О КОНЕЧНОМ ЧИСЛЕ АТОМОВ РЕШЕТКИ ЧАСТИЧНО КОМПОЗИЦИОННЫХ ФОРМАЦИЙ

А.П. Мехович
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые группы конечны. Используются терминология из [1 – 3].

Пусть $\mathfrak{X}$ – произвольная непустая совокупность групп. Пересечение всех формаций, содержащих $\mathfrak{X}$, обозначают через $\mathrm{form}\,\mathfrak{X}$. В частности, пишут $\mathrm{form}\,G$ в случае, когда $\mathfrak{X} = \{G\}$. Всякая формация такого вида называется *однопорожденной формацией* (см. [1]).

Напомним, что элемент a решетки L с нулем называется *атомом*, если для любого $x \in L$ из $0 < x \leq a$ следует, что $x = a$.

Для произвольной n-кратно ω-композиционной формации $\mathfrak{F}$ символом $Lc_n^{\omega}(\mathfrak{F})$ обозначают решетку всех n-кратно ω-композиционных подформаций ω-композиционной формации $\mathfrak{F}$. Если же $\mathfrak{F}$ – p-композиционная формация, то через $Lc_p(\mathfrak{F})$ обозначают решетку всех p-композиционных подформаций p-композиционной формации $\mathfrak{F}$.

Доказана следующая

Теорема 1. *Пусть* $\mathfrak{F} = c_n^{\omega}\mathrm{form}\,G$ *– однопорожденная* n-кратно ω-*композиционная формация. Тогда решетка* $Lc_n^{\omega}(\mathfrak{F})$ *имеет лишь конечное число атомов*.

Следствие 2 [4]. *Пусть* $\mathfrak{F} = c_p\mathrm{form}\,G$ *– однопорожденная р-композиционная формация. Тогда решетка* $Lc_p(\mathfrak{F})$ *имеет лишь конечное число атомов*.

1. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск : Беларуская навука, 1997. – 240 с.
2. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York : Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math.; vol. 4).
3. Скиба, А.Н. Кратно $\mathfrak{L}$-композиционные формации конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Украинский матем. журн. – 2000. – Т. 52, № 6. – С. 783–797.
4. Воробьев, Н.Н. Композиционные формации с условием дополняемости / Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. – 2012. – № 5 (71). – С. 15–18.

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ МНОГОСЕКЦИОННОГО ЭКРАНИРОВАННОГО КОНДЕНСАТОРА

А.М. Науменко, В.С. Туманов
Витебск, УО «ВГТУ»

Электроемкостные датчики широко используются в неразрушающем контроле физических, физико-механических свойств материалов, таких как влагосодержание, пористость, влажность. Диэлектрическая спектроскопия широко используется для исследования электрофизических параметров диэлектрических проводящих сред, изучения механизма кинетики химических реакций и фазовых переходов. Актуальным направлением развития емкостных методов измерения является разработка датчиков на основе ленточных электродов, обеспечивающих многопараметровый контроль, высокую точность измерения анизотропии диэлектрических свойств, регулирование глубины зоны контроля.

Целью работы является разработка математической модели, позволяющей прогнозировать метрологические характеристики при проектировании многосекционных экранированных конденсаторов.

Материал и методы. Основу датчика составляют ленточные электроды, расположенные на экранированной подложке. Сечение датчика представлено на рисунке 1. В основании подложки находится плоский заземленный электрод охраны 3. Дополнительный плоский заземленный экран размещен наверху контролируемого диэлектрического слоя 4. Он является подвижным. В экспериментальной установке его положение фиксируется с помощью микрометрического винта. Электрическое поле, создаваемое высокопотенциальными электродами 1, проникая через материал, замыкается на низкопотенциальных электродах 2. Оно ограничено в пространстве плоскими электродами 3 и 4. Низкопотенцильные электроды 2 имеют потенциал земли V_2. В отсутствии дополнительного экрана 4, глубина зоны контроля определяется геометрическими размерами секции датчика и не превосходит половины ее ширины r. Введение в конструкцию дополнительного заземленного экрана над контролируемым материалом изменяет глубину проникновения поля, характер поля не только в области контроля, но и в подложке [1].

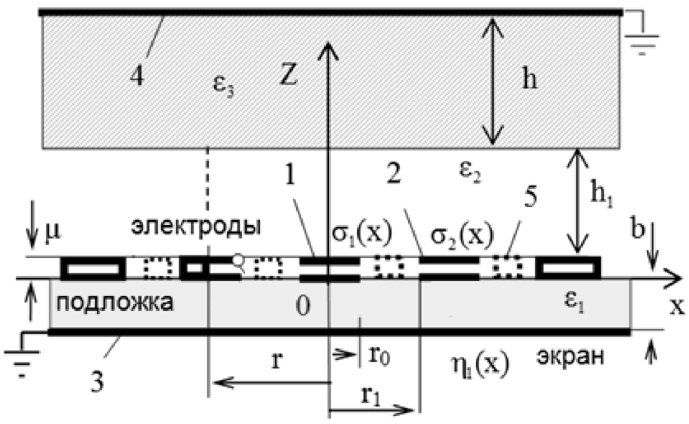

Рисунок 1 – Модель емкостного датчика

Для определения метрологических характеристик конденсатора разработана математическая модель, учитывающую толщину и ширину электродов, межэлектродный зазор, расстояние между подложкой и экраном, толщину подожки, диэлектрическую проницаемость материалов. Будем полагать, что материал подложки не диспергирующий, то есть, диэлектрическая проницаемость подложки не является функцией частоты электромагнитного поля. Так как поверхности электродов эквипотенциальны, представив электроды в виде зеркально-симметричных бесконечно тонких электродов. Решение системы интегральных уравнений связанных зарядов с использованием методов зеркальных отображений и Крылова – Боголюбова дает значения функций распределения поверхностных зарядов $\sigma_1(x)$, $\sigma_2(x)$, … $\sigma_i(x)$ [2].

Для моделирования была разработана программа с использование системы компьютерной математики MAPLE 17. Исходные данные для расчета: толщина электродов равна 25 мкм; ширина электродов равна межэлектродному зазору и варьируется 1–4 мм; расстояние между подложкой и экраном 2–10 мм; толщина подожки 1–4 мм, диэлектрическая проницаемость подложки 2,5 – 4; диэлектрическая проницаемость среды 1.

Результаты и их обсуждение. В результате моделирования многосекционного экранированного конденсатора установлено:

1. Максимальная чувствительность к диэлектрической проницаемости обеспечивается при расстоянии между пластинами в два раза большем, чем ширина электродов.
2. При увеличении расстояния между подложкой и экраном чувствительность к диэлектрической проницаемости уменьшается, так как действие экрана ослабевает и электрическое поля становится не параллельно осям анизотропии.
3. При уменьшении расстояния между подложкой и экраном чувствительность к диэлектрической проницаемости уменьшается, так увеличивается доля электрического поля, замыкающегося на плоский заземленный экран охраны 3 в основании подложки.
4. Для уменьшения паразитной емкости, возникающей из-за прохождения электрического поля через подложки, необходимо использовать в качестве подложки материалы с низкой диэлектрической проницаемостью (фторопласт, флан).
5. Зона контроля не превышает 50%, так как часть электрического поля замыкается на плоский заземленный экран 4.

Заключение. Созданная модель позволяет проводить обоснованный выбор конструкции и параметров датчика, определяет метрологические характеристики измерительного устройства, решать вопрос технической осуществимости поставленной задачи.

1. Конденсатор для определения анизотропии материала по диэлектрической проницаемости: пат. № 16136 Республика Беларусь, МПК G 01 R 27/26 / А. А. Джежора, А. М. Науменко; заявитель Витебский государственный технологический университет – № а 20101026 заявл. 07.07.2010, опубл. 10.04.2012. // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2012. – № 1. – С. 29.
2. Джежора, А. А. Диэлькометрия ортотропных материалов текстильной промышленности / А. А. Джежора, А. М. Науменко // Дефектоскопия – Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2011. – № 12. – С. 67–76.

САМОПОДОБНОЕ ОДНОРОДНОЕ ДВУМЕРНОЕ ЛОРЕНЦЕВО МНОГООБРАЗИЕ НЕКОММУТАТИВНОЙ ГРУППЫ ЛИ

М.Н. Подоксенов
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Пусть (M,g) – риманово или лоренцево многообразие. Преобразование $f:M\to M$ называется подобием с коэффициентом e^{μ}, ($\mu=\mathrm{const}$) если для любой точки $p\in M$ и любых векторов $X,Y\in T_pM$ выполнено $\langle f_*X, f_*Y\rangle_{f(p)}= e^{2\mu}\langle X,Y\rangle_p$. Многообразие называется самоподобным, если оно допускает однопараметрическую группу подобий.

Пусть (G,g) – это однородное многообразие группы Ли, снабжённой левоинвариантной лоренцевой метрикой. Тогда преобразование $f:G\to G$ называется гомотетическим автоморфизмом, если оно является одновременно подобием и автоморфизмом группы Ли.

Цель данного исследования: найти левоинвариантнную лоренцеву метрику на связной двумерной некоммутативной группе Ли, при которой группа Ли превращается в самоподобное лоренцево многообразие. В дальнейшем эта метрика может быть расширена для трёх- и четырёхмерных групп Ли.

Материал и методы. Рассматривается двумерная некоммутативная алгебра Ли, снабжённая лоренцевым скалярным произведением. Находится её однопараметрическая группа гомотетий, являющаяся автоморфизмом алгебры Ли и с её помощью строится однопараметрическая группа гомотетий однородного лоренцева многообразия двумерной некоммутативной группы Ли. В исследовании применяются методы аналитической и дифференциальной геометрии, а также методы линейной алгебры.

Результаты и их обсуждение. Если лоренцева группа Ли является экспоненциальной, то любой её гомотетический автоморфизм порождается гомотетическим автоморфизмом её алгебры Ли (необходимые определения можно найти в [1]).

Существует единственная с точностью до изоморфизма некоммунитативная двумерная алгебра Ли $\mathcal{G}$. В подходящем базисе (E_1, E_2) коммутационные соотношения задаются одним равенством: $[E_1,E_2]=E_2$. Можно доказать, что эта алгебра Ли $\mathcal{G}$ допускает гомотетические автоморфизмы в единственном случае, года вектор E_2 изотропен. Можно выбрать базис (E_1, E_2) так, что при тех же коммутационных соотношениях матрица Грама будет иметь вид $\Gamma = \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$, а однопараметрическая группа гомотетических автоморфизмов $F(t):\mathcal{G}\to\mathcal{G}$ будет задаваться матрицами $\mathbf{F}(t) = \begin{pmatrix}1&0\\0&e^{2\mu t}\end{pmatrix}$, μ = const, $\mu\neq 0$.

Некоммутативную двумерную алгебру Ли $\mathcal{G}$ можно представить, как состоящую из матриц вида $\begin{pmatrix}u_1&u_2\\0&0\end{pmatrix}$, и при этом

$$E_1=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\ E_2=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}. \tag{1}$$

Соответствующая ей связная односвязная группа Ли G может быть представлена, как группа аффинных преобразований прямой $A^+(1)$, сохраняющих ориентацию прямой, или как группа матриц вида $\begin{pmatrix}x_1&x_2\\0&1\end{pmatrix}$, $x_1>0$, с операцией умножения матриц. Введём на $\mathcal{G}$ и G координаты, сопоставив приведённым выше матрицам координаты (u_1,u_2) и (x_1,x_2) соответственно.