ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ

О.В. Пышненко, О.А. Горбукова, Т.И. Бурлейко

При создании компьютерного симулятора стрельбы артиллерии возникает задача проведения численного моделирования полета неуправляемого артиллерийского снаряда. Обектом исследования, с точки зрения изучения возможности компьютерного моделирования, являлись известные из литературы по внешней баллистике: система дифференциальных уравнений невозмущенного движения неуправляемых артиллерийских снарядов и система дифференциальных уравнений возмущенного движения в отклонениях. В работе применялся метод численного моделирования с использованием систем компьютерой алгебры Maple, Excel, MathCad. Полученные результаты сравнивались с экспериментальными данными, приведенными в таблицах стрельбы (ТС) артиллерии.

Для моделирования невозмущенного движения использовалась система дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} m\dot{V} = -X_a - mg_0 \sin\theta; \\ mV\dot{\theta} = -mg_0 \cos\theta; \\ -mV\cos\theta\,\dot{\psi} = 0; \\ \dot{x}_g = V_{x_g} = V\cos\theta\cos\psi; \\ \dot{y}_g = V_{y_g} = V\sin\theta; \\ \dot{z}_g = V_{z_g} = -V\cos\theta\sin\psi. \end{cases} \quad (1)$$

где m – масса снаряда, V – скорость снаряда, θ – угол бросания, ψ – угол пути, X_a – сила лобового сопротивления воздуха. При начальных условиях: $t = 0;\ V = V_0;\ \theta = \theta_0;\ \psi = \psi_0;\ x_g = y_g = z_g = 0$.

Система уравнений возмущенного движения в отклонениях:

$$\begin{cases} \Delta\dot{V} = \dfrac{\partial f_1}{\partial V}\Delta V + \dfrac{\partial f_1}{\partial\theta}\Delta\theta + \dfrac{\partial f_1}{\partial y_g}\Delta y_g + Q_1; \\ \Delta\dot{\theta} = \dfrac{\partial f_2}{\partial V}\Delta V + \dfrac{\partial f_2}{\partial\theta}\Delta\theta + Q_2; \\ \Delta\dot{\psi} = Q_3; \\ \Delta\dot{x}_g = \dfrac{\partial f_4}{\partial V}\Delta V + \dfrac{\partial f_4}{\partial\theta}\Delta\theta + \dfrac{\partial f_4}{\partial\psi}\Delta\psi; \\ \Delta\dot{y}_g = \dfrac{\partial f_5}{\partial V}\Delta V + \dfrac{\partial f_5}{\partial\theta}\Delta\theta; \\ \Delta\dot{z}_g = \dfrac{\partial f_6}{\partial V}\Delta V + \dfrac{\partial f_6}{\partial\theta}\Delta\theta + \dfrac{\partial f_6}{\partial\psi}\Delta\psi. \end{cases} \quad (2)$$

где Q_1, Q_2, Q_3 – возмущенные члены, а функции $f_1 \dots f_6$ определяются системой:

$$\begin{cases} f_1(V, \theta, y_g) = -\dfrac{X_a}{m} - g_0 \sin\theta; \\ f_2(V\ \theta) = -\dfrac{g_0}{V}\cos\theta; \\ f_3 = 0; \\ f_4(V, \theta, \psi) = V\cos\theta\cos\psi; \\ f_5(V, \theta) = V\sin\theta; \\ f_6(V, \theta, \psi) = -V\cos\theta\sin\psi. \end{cases}$$

Система (2) в общем случае интегрируется при начальных условиях: $t = 0;\ \Delta V = \Delta V_0;\ \Delta\theta = \Delta\theta_0;\ \Delta y_g = \Delta y_{g_0};\ \Delta x_g = \Delta x_{g_0}$.

Для проведения численного моделирования нами были решены методом наименьших квадратов задачи нахождения полиномов наилучшего приближения:

Для зависимости плотности воздуха от высоты:

$$\rho\left(y\right) = 3 \cdot 10^{-9} y^{2} - 109{,}556 \cdot 10^{-6} y + 1{,}198842 \quad , \textit{кг/м}^{3}.$$

Для зависимости скорости звука от высоты:

$$a\left(y\right) = 340{,}9 - 3{,}965 \cdot 10^{-3} \cdot y \text{ , } \textit{м/с}.$$

Для зависимости коэффициента силы лобового сопротивления от числа Маха методом аппроксимации был найден полином наилучшего приближения:

$$C_{x} = 0{,}9813304960 \quad 7 \cdot M^{6} - 0{,}1964289902 \quad 1 \cdot M^{5} - 7{,}6043227877 \quad 1 \cdot M^{4} +$$

$$+ 10{,}0473549216 \quad 7 \cdot M^{3} + 1{,}2803052257 \quad 9 \cdot M^{2} - 6{,}5943795883 \quad 3 \cdot M +$$

$$+ 2{,}4269991376 \quad 2$$

Результаты численного моделирования возмущенного движения в сравнении с экспериментальными данными ТС приведены в таблицах 1, 2, 3.

Таблица 1. Высота полета снаряда для различных дальностей

Эксперимен-тальная дальность из ТС, м	Высота эксперимен-тальная из ТС ($Y_{\text{Э}}$), м	Высота рас-четная ($Y_{\text{Р}}$), м	Разность $\lvert Y_{\text{Р}} - Y_{\text{Э}} \rvert$, м	Эксперимен-тальные срединные отклоне-ния из ТС, м
2000	38	37,3266827	0,6733172	0,7
3000	97	97,6163438	0,6163438	1,4
4000	189	190,2210614	1,2210614	2,3
4600	264	266,6962762	2,6962762	3,1

Из таблицы 1 видно, что отклонение (разность) расчетной и экспериментальной высоты меньше экспериментальных срединных отклонений, приводимых в ТС.

Таблица 2. Полное время полета и конечная скорость снаряда для различных дальностей

Экспериментальная дальность из ТС, м	Экспериментальное полное время поле-та из ТС, с	Расчетное полное время полета, с	Экспериментальная конечная скорость из ТС, м/с	Расчетная ко-нечная ско-рость, м/с
2000	5,6	5,51	320	328,5463955
3000	8,8	8,88	301	300,0382362
4000	12	12,36	285	286,0591559
4600	14	14,60	279	273,4088376

Из таблицы 2 также видно хорошее совпадение расчетных и экспериментальных времени полета и конечной скорости снаряда.

Таблица 3. Сравнение экспериментальных и расчетных дальностей полета снаряда

Экспериментальная даль-ность из ТС ($X_{\text{Э}}$), м	Расчетная даль-ность ($X_{\text{Р}}$), м	Разность $\lvert X_{\text{Р}} - X_{\text{Э}} \rvert$, м	Экспериментальные срединные отклонения из ТС, м
2000	1997,133217	2,866783	8,4
3000	3028,683018	28,683018	9,8
4000	4003,384012	3,384012	11
4600	4594,059678	5,940322	12

Из таблицы 3 видно, что при дальности 3000 м возникает существенное отклонение расчетной и экспериментальной дальности полета, что, видимо, связано с неточностью зависимости коэффициента силы лобового сопротивления от числа Маха.

Таким образом, в работе:

- получены полиномы наилучшего приближения для зависимости плотности воздуха, скорости звука от высоты; коэффициента силы лобового сопротивления от числа Маха;
- проведено численное моделирование с использованием системы *Maple* и сравнение полученных результатов с данными ТС, что показывает возможность дальнейшего численного моделирования неуправляемого возмущенного движения артиллерийского снаряда с использованием численных методов.