

**Заключение.** Важность исследования свойств операторов дробного интегрирования обусловлена их применением при отыскании ответов на разнообразные вопросы физики и механики в теории колебаний, теории теплопроводности, теории упругости. В работе получено аналитическое выражение дробной производной Маршо-Адамара через конечную разность порядка выше первого.

1. Самко, С.Г. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С.Г. Самко, А.А. Килбас, О.И. Маричев. – Мн.: Наука и техника, 1987. – 688 с.
2. Шлапаков, С.А. О дробном интегрировании Адамара в весовых пространствах суммируемых функций / С.А. Шлапаков // Веснік ВДУ.–2009. Т. 53, №3.– С. 132-135.
3. Шлапаков, С.А. Операторы дробного интегрирования по Адамару / С.А. Шлапаков // Наука – образованию, производству, экономике: материалы XVI (63) Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, 16–17 марта 2011 г. – Витебск, 2011.– Т. 1. С. 71-73.
4. Шлапаков, С.А. Производные Маршо-Адамара дробного порядка / С.А. Шлапаков // Наука – образованию, производству, экономике: материалы XX (67) Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, 12–13 марта 2015 г. – Витебск, 2015.– Т. 1. С. 27-28.

### ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ КРИСТАЛЛОВ TGS, ЛЕГИРОВАННЫХ РАЦЕМИЧЕСКОЙ ПРИМЕСЬЮ $D,L-\alpha$ – И $L-\alpha$ – АЛАНИНА

*В.Н. Шум<sup>1,2</sup>, С.Е. Мозжаров<sup>2</sup>, И.Ф. Кашевич<sup>1</sup>*  
*<sup>1</sup>Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*  
*<sup>2</sup>Витебск, ИТА НАН Беларуси*

Одно из основных направлений получения и исследования новых функциональных сегнетоэлектрических материалов связано с созданием в них статических и динамических неоднородностей, которые формируются в результате технологических процессов и путем воздействия различных физических полей. Это определяется тем, что характер и природа неоднородностей или внешних воздействий на сегнетоэлектрики могут давать широкие возможности для изменения физических характеристик уже известных материалов, и способствовать получению новых материалов с уникальным набором свойств.

Устойчивость монокристаллического состояния кристаллов TGS, обеспечивающая стабильность его параметров, при использовании его в качестве мишеней пироэлектрических видеоконверторов и чувствительных элементов приемников инфракрасного излучения достигается введением активных примесей типа внедрения (ионы металлов) и замещения (аланин и др.). Наиболее ярким примером создания униполярного состояния и стабилизации спонтанной поляризации является допирование TGS во время выращивания полярными примесями D- или L-  $\alpha$ -аланина.

Молекулы аланина ( $\text{NH}_2\text{CH}(\text{CH}_3)\text{COOH}$ ) изоморфны молекулам глицина ( $\text{NH}_2\text{CH}_2\text{COOH}$ ) и могут замещать их в кристалле. Поскольку молекулы  $\alpha$ -аланина несколько больше молекул глицина, замещение ими исходного глицина приводит к созданию дополнительных локальных полей механических напряжений и, вследствие пьезоэффекта, дополнительных внутренних полей смещения  $\Delta E_{\text{см}}$  в местах замещения. В результате появляется определенное число необратимых диполей, и формируются большие монокристаллические участки. Каждая примесь в отдельности стабилизирует поляризацию в одном направлении. Это связано со спецификой вхождения  $D,\alpha$ - и  $L,\alpha$ -аланина в кристаллическую решетку ( $D,\alpha$ -,  $L,\alpha$ - аланин – оптические изомеры  $\alpha$ -аланина). Представляет интерес изучение свойств TGS кристаллов, выращенных из растворов, содержащих рацемическую примесь  $D,\alpha$ - и  $L,\alpha$ -аланина (DLATGS).

Целью работы явилось исследование закономерностей влияния неоднородного распределения рацемической примеси  $D,L-\alpha$ -аланина на формирование внутренних полей и свойства кристаллов DLATGS.

**Материал и методы.** Объектом исследования служили кристаллы DLATGS, выращенные из растворов с различной концентрацией примеси (3, 7 и 25 вес.% в растворе), а также номинально чистые кристаллы TGS, полученные в аналогичных режимах роста. Кристаллы DLATGS выращивали в сегнетоэлектрической фазе при постоянной температуре скоростным методом.

Были исследованы диэлектрические и переполяризационные свойства полученных кристаллов. Для проведения исследований кристаллы DLATGS и TGS раскалывались по

плоскостям спайности на отдельные образцы (толщиной  $\sim 1$  мм), на параллельные большие плоскости (площадью  $\sim 2 - 3$  см<sup>2</sup>) которых методом напыления наносились алюминиевые электроды.

Емкость  $C$ , тангенс угла диэлектрических потерь  $\text{tg}\delta$  измеряли в слабых электрических полях частотой 1 кГц с помощью цифрового измерителя L,C,R E7-8. Измерения выполнялись в диапазоне температур от 20°C до 60 °С в режиме нагревания и охлаждения со скоростью 0,2 °С/мин. Точность определения температуры была не хуже  $\pm 0,1$  °С. Значения спонтанной поляризации  $P_s$ , коэрцитивных полей  $E_c$  и коэффициентов динамической униполярности  $k$  определяли по петлям гистерезиса, которые наблюдали с помощью модифицированной схемы Сойера- Тауэра с включением в измерительную схему фазовращающей цепочки для компенсации сквозной проводимости.

**Результаты и их обсуждение.** Пластика полярного скота из высоколегированного кристалла DLATGS (25 вес.%), доменная структура которого представляла две монокристаллические области с границей, проходящей через затравку, была разделена на два образца по этой границе – справа и слева от затравки (образцы 1 и 2 соответственно).

На рисунках 1 и 2 приведены температурные зависимости диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  и тангенса диэлектрических потерь  $\text{tg}\delta$ , а также петли диэлектрического гистерезиса для указанных образцов.

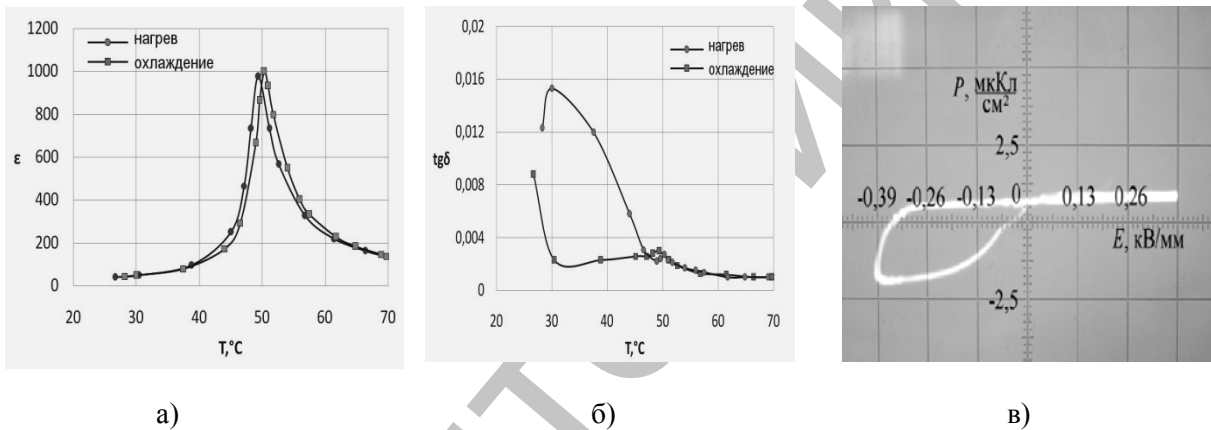


Рисунок 1 – Температурная зависимость  $\epsilon$  (а) и  $\text{tg}\delta$  (б), диэлектрическая петля гистерезиса (в) для высоколегированного образца 1 DLATGS.

Полученные данные показали, что значения  $\epsilon_{\text{max}}$  и  $\text{tg}\delta$  в точке Кюри высоколегированных кристаллов DLATGS уменьшаются более чем на два порядка по сравнению с аналогичными характеристиками номинально чистых кристаллов TGS. Температура Кюри  $T_c$  смещается приблизительно на 1°C в сторону высоких температур.

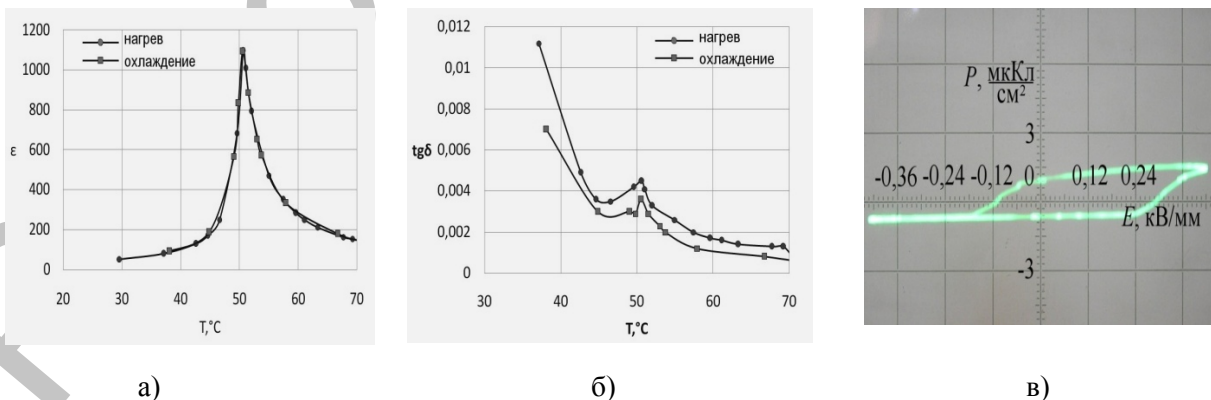


Рисунок 2 – Температурная зависимость  $\epsilon$ (а) и  $\text{tg}\delta$  (б), диэлектрическая петля гистерезиса (в) для высоколегированного образца 2 DLATGS.

Отличительной особенностью исследованных образцов 1 и 2 было отсутствие температурного гистерезиса в режимах нагревания и охлаждения. Это свидетельствует о стабильной доменной структуре, поскольку в TGS кристаллах величина диэлектрической проницаемости, измеряемая в переменном электрическом поле, являющаяся суммой индуцированной и доменной компонент, определяется преимущественно второй компонентой. В данном случае это монодоменная структура, и, как показали измерения петли гистерезиса, с высоким внутренним смещающим полем ( $E_{см} \sim 300$  В/мм) и с коэффициентом униполярности выше 100% (см. рис. 1в и 2в). Петли диэлектрического гистерезиса образцов 1 и 2 были ассиметричны и имели различные направления смещения по оси E и P, что подтверждает факт формирования двух монодоменных областей с противоположным направлением спонтанной поляризации в высоколегированных кристаллах DLATGS.

**Заключение.** Проведенное исследование диэлектрических и переполяризационных свойств кристаллов DLATGS, выращенных из растворов с различной концентрацией примеси (3, 7 и 25 вес.% в растворе), показало, что значения коэрцитивных полей  $E_c$ , внутренних полей смещения  $E_{см}$  и коэффициентов динамической униполярности  $k$  увеличиваются при увеличении концентрации примеси, а величина реверсируемой спонтанной поляризации  $P_s$  уменьшается. Кристаллы с такими характеристиками могут быть перспективны для практического применения в качестве пьезоэлектрических элементов и чувствительных тензодатчиков.

## О ЦЕЛЫХ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЯХ МАТРИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНИ ДЛЯ МАТРИЦ ВТОРОГО ПОРЯДКА

*К.Л. Якуто  
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*

Важное значение для решения большого круга задач, связанных с моделированием экономических, социальных процессов, имеет задача о целом положительном решении нелинейных матричных уравнений полиномиального вида для матриц различных порядков [1, с. 189].

Цель настоящего исследования – доказать эффективность использования аналитических методов для решения задачи по нахождению целых положительных решений нелинейных матричных уравнений четвертой степени для матриц второго порядка.

**Материал и методы.** Методика проводимого исследования состояла в следующем: решаемое уравнение записывалось в виде системы, состоящей для матриц второго порядка из четырёх нелинейных уравнений, которая затем решалась аналитическими методами. В процессе проведения исследования использовался пакет символьной математики *Maple* 18.

**Результаты и их обсуждение.** Рассмотрим матричное уравнение

$$X^4 + AX = B \tag{1}$$

где  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} K & L \\ M & N \end{pmatrix}$ .

**Лемма 1.** Если существует целый положительный корень рассматриваемого вида, то для его нахождения необходимо оценить возможные значения переменных  $a$  и  $d$ , затем для каждого возможного значения пары этих переменных найти значение переменной  $b$ , разрешив квадратное уравнение  $pb^2 + qb + r = 0$ , где

$$p = -5a^6 - 14a^5d - 19a^4d^2 - 20a^3d^3 - 15a^2d^4 - \\ - 6ad^5 - d^6 - 4a^3\alpha - 8a^2d\alpha - 4ad^2\alpha + 4a^2k + 8adk + 4d^2k + \alpha^2, q = -2a^4\beta - \\ - 8a^3d\beta - 12a^2d^2\beta - 8ad^3\beta - 2d^4\beta + 4La^3 + 8La^2d + 4ad^2 - 2a\alpha\beta - 2L\alpha, \\ r = -2ad\beta^2 - d^2\beta^2 + 2L\alpha\beta + L^2, k = K - a^4 - \alpha a, n = N - d^4 - \delta d; \text{ переменную } c$$