендикулярами, восстановленными из точек *1', 2', 3'*...

3

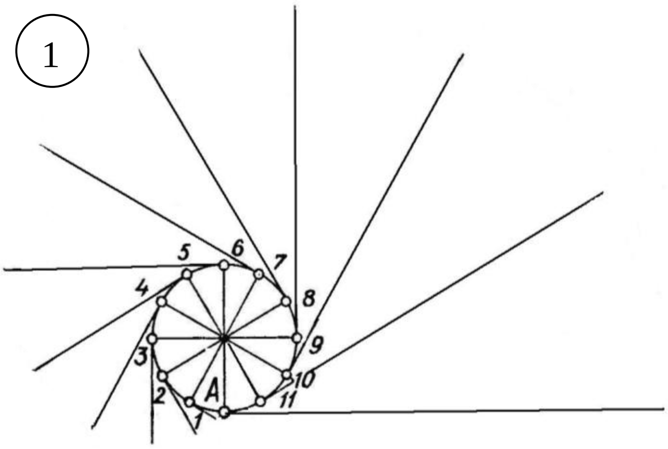


Соединив полученные точки по лекалу, получают синусоиду.

Построение эвольвенты

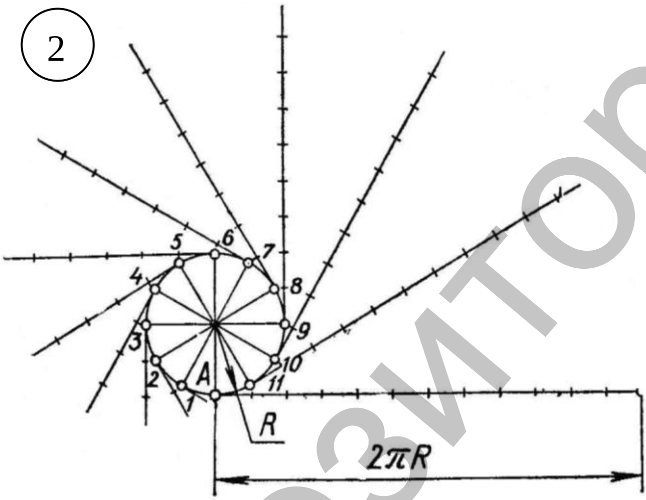
ЭВОЛЬВЕНТА (лат. evolvens – развертывающий) – плоская кривая, описываемая точкой прямой линии, перекатываемой по окружности без скольжения.

1



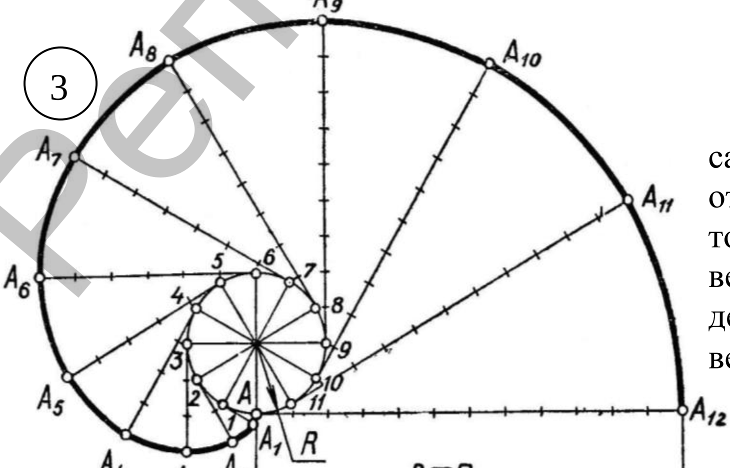
Окружность заданного радиуса делят на несколько равных частей (например, на 12). Из точек деления проводят касательные к окружности в сторону, противоположную движению часовой стрелки.

2



На последней касательной откладывают шаг эвольвенты, равный длине окружности $2\pi R$, и полученный отрезок также делят на 12 равных частей.

3

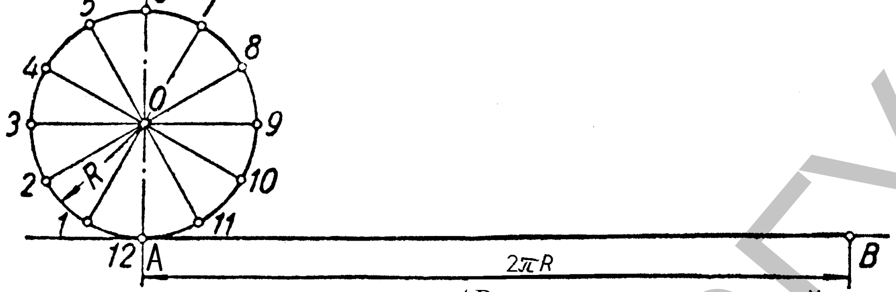


Откладывают на первой касательной, проведенной к точке *1* отрезок, равный $^{1}/_{12}\pi R$, получим точку A_1 принадлежащую эвольвенте. Соединив по лекалу найденные точки, получают эвольвенту.

Построение циклоиды по заданному диаметру окружности

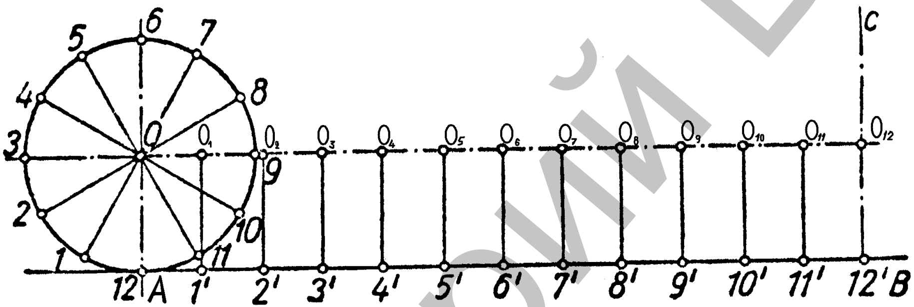
ЦИКЛОИДА – кривая, описываемая точкой окружности, катящейся по прямой линии без скольжения.

1



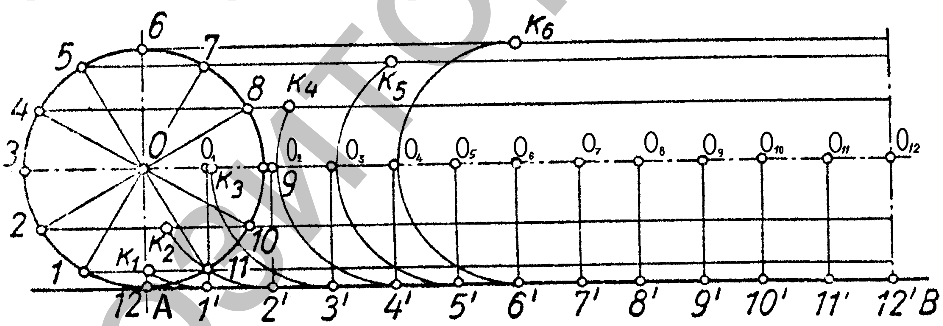
Проводят направляющую прямую *AB* и касательную к ней окружность. На прямой откладывают отрезок *AB* равный *2πR*. Окружность делят, например, на 12 частей.

2



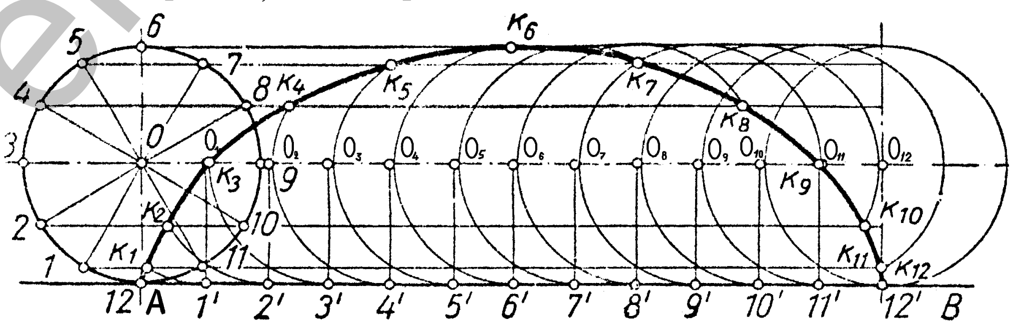
На такое же число равных частей, делят и прямую *AB* из точек которых проводят вертикальные прямые до пересечения в точках $O_1 \ldots O_{12}$.

3



Из точек деления окружности проводят прямые, параллельные прямой *AB*. Пересечением этих прямых с соответствующими дугами окружности, проведенными из центров $O_1, O_2 \ldots$, определяют точки циклоиды $K_1 \ldots K_6$.

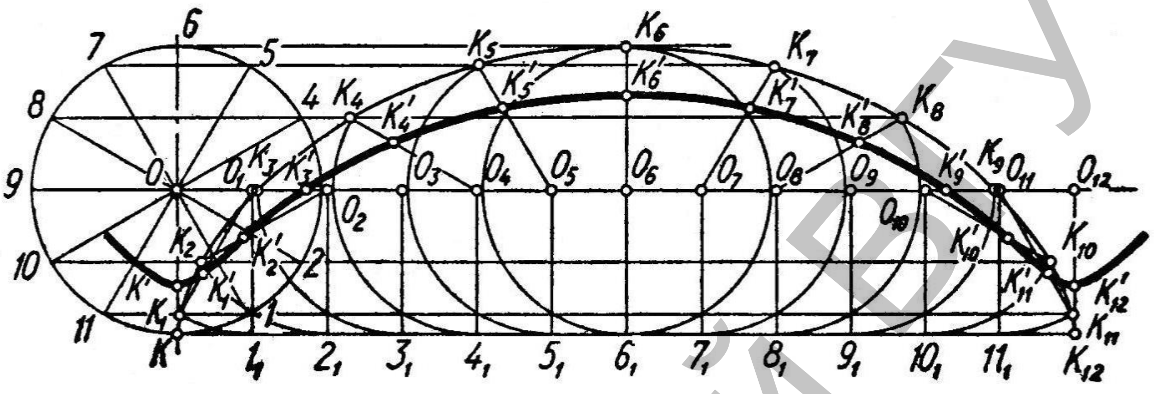
4



Аналогично находят и точки $K_7 \ldots K_{12}$. Соединив полученные точки по лекалу, получают циклоиду.

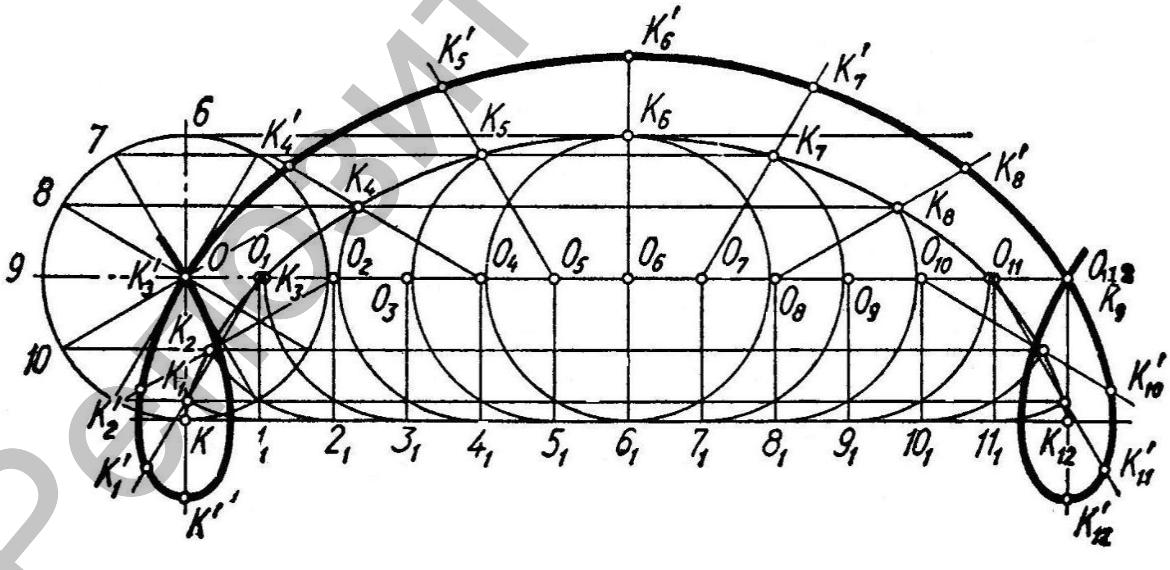
Построение укороченной и удлиненной циклоид

УКОРОЧЕННАЯ ЦИКЛОИДА – плоская кривая, описываемая точкой, которая лежит на радиусе производящей окружности, т.е. ее расстояние от центра окружности не должно быть равно ее радиусу.



Строят точки принадлежащие нормальной циклоиде $K_1 \dots K_{12}$. На радиусах соединяющих центры $O_1 \dots O_{12}$ с точками $K_1 \dots K_{12}$ откладывают отрезки, равные отрезку OK^1. Точки $K'_1 \dots K'_{12}$ определят укороченную циклоиду.

УДЛИНЕННАЯ ЦИКЛОИДА описывается точкой, которая лежит за пределами производящей окружности на продолжении ее радиуса.

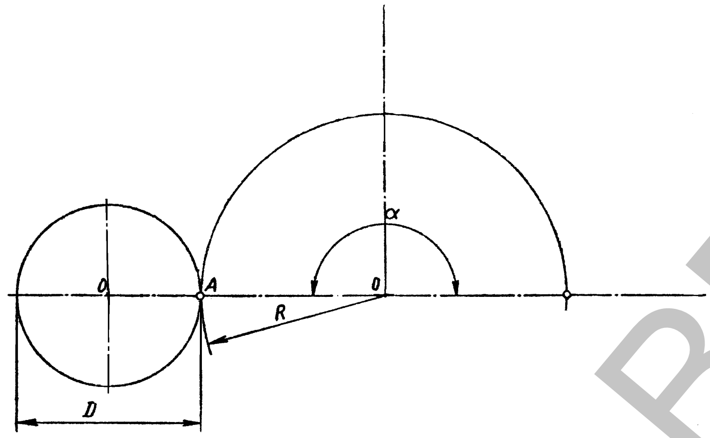


Как и в вышеописанном случае строят точки нормальной циклоиды $K_1 \dots K_{12}$ и на продолжении прямых, соединяющих центры $O_1 \dots O_{12}$ с точками $K_1 \dots K_{12}$ откладывают отрезки, равные отрезку OK'. Они и определят удлиненную циклоиду.

Построение эпициклоиды

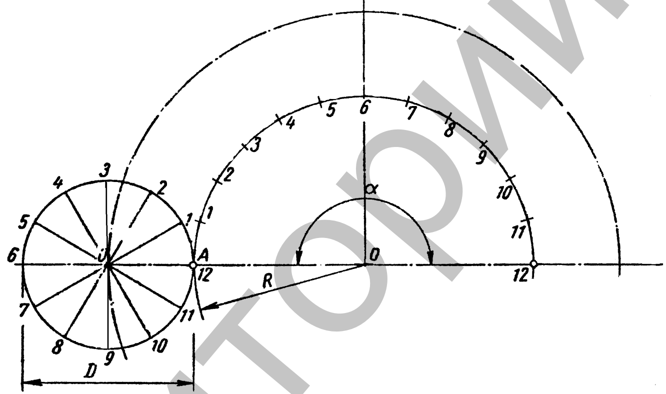
ЭПИЦИКЛОИДА – кривая, описываемая точкой окружности, катящейся без скольжения по внешней стороне неподвижной окружности.

1



Из центра *O* проводят направляющую дугу радиуса *R* и касательную к ней производящую окружность *D*. Точка *A* – начало эпициклоиды.

2



Направляющую дугу и производящую окружность делят на одинаковое число равных частей (например, на 12). Для этого на направляющей дуге откладывают 12 раз отрезок, равный 1/12 производящей окружности.

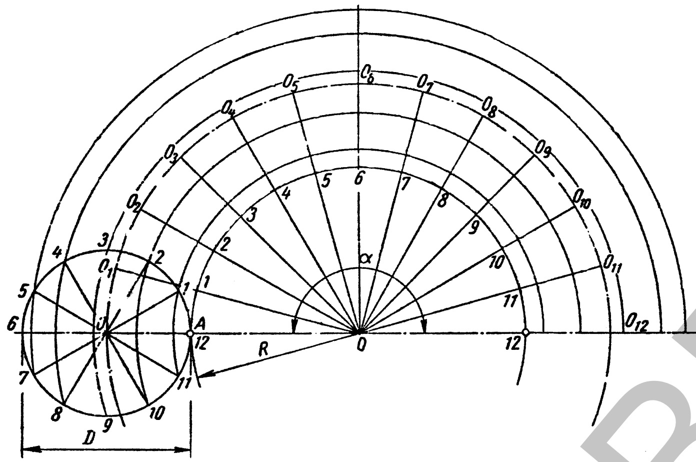
Для более точного построения можно центральный угол α при помощи транспорта поделить на 12 частей.

3

Из центра *O* через полученные точки проводят радиальные прямые, которые пересекут центровую дугу в точках $O_1 \dots O_{11}$ и будут являться центрами катящейся окружности.

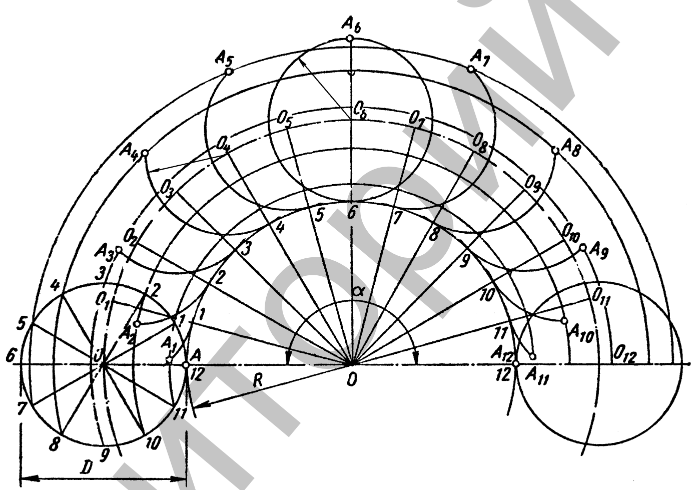
Построение эпициклоиды (продолжение)

4



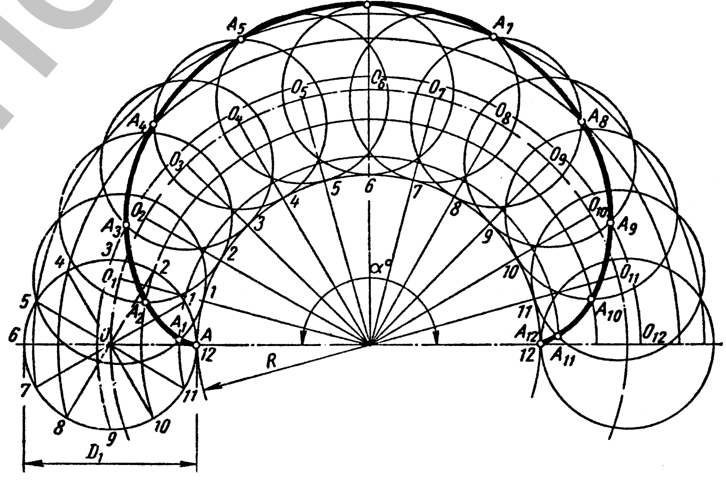
Через точки деления производящей окружности на равные части проводят концентрические дуги из центра *O* направляющей окружности.

5



Из центров O_1 ...O_{11} проводят дуги до пересечения с проведенными концентрическими дугами определяют точки эпициклоиды.

6



Соединив полученные точки по лекалу, получают эпициклоиды.