

простое число p из некоторого множества простых чисел π , является π -замкнутой группой.

Естественно возникает задача об нахождении новых классов конечных групп F , замкнутых относительно произведения F -подгрупп, индексы которых не делятся ни на одно простое число из некоторого множества простых чисел π . Именно развитию данного направления и посвящены полученные результаты.

Теорема 1. Пусть π_1 и π_2 – некоторые множества простых чисел и $F = G_{\pi_1} G_{\pi_2}$. Тогда любая π_2 -разрешимая группа $G = AB$, где A и B – F -подгруппы, индексы $|G : A|$, $|G : B|$ которых не делятся ни на одно простое число из π_2 , принадлежит F .

Теорема 2. Пусть $F = G_{\pi_1} G_{\pi_2} G_{\pi_1}$, где π_1 и π_2 – некоторые множества простых чисел таких, что $\pi_1 \cap \pi_2 = \emptyset$. Если $G = AB$ – π_2 -разрешимая группа, где A и B – F -подгруппы, индексы $|G : A|$, $|G : B|$ которых есть π_1 -числа, то $G \in F$.

Следствие. Пусть G – p -разрешимая группа, $G = AB$, где $l_p(A) \leq 1$, $l_p(B) \leq 1$, индексы $|G : A|$, $|G : B|$ не делятся на p , тогда $l_p(G) \leq 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hall, P. A note on soluble groups / P. Hall // Proc. London Math. Soc., 1928. – Vol. 3. – P. 98-105.
2. Hall, P. On the Sylow systems of a soluble group / P. Hall // Proc. London Math. Soc., 1937. – Vol. 43. – P. 316–323.
3. Тютянов, В. Н. Факторизации π -нильпотентными сомножителями / В. Н. Тютянов // Математический сборник. –1996. – Т. 187, № 9. – С. 97–102.

Витько Е. А.¹, Воробьев Н. Т.²

УО «ВГУ им. П. М. Машерова»

(г. Витебск, Беларусь)

E-mail: ¹lenavit@list.ru, ²nicholas@vsu.by

О ФИТТИНГОВЫХ ФУНКТОРАХ С НОРМАЛИЗАТОРНЫМ УСЛОВИЕМ

Все рассматриваемые в работе группы конечны. В определениях и обозначениях мы следуем [1].

Пусть X – некоторый непустой класс групп. отображение f , которое каждой группе $G \in X$ ставит в соответствие некоторое непустое множество ее X -подгрупп $f(G)$, называется [2] фиттинговым X -функтором, когда выполняются следующие условия:

1) если $\alpha: G \rightarrow \alpha(G)$ – изоморфизм, то

$$f(\alpha(G)) = \{\alpha(X) \mid X \in f(G)\};$$

2) если N – нормальная X -подгруппа группы G , то

$$f(N) = \{X \cap N \mid X \in f(G)\}.$$

Фиттингов X -функтор называется сопряженным, если для каждой группы $G \in X$, множество $f(G)$ есть класс сопряженных подгрупп группы G .

Введем на множестве сопряженных фиттинговых X -функторов отношение “ \ll ” следующим образом. Если f и g – сопряженные фиттинговы X -функторы, то функтор f назовем сильно вложенным в g и обозначим $f \ll g$, в том и только в том случае, когда для любой подгруппы $X \in f(G)$ существует такая подгруппа $Y \in g(G)$, что $X \leq Y$.

Пусть группа $G \in X$, f – фиттингов X -функтор. Подгруппу $T \in f(G \times G)$ назовем удовлетворяющей условию (α_2) если из того, что $(t_1, t_2) \in T$ следует $(t_1, t_1^{-1}) \in T$.

Пусть f – фиттингов X -функтор, тогда определим функтор f^* следующим образом:

$$f^*(G) = \{\pi_1(T) \mid T \in f(G \times G)\}$$

для любой группы G из класса X , где π_1 – проекция первой координаты $G \times G$ в G .

Следуя [3], введем

Определение 1. Пусть f – сопряженный фиттингов X -функтор, тогда секцией Локетта назовем множество

$$Locksec(f) = \{g \mid g \text{ – сопряженный фиттингов } X\text{-функтор и } f^* = g^*\}.$$

Определение 2. Пусть f – сопряженный фиттингов X -функтор.

1) Функтор f называется удовлетворяющим нормализаторному условию, если $V \triangleleft N_G(\pi_1(T))$ для всех групп $G \in X$, $T \in f(G \times G)$ таких, что $T \cap (G \times 1) = V \times 1$ и $V \in f(G)$.

2) Секция Локетта $Locksec(f)$ называется удовлетворяющей нормализаторному условию или N -секцией, если каждый функтор $g \in Locksec(f)$ удовлетворяет нормализаторному условию.

Теорема. Пусть f – сопряженный фиттингов X -функтор, удовлетворяющий нормализаторному условию и группа $G \in X$. Пусть T и R – подгруппы из $f(G \times G)$ такие, что $\pi_1(T) = \pi_1(R)$ и $T \cap (G \times 1) = V \times 1$, $R \cap (G \times 1) = U \times 1$, где V, U – подгруппы из $f(G)$. Тогда $V = U$. Кроме того, если T и R удовлетворяют условию (α_2) , то $T = R$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
2. Витько, Е. А. Функторы Локетта конечных групп / Е. А. Витько // IV Машеровские чтения: материалы Междунар. науч. конф., Витебск, 28-29 октября 2010 г. / Вит. гос. ун-т; редкол.: А. П. Солодков [и др.]. – Витебск, 2010. – С. 11-12.
3. Beidleman, J. C. Fitting functors in finite solvable groups II / J. C. Beidleman, B. Brewster, P. Hauck // Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 1987. – Vol. 101. – P. 37-55.

Воробьев Г. Н., Гальмак А. М.

УО «Могилевский государственный университет продовольствия»
(г. Могилев, Беларусь)
E-mail: mgup@mogilev.by

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОМЕСТНЫХ ПОЛИАДИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

Постановка задачи. Исследованию свойств многоместных операций вида $[]_{l,k}$, $[]_{l,\sigma,k}$, $[]_{l,\sigma,m,mk}$, а также их различных модификаций посвящена монография [1].

Цель данной работы – моделирование явного вида многоместной l -арной операции $[]_{l,\sigma,k}$, определенной на k -ой декартовой степени A^k полугруппы A следующим образом:

$$[\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \dots \mathbf{x}_l]_{l,\sigma,k} = (x_{11} x_{2\sigma(1)} \dots x_{l\sigma^{l-1}(1)}, \dots, x_{1k} x_{2\sigma(k)} \dots x_{(l-1)\sigma^{l-2}(k)} x_{l\sigma^{l-1}(k)}),$$

где $k \geq 2$, $l \geq 2$, σ – подстановка из S_k [1, с. 138].

Моделирование будем выполнять при следующих ограничениях:

$$\begin{aligned} k &\geq 2; \quad l \geq 2; \quad \sigma \in S_k; \\ A^k &= \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k) \mid x_1, x_2, \dots, x_k \in A\}; \\ [x_1 x_2 \dots x_l]_{l,\sigma,k} &= (y_1, y_2, \dots, y_k), \end{aligned}$$

где $y_j = x_{1j} x_{2\sigma(j)} \dots x_{(l-1)\sigma^{l-2}(j)} x_{l\sigma^{l-1}(j)}$; $j = 1, 2, \dots, k$.