

$$\langle \mu \lambda, \varphi \rangle = \sum_{(t, t_q) \in U^+ \times U_q^+} \mu(t) \lambda(t_q) \varphi(t; t_q) - \sum_{(t, t_q) \in U^- \times U_q^-} \mu(t) \lambda(t_q) \varphi(t; t_q),$$

где первая сумма берется по всем точкам множества  $U^+ \times U_q^+$ , а вторая сумма по всем точкам множества  $U^- \times U_q^-$ .

Далее, взяв для определенности произведение

$$u_0(t) = u_0(t_1) u_0(t_2) \cdots u_0(t_{q-1}),$$

получаем

$$\begin{aligned} \langle \mu \lambda, u_0(t) \rangle &= \sum_{(t, t_q) \in U^+ \times U_q^+} \mu(t) \lambda(t_q) u_0(t) u_0(t_q) - \sum_{(t, t_q) \in U^- \times U_q^-} \mu(t) \lambda(t_q) u_0(t) u_0(t_q) = \\ &= \sum_{t \in U^+} \sum_{t_q \in U_q^+} \mu(t) \lambda(t_q) u_0(t) u_0(t_q) - \sum_{t \in U^-} \sum_{t_q \in U_q^-} \mu(t) \lambda(t_q) u_0(t) u_0(t_q) = \\ &= \left[ \sum_{t \in U^+} \mu(t) u_0(t) \right] \cdot \left[ \sum_{t_q \in U_q^+} \lambda(t_q) u_0(t_q) \right] - \left[ \sum_{t \in U^-} \mu(t) u_0(t) \right] \cdot \left[ \sum_{t_q \in U_q^-} \lambda(t_q) u_0(t_q) \right] = \\ &= \left[ \sum_{t_q \in U_q^+} \lambda(t_q) u_0(t_q) \right] \left[ \sum_{t \in U^+} \mu(t) u_0(t) - \sum_{t \in U^-} \mu(t) u_0(t) \right] = 0 \end{aligned}$$

в силу свойств функционала  $\mu$ , обеспечивающего экстремальность суммы полиномов (4).

Свойство  $\mu \in \partial \|f - h_*\| \vee \partial \|h_* - f\|$  проверяется аналогично.

Литература

1. Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. М. Наука 1974 г. 480с.

## МОДИФИЦИРОВАНИЕ СМАЗОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ УГЛЕРОДНЫМИ НАНОЧАСТИЦАМИ

*Ю.А. Шиенок*

Одним из современных приоритетных направлений фундаментальных научных исследований Республики Беларусь является исследование физико-технических и физико-химических основ процессов получения и использования наноструктурных материалов.

Актуальность данной проблемы обусловлена в научном отношении необходимостью получения новых знаний о наноматериалах и нанотехнологиях, в частности о процессах формирования и свойствах нанодисперсий, и в практическом отношении – необходимостью обеспечения разработки и производства перспективных смазочных материалов на основе масел, модифицированных наночастицами, обладающих повышенными триботехническими характеристиками, использование которых позволит повысить надежность и долговечность работы машин и механизмов.

К числу перспективных смазочных материалов относятся масла, модифицированные наночастицами, которые представляют собой наносупензии, обладающие повышенными триботехническими характеристиками, что объясняется упорядочением молекулярной структуры масел под влиянием наночастиц [1]. Однако закономерности получения и свойства таких материалов изучены недостаточно. В частности, практически не исследованы особенности получения и свойств смазочных масел, модифицированных углеродными наночастицами. В связи с тем, что данная проблема является новой для Республики Беларусь, производства нанодисперсных материалов в стране не существовало, возникает большое количество научных и технических проблем при обосновании технологических схем производства наномодифицированных смазочных масел.

В качестве исходных исследуемых смазочных материалов были выбраны смазочные масла, произведенные в Республике Беларусь на ОАО Нафтан: масло моторное М8В (ГОСТ 10541-78)

и трансмиссионное масло ТИ5-2 (ГОСТ 17479.2-85). В качестве модифицирующей добавки к смазочным маслам использовались углеродные наноразмерные порошки различных типов, синтезированные путем обработки метано-воздушной смеси плазмой высоковольтного разряда атмосферного давления в ИТМО НАН Беларуси.

Исходный углеродный материал подвергался ультразвуковой обработке для изменения качественных параметров углеродных наночастиц [2]. Суспензии углеродного материала в смазочных материалах (концентрация углеродного материала 0,1% по массе) готовились перемешиванием исследуемого углеродного материала в смазочном материале с помощью ультразвука в течение 5 минут в водоохлаждаемой кювете. Полученные суспензии представляли собой однородные непрозрачные вязкие жидкости. Методика экспериментального исследования триботехнических характеристик смазочных материалов (как исходных масел, так и наносуспензий на их основе) разрабатывалась в ВГУ им. П.М. Машерова основываясь на ГОСТ 9490-75 “Материалы смазочные жидкие и пластичные. Метод определения смазывающих свойств на четырехшариковой машине”. Для оценки эффективности использования углеродного порошка в качестве дисперсного материала в смазочном материале использовался параметр величины износа стальных шаров при их взаимном трении. На основании экспериментов делался вывод об эффективности применения данного углеродного материала по уменьшению величины износа.

Полученные результаты свидетельствуют о зависимости триботехнических характеристик модифицированных смазочных масел от свойств исходных смазочных материалов и условий их модифицирования углеродными наночастицами, а так же от качественных параметров и содержания модифицирующих углеродных наночастиц [3].

Так для моторного масла М8в установлено, что введение 0,1 вес.% модифицирующего наночуглеродного порошка, имеющего аморфную структуру, методом двухстадийного ультразвукового диспергирования (диспергирование в этиловом спирте при концентрации порошка 1 вес.% в течении 40 минут и последующее перемешивание в исходном масле при концентрации порошка 0,1 вес.% в течении 5 с помощью ультразвука) приводит к улучшению триботехнических характеристик полученной суспензии – диаметр пятен износа по сравнению с чистым маслом уменьшается на 36%.

#### Литература

1. Люты М. и др. Триботехнические характеристики смазочных материалов, модифицированных нанодисперсными наполнителями // Наноструктурные материалы – 2002: Беларусь – Россия. Тезисы докл. 2-го научно-техн. сем., 24-25 окт. 2002. М.: ИМЕТ РАН, 2002. С. 44.
2. Толочко Н.К., Становой П.Г., Жданок С.А., Крауклис В.А. Ультразвуковое диспергирование углеродных наноматериалов. Перспективные материалы, 2008, №2. С. 5-9. (Россия)
3. Толочко Н.К., Мозжаров С.Е., Шиенок Ю.А., Крауклис А.В., Становой П.Г. Закономерности получения и триботехнические свойства смазочных материалов, модифицированных углеродными наноматериалами // Наноструктурные материалы – 2008: Беларусь – Россия – Украина (НАНО-2008). Матер. Первой междунар. научной конф. Минск, 22-25 апреля 2008. Мн.: Белорусская наука, 2008. С. 426.

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЗАДАЧАХ МАССОПЕРЕНОСА

*А.А. Яхновец Т.Н. Лисовенко*

В задачах массопереноса изначально сложное уравнение

$$\rho \frac{d\rho_k}{dt} = \text{div}\{-D\rho[\nabla\rho_k + k_T\nabla(\ln T) + k_p\nabla(\ln p)]\} + J_v, \quad (1)$$

можно заменить уравнением для более простой одномерной модели

$$\partial_t \rho(x, t) + c(\rho) \partial_x \rho(x, t) = 0. \quad (2)$$

В формуле (1)  $\rho$  – плотность субстанции, например, массы,  $D$  – коэффициент диффузии,  $k_p$ ,  $k_T$  – соответственно коэффициенты бародиффузии и термодиффузии,  $J_v$  – объемная мощность источника субстанции. В формуле (2)  $c(\rho)$  – скорость переноса массы как функция плотности. Переход к простой модели осуществляется с помощью усреднения по сечению потока и отбрасыванием слагаемых в (1), дающих малые вклады, мало влияющие на характерные процессы рассматриваемой модели (2). Как правило, для нее известны начальные условия из данных эксперимента, задаваемые в виде плавно меняющейся ограниченной функции

$$\rho(x, 0) = \zeta(x). \quad (3)$$