ЛИТЕРАТУРА

1. Коржик, Р. И. Влияние запаздывания на стационарные состояния неавтономного осциллятора Ван-дер-Поля / Р. И. Коржик, С. П. Жогаль // Известия Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины. – 2010. – №3 (60). – С. 206-210.
2. Коржик, Р. И. Влияние запаздывания в неавтономном осцилляторе Дуффинга на стационарные состояния укороченного уравнения / Р. И. Коржик, С. П. Жогаль // Веснік Віцебскага дзяржаўнага універсітэта імя П. М. Машэрава. – 2010. – №5 (59). – С. 8-11.
3. Кузнецов, А. П. Нелинейные колебания / А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, Н.М. Рыскин. – Москва: Физматлит, 2002. – 292 с.

Корчевская Е. А.[1], Никонова Т. В.[2]
[1]УО «ВГУ им. П. М. Машерова»,
[2]УО «ВГТУ»
(г. Витебск, Беларусь)
E-mail: [1]Korchevskaya.Elena@tut.by, [2]st.rubon@mail.ru

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОМБИНИРОВАННОГО НАГРУЖЕНИЯ ТЕОРИИ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТНЫХ ОБОЛОЧЕК

Рассмотрим тонкую круговую цилиндрическую оболочку, состоящую из N изотропных слоев, характеризующихся толщиной h_k, модулем Юнга E_k и коэффициентом Пуассона ν_k, $k = 1,2,\ldots,N$. В качестве исходной поверхности примем срединную поверхность оболочки, которую отнесем к криволинейным ортогональным координатам α_1=Rs, α_2=Rφ. Здесь R – радиус цилиндра исходной поверхности, φ и s– окружная и продольная координаты соответственно. Рассмотрим устойчивость цилиндрической оболочки средней длины при одновременном действии кручения, внутреннего давления и осевой силы.

Будем считать, что физические характеристики слоев различаются незначительно. Тогда для исследования устойчивости слоистой цилиндрической оболочки при комбинированном нагружении используем систему полубезмоментных уравнений слоистых оболочек [1]

$$\varepsilon^4\left(1-\varepsilon^3\tau\Delta\right)\Delta^2\chi+\frac{1}{R}\frac{\partial^2 F}{\partial s^2}-\lambda\left(t_1^0\frac{\partial^2}{\partial s^2}+2\varepsilon t_3^0\frac{\partial^2}{\partial s\partial\varphi}+\varepsilon^2 t_2^0\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)\left(\chi-\varepsilon^2\kappa\Delta\chi\right)=0$$

$$\varepsilon^4\Delta^2F-\frac{1}{R}\frac{\partial^2}{\partial s^2}\left(\chi-\varepsilon^2\kappa\Delta\chi\right)=0, \qquad (1)$$

записанную в безразмерном виде, где Δ – оператор Лапласа в криволинейной системе координат φ, s , F, χ – функции напряжений и перемещений, ε – малый параметр, характеризующий тонкостенность оболочки, $\lambda > 0$ – параметр нагружения, связанный с усилиями T_1^0,

T_2^0, S^0:

$$\left(T_1^0, T_2^0, S^0\right) = \lambda Eh\,\varepsilon^5\left(\varepsilon^{-1}t_1^0, \varepsilon t_2^0, t_3^0\right). \qquad (2)$$

Здесь τ, κ – параметры, учитывающие осредненные эффекты поперечных сдвигов и вводятся по формулам

$$K/\pi^2 = \varepsilon^2\kappa\,,\ K\theta/\pi^2 = \varepsilon^3\tau\,,\ \kappa,\tau \sim 1 \text{ при } \varepsilon \to 0\,. \qquad (3)$$

Параметры K, θ учитывают поперечные сдвиги слоев и определяются по формулам [1], h – толщина оболочки, E – осредненные модуль Юнга.

Решение системы (1) с различными граничными условиями осуществляется с помощью метода, предложенного П. Е. Товстиком в монографии [2].

С использованием асимптотического метода двумерные уравнения многослойных оболочек сведены к последовательности одномерных краевых задач, учитывающих поперечные сдвиги. Решение задачи, возникающей в нулевом приближении, выполнялось численным методом.

В результате проведения серии вычислительных экспериментов при различных значениях параметров поперечных сдвигов установлено, что увеличение параметра поперечного сдвига приводит к увеличению значения касательных напряжений при кручении.

На рисунке приведен график зависимости касательных напряжений при кручении (R3) от осевого растягивающего напряжения (R1) при различных значениях параметра поперечного сдвига.

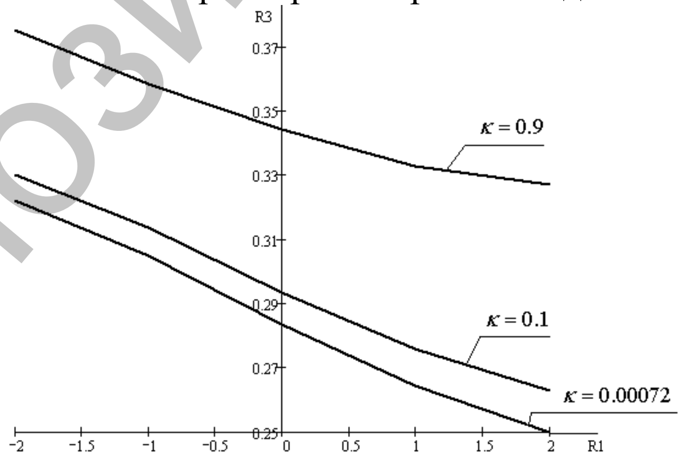

Рис. 1. *Зависимость касательных напряжений при кручении от осевого растягивающего напряжения*

Отрицательным значениям R1 соответствуют сжимающие усилия. Заметим, что увеличение осевого растягивающего напряжения приводит к уменьшению касательных напряжений.

ЛИТЕРАТУРА
1. Григолюк, Э. И. Многослойные армированные оболочки: расчет пневматических шин / Э. И. Григолюк, Г. М. Куликов. – М.: Машиностроение, 1988. – 288 с.
2. Товстик, П. Е. Устойчивость тонких оболочек: асимптотические методы / П. Е. Товстик. – М.: Наука. Физматлит, 1995. – 320 с.

Кочергина О. Ю.[1], Подоксенов М. Н.[2]
УО «ВГУ им. П. М. Машерова»
(г. Витебск, Беларусь)
E-mail: [1]olga-1308@mail.ru, [2]P_Michael@mail.ru

ГОМОТЕТИЧЕСКИЕ АВТОМОРФИЗМЫ АЛГЕБРЫ ЛИ $\mathcal{SL}(2, \boldsymbol{R})$

Преобразование алгебры Ли $f\colon \mathcal{G} \to \mathcal{G}$ называется автоморфизмом, если оно сохраняет операцию скобки: $[fX, fY] = f[X, Y]$ $\forall X, Y \in \mathcal{G}$. Пусть в алгебре Ли $\mathcal{G}$ задано евклидово или лоренцево скалярное произведение $\langle,\rangle$ (в дальнейшем – метрика). Преобразование $f\colon \mathcal{G} \to \mathcal{G}$ называется подобием с коэффициентом e^{μ}, если $\langle fX, fY\rangle = e^{2\mu}\langle X, Y\rangle$ $\forall X, Y \in \mathcal{G}$. В случае $\mu = 0$ преобразование f называется изометрией.

Преобразование, являющееся одновременно подобием и автоморфизмом, будем называть автоподобием. Преобразование являющееся изометрией и автоморфизмом будем называть автоизометрией. Решение задачи о существовании автоподобий для алгебр Ли тесно связано с решением задачи о существовании гомотетических преобразований для однородных пространств групп Ли, снабжённых левоинвариантной метрикой.

В работе [1] найдны все автоподобия для разрешимых и нильпотентных трёхмерных алгебр Ли, на которых введено лоренцево скалярное произведение сигнатуры (+,+,–). Остались нерассмотренными только две трёхмерные алгебры Ли.

1. $\mathcal{SL}(2, \boldsymbol{R})$ – алгебра Ли группы $SL(2, \boldsymbol{R})$;
2. $\mathcal{SO}(3)$ – алгебра Ли группы $SO(3)$ всех вращений трёхмерного евклидова пространства.

Пусть в одной из этих алгебр Ли задано евклидово скалярное произведение. Тогда, согласно [2], в этой алгебре Ли существует ортонормированный базис $\{E_1, E_2, E_3\}$, в котором коммутационные соотношения имеют вид

$$[E_2, E_3] = \lambda_1 E_1,\ [E_3, E_1] = \lambda_2 E_2,\ [E_1, E_2] = \lambda_3 E_3. \qquad (1)$$

Назовём этот вид диагональным. Алгебрам Ли $\mathcal{SL}(2, \boldsymbol{R})$ и $\mathcal{SO}(3)$ соответствуют наборы знаков (+,+,–) и (+,+,+) чисел λ_1, λ_2, λ_3. Применительно к лоренцевым метрикам этот факт верен только для алгебры Ли $\mathcal{SO}(3)$. В связи с этим возникают два вопроса: 1) найти необходи-