

простых чисел, и F – класс Фиттинга, то $L_\pi(F)$ – класс всех тех групп в G , F -инъекторы которых имеют π' -индекс в G , а $K_\pi(F)$ – класс всех тех групп G , холловы π -подгруппы которых принадлежат F . Заметим, что ввиду теоремы IX.1.15 и IX.1.25 [1] классы $L_\pi(F)$ и $K_\pi(F)$ являются классами Фиттинга.

В настоящей работе найден метод построения классов Фишера частично разрешимых групп посредством операторов $L_\pi(F)$ и $K_\pi(F)$. Через S^π и FS мы будем обозначать класс Фиттинга всех π -разрешимых групп и класс Фиттинга всех тех групп, факторгруппы по F -радикалу которых разрешимы.

Нами доказана

Теорема 1. Пусть F – класс Фиттинга конечных групп. Тогда справедливы следующие утверждения:

(1) если универсум U_1 – наследственный подкласс Фиттинга класса $S^\pi \cap FS$, то класс $L_\pi(F)$ является классом Фиттинга.

(2) если универсум $U_2 = S^\pi$, то $K_\pi(F)$ являются классом Фиттинга.

Основной результат работы в универсумах U_1 и U_2 из теоремы 1 представляет теорема, описывающая построение классов Фишера посредством холловых операторов.

Теорема 2. Для любого класса Фишера F , классы $L_\pi(F)$ и $K_\pi(F)$ являются классами Фишера.

ЛИТЕРАТУРА

1. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.

Воробьев Н. Н.¹, Мехович А. П.²

УО «ВГУ им. П. М. Машерова»

(г. Витебск, Беларусь)

E-mail: ¹vornic2001@yahoo.com, ²amekhovich@yandex.ru

ПРЯМЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ

n -КРАТНО ω -КОМПОЗИЦИОННЫХ ФОРМАЦИЙ

Все рассматриваемые группы конечны. Используется стандартная терминология [1, 2].

В дальнейшем символ ω обозначает некоторое непустое множество простых чисел, $\omega' = P \setminus \omega$.

Пусть f – произвольная функция вида

$$f: \omega \cup \{\omega'\} \rightarrow \{\text{формации групп}\}. \quad (*)$$

Следуя [2], сопоставим функции f вида (*) класс групп

$$CF_{\omega}(f) = (G \mid G/R_{\omega}(G) \in f(\omega) \text{ и } G/C^p(G) \in f(p))$$

для всех таких $p \in \omega$, что в G имеется композиционный фактор порядка p).

Если формация F такова, что $F = CF_{\omega}(f)$ для некоторой функции f вида (*), то F называется ω -композиционной формацией с ω -композиционным спутником f .

Согласно концепции кратной локализации, предложенной А. Н. Скибой [2], всякая формация считается 0-кратно ω -композиционной, а при $n-1$ формация F называется n -кратно ω -композиционной, если $F = CF_{\omega}(f)$, где все непустые значения функции f являются $(n-1)$ -кратно ω -композиционными формациями. Если формация F n -кратно ω -композиционна для всех натуральных n , то F называется *тотально ω -композиционной*.

Пусть $\{F_i \mid i \in I\}$ – некоторая система непустых подклассов класса групп F . Будем писать $F = \bigoplus_{i \in I} F_i$, если для любых различных $i, j \in I$ имеет место $F_i \cap F_j = (1)$ и, кроме того, каждая группа $G \in F$ имеет вид $G = A_1 \times \dots \times A_t$, где $A_1 \in F_{i_1}, \dots, A_t \in F_{i_t}$ (см. [1]). Всякое представление класса F в виде $F = \bigoplus_{i \in I} F_i$ называется *прямым разложением* этого класса.

Доказана следующая

Теорема. Пусть $F = \bigoplus_{i \in I} F_i$ для некоторых формаций F_i таких, что $\pi(F_i) \cap \pi(F_j) = \emptyset$ при всех $i \neq j$. Тогда формация F n -кратно ω -композиционна в том и только в том случае, когда n -кратно ω -композиционна каждая из формаций F_i .

Отметим некоторые следствия из основного результата.

Следствие 1. Пусть $F = \bigoplus_{i \in I} F_i$ для некоторых формаций F_i таких, что $\pi(F_i) \cap \pi(F_j) = \emptyset$ при всех $i \neq j$. Тогда формация F *тотально ω -композиционна* в том и только в том случае, когда *тотально ω -композиционна* каждая из формаций F_i .

Следствие 2 [3]. Пусть $F = M \oplus N$ для некоторых формаций M и N таких, что $\pi(M) \cap \pi(N) = \emptyset$. Тогда формация F n -кратно композиционна (тотально композиционна) в том и только в том случае, когда n -кратно композиционна (тотально композиционна) каждая из формаций M и N .

ЛИТЕРАТУРА

1. Скиба, А. Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск : Беларуская навука, 1997. – 240 с.
2. Скиба, А. Н. Кратно L-композиционные формации конечных групп / А. Н. Скиба, Л. А. Шеметков // Укр. мат. журн. – 2000. – Т. 52, № 6. – С. 783-797.
3. Блинец, И. В. О прямых разложениях композиционных формаций / И. В. Блинец, Н. Н. Воробьев // Вопросы алгебры. – 1998. – Вып. 12. – С. 106-112.

Воробьев Н. Н.¹, Царев А. А.²

УО «ВГУ им. П. М. Машерова»

(г. Витебск, Беларусь)

E-mail: ¹vornic2001@yahoo.com, ²alex_vitebsk@mail.ru

О РЕШЕТКЕ ЧАСТИЧНО КОМПОЗИЦИОННЫХ ФОРМАЦИЙ

Все рассматриваемые группы конечны. Формацией называется класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений. В произвольной группе G выберем систему подгрупп $\tau(G)$. Говорят, что τ – подгрупповой функтор (в смысле А. Н. Скибы [1]), если выполняются следующие условия:

- 1) $G \in \tau(G)$;
- 2) для любого эпиморфизма $\phi : A \rightarrow B$ и любых групп $H \in \tau(A)$, $T \in \tau(B)$ имеет место $H^\phi \in \tau(B)$ и $T^{\phi^{-1}} \in \tau(A)$.

Если $\tau(G) = \{G\}$, то функтор τ называется тривиальным. Мы будем рассматривать лишь такие подгрупповые функторы τ , что для любой группы G все подгруппы, входящие в $\tau(G)$, субнормальны в G . Формация F называется τ -замкнутой [1], если $\tau(G) \subseteq F$ для всякой группы G из F .

В дальнейшем символ ω означает некоторое непустое множество простых чисел и $\omega' = \mathbb{P} \setminus \omega$. Пусть f – произвольная функция вида

$$f : \omega \cup \{\omega'\} \rightarrow \{\text{формации групп}\} \quad (1)$$

Следуя [2], сопоставим функции f класс групп

$$CF_\omega(f) = \{G \mid G/R_\omega(G) \in f(\omega') \text{ и } G/C^p(G) \in f(p) \text{ для всех } p \in \omega \cap \pi(\text{Com}^+(G))\},$$

где символ $R_\omega(G)$ означает наибольшую нормальную разрешимую ω -подгруппу группы G . Символом $C^p(G)$ обозначается пересечение централизаторов всех тех главных факторов группы G , у которых композиционные факторы имеют простой порядок p (если в группе G нет таких факторов, то полагают $C^p(G) = G$). Для произвольной совокупности групп X через $\text{Com}^+(X)$