Приведем примеры таких заданий:

- Решить уравнение $\left| |x - 4| + 3 \right| = 2$.

Письменное выполнение этого задания подразумевает использование стандартных методов. Устное же решение данного уравнения потребует точного понимания понятия «модуль», знания его свойств. Т.е, зная, что $|x - 4| + 3 \geq 3$ для любого $x \in R$ легко сделать вывод, что такая сумма никогда не окажется равной ± 2 и, следовательно, уравнение решений не имеет. Такое решение, основанное на оценке величины некоторого выражения, может породить целый ряд устных упражнений. Например:

- Решить уравнение $\sin x + \cos x = 2$;
- Решить уравнение $2^{|x|+1} = 2 - |x|$;
- Решить уравнение $x^2 + y^2 = -|x + y|$;

Следующий вид устных упражнений – задания направленные на отработку навыка точного выполнения требований задачи. Приведем пример такого задания:

- Найти сумму корней уравнения: $(x - 4)^2 = 25 - 8x$.

Естественно, можно просто найти корни и затем сложить их. Именно так и поступит большинство школьников. Но можно воспользоваться тем, что это уравнение приводится к неполному квадратному уравнению, сумма корней которого равна 0. Естественно, в такой простой трактовке выполнение расширенной задачи, которую сформулировали себе ученики, не приводит к большому усложнению задания, но к некоторой потере времени – точно приводит.

Следующий тип заданий – это задания, которые появляются как развитие, усложнение некоторых обычных задач. Например, выполнив задание: построить график функции $y = |x - 1| + |x + 2|$, ученикам можно предложить выполнить устно достаточно сложное задание: при каких a уравнение $|x - 1| + |x + 2| = a$ имеет два решения?

Подводя итоги, отметим, устные упражнения могут быть достаточно мощным инструментом в осуществлении уровневой дифференциации в обучении.

Литература

1. Великанова Л.И. Устные упражнения как средство повышения эффективности обучения математике учащихся V-VI классов: автореферат диссертации на соиск. учен. степ. канд. пед. наук: по спец. 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика)/ Л.И. Великанова, УО «Бел. гос. пед. ун-т им. М. Танка». – Минск, 2007. – 21 с. – библиогр.: 16-18.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КОНТРОЛЯ ОТВЕТОВ В ТЕСТИРУЮЩИХ ПРОГРАММАХ

А.В. Осипов, А.И. Бочкин

Автоматическая оценка результатов тестирования – проблема, требующая серьезного научного подхода. Публикации последних лет затрагивают тему эффективной оценки различных типов тестовых заданий: выбор нескольких вариантов из предложенных, табличные тесты, ввод текстового ответа и пр. Уделяется внимание строковому ответу, как наиболее привычному (без ЭВМ) способу контроля знаний. При этом авторы стремятся уйти от популярного выбора готовых вариантов в сторону комбинаторных тестовых заданий с целью повышения педагогической эффективности таких заданий.

Текстовые ответы в тестах обладает значительно большей информативностью по сравнению с ответом, выбираемым из готового списка. Но необходимо правильно оценить долю знаний тестируемого при выполнении такого задания. Будем следовать подходу, опирающемуся на пересчет вероятностей гипотез о доле знаний по формуле Байеса.

Пусть автор теста предусмотрел как правильный ответ единственное слово. Пример: какой раздел физики занимается распространением звука? Ответ в этом случае однозначен: акустика. Пусть доля знаний тестируемого равна d. То есть доля слов, относящихся к заданию и смысл которых известен обучаемому, равна d. В этом случае вероятность правильного ответа (для пересчета вероятностей гипотез по Байесу)

$$p(d) = d$$

при верном ответе и

$$q(d) = 1\text{-}d$$

при неверном.

Ввиду большого наличия синонимов в языке, сложно рассчитывать на точное попадание в предусмотренный ответ. Пример задания: Кто составляет алгоритм? Возможные ответы: автор, программист, студент и так далее. Отметим, что на практике неоднозначность практически неустранима, хотя и поддается уменьшению за счет аккуратной постановки вопросов.

Итак, пусть автор предыдущего теста предусмотрел три варианта правильных ответа. Ни один из них, конечно, не выдается заранее на экран. Тогда при доле знаний тестируемого d вероятность не попасть ни в один из них составит

$$q(d) = (1\text{-}d)^3$$

А дополнительная к ней вероятность попадания хотя бы в один ответ составит

$$p(d) = 1\text{-}(1\text{-}d)^3$$

Именно на эти вероятности необходимо домножать распределение вероятностей гипотез по теореме Байеса. Исходное распределение, естественно, равномерно: p(d)=1.

Очевидно, что чем больше предусмотрено вариантов ответов, тем больше вероятность верного ответа ученика, но меньше "премия" за ответ – множитель вероятности. Выход прост: надо предусматривать все те и только те варианты ответов, которые относятся к смыслу задания. Соответственно надо формулировать и вопросы – задания, разумно сужая множество правильных вариантов. А это уже методическое творчество.

В случае ответ из нескольких слов ситуация сводится к предыдущей, если считать слова каждого ответа независимыми. Задание: дополните определение «Синусом острого угла в прямоугольном треугольнике называют…» Слова-ключи таковы:

ОТНОШЕНИЕ,

КАТЕТа,

ГИПОТЕНУЗа.

В данном примере большими буквами выделены части слова без окончаний для снятия проблемы падежей.

Для каждой группы ключей вычисляются свои вероятности

$$p_1(d) = 1\text{-}(1\text{-}d)^3,\ p_2(d) = 1\text{-}(1\text{-}d)^1 = d,\ p_3(d) = 1\text{-}(1\text{-}d)^2,$$

зависящие от частот – числа вариантов в каждой строке. Все три распределения перемножаются и в ходе теста итоговая функция p(d) достаточно быстро стремится к графику, схожему с нормальным распределением, который в тривиальном случае единственных правильных ответов без учета угадывания описывается формулой:

$$p(d) = d^V * (1\text{-}d)^N$$

с точностью до нормирующего множителя. Здесь V – общее число верных ответов тестируемого; N – неверных.

Замечание: наличие в ответе лишнего слова или недостаточность числа слов можно рассматривать как неверные ответы. Тестируемые нередко пытаются выйти на правильный ответ за счет массированного ввода подходящих слов в ответ и повторного прохождения обучающего теста. При этом развивается ассоциативное мышление и внешняя речь.

О смысле оценки доли знаний тестами словесного типа. Как указано выше, ответы-слова потенциально весьма информативны при оценке доли знаний. В то же время проблема числовой оценки правильности такого ответа далеко не тривиальна.

В тестирующей системе одним из центральных понятий является доля знаний d. В некоторых ситуациях это понятие вполне прозрачно. Так, если тестируемый отвечает только на вопросы "да/нет", доля знаний – это доля вопросов, на которые тестируемый знает верные ответы (с точки зрения автора теста). Естественно, вероятность p(d) верного ответа здесь выше доли знаний d за счет возможности угадывания:

$$p(d) = d+(1\text{-}d)/2;\ q(d) = 1\text{-}d$$

Подобная ситуация сохраняется при выборе ответа из N=3,4,5... вариантов:

$$p(d) = d+(1\text{-}d)/n;\ q(d) = 1\text{-}d$$

Проблема оценки ответа резко усложняется при переходе к тестам с вводом текстового ответа тестируемого, например ответ-слово. Формально ответ–слово можно рассмотреть иногда как выбор из весьма большого, практически бесконечного множества правдоподобных вариантов. Действуя формально при единственном правильном ответе, ему можно приписать долю знаний d и вероятности p(d)=d при правильном и q(d)=1-d при неправильном ответе. Но остается неясным смысл величины d.

Постановка основной проблемы включает в себя следующие вопросы: что такое доля знаний d тестируемого при словесном ответе, что фактически измеряет тестовое задание?

Сознавая всю необозримую сложность этой проблемы, ограничимся пока следующей простой моделью. Пусть предметная область тестового задания описывается некоторым множеством понятий. Каждому понятию соответствует одно или несколько слов, которые будем считать "локальными синонимами". Приведем пример вопроса: Какие именованные наборы данных хранятся на винчестере? Правильные ответы: ПАПКи, КАТАЛОГи, ПРОГРАММы, ФАЙЛы. Заметим, что задание может состоять в выдаче всех подходящих ответов.

Отметим, что вопрос задания всегда содержит несколько слов, ассоциативно связанных между собой и с ожидаемым ответом. Но эти ассоциации существуют у автора и, возможно, существуют или формируются в голове конкретного тестируемого. Таким образом, фактически проверяется существование таких ассоциативных связей. Отсюда следует, что автор задания обязан реализовывать не свои персональные, а общепринятые в данной области знания ассоциации при разработке тестовых вопросов.

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ В МАЛОЧИСЛЕННЫХ КЛАССАХ

Е.Е. Семенов, В.В. Малиновский

В настоящее время термин "малочисленные классы" в методической литературе стал достаточно распространенным. Этот термин используется как интуитивно понятный и связывается, прежде всего, с понятием "малокомплектная школа", в качестве которых рассматриваются [5, с.540] "неполные средние и средние школы с малой наполняемостью классов". Укажем, что там же используется и понятие "класс с обычной наполняемостью". Однако такая связь не является бесспорной. «Малокомплектность» школы указывает, прежде всего, на малое число классов-комплектов (число учеников в этих классах при этом не оговаривается). Малочисленность же класса явно указывает на число учеников в классе без указания типа школы (как показала практика - такие классы появляются и в «полнокомплектных» школах). Иными словами, «малокомплектность» как правило влечет «малочисленность». Обратное – выполняется не всегда. Отсутствие взаимно однозначного соответствия указанных понятий указывает на некорректность их взаимной подмены и требует более детальной разработки понятия «малочисленный класс».

Заметим, что хотя учебный класс с точки зрения психологии и является реальной формальной малой группой, нижняя граница размера которой определяется в 2-3 человека, использование указанного термина в качестве синонима понятия "малочисленный класс" не является бесспорным. Более правильным, на наш взгляд будет соотнесение малочисленного класса с термином "микрогруппа" Ее границы, в частности в [1, 2] , определяются как 3 - 15 человек. Однако полного отождествления указанных терминов производить нельзя в силу того, что психологи разрабатывали свои понятия и определяли границы групп исходя из своих задач, которые не всегда совпадают с педагогическими.

Мы предлагаем следующее определение: ***«Под малочисленным классом будем понимать формальную микрогруппу школьников численностью до 12 человек, созданную для решения учебных задач».*** Укажем, что данное определение не противоречит приведенному в [6] понятию "класс".

Учителя-практики отмечают, что с уменьшением числа учеников в классе субъективно становится легче работать. Однако если количество учеников переходит некоторое критическое число, то субъективные трудности работы начинают возрастать. В педагогической энциклопедии [5, с.540] указывается, "малая наполняемость классов ограничивает возможность применения ряда педагогических методов и приёмов, обусловливает повышенный контроль и опеку со стороны учителя, снижает темп урока, но в то же время создает лучшие условия для индивидуализации обучения".

Р.С. Немов [4, с.562] указывает, что величина групп (то есть класса) не оказывает однозначного влияния на успешность ее деятельности. Однако увеличение или уменьшение количества членов в зависимости от задачи группы, ее структуры и взаимоотношений ее членов может повлиять на результаты работы. Положительными психологическими следствиями увеличения числа членов группы являются, в частности, следующие: с увеличением группы в ней появляется больше людей с ярко выраженной индивидуальностью; с ростом группы обычно повышается ее "ресурс талантов". Очевидно, что в малочисленных классах эти положительные факторы могут отсутствовать или оказаться весьма ограниченными. В то же время рост числа членов группы имеет и отрицательные педагогические и психологические следствия. В частности, большой группой