О ХАРАКТЕРИЗАЦИИ ЛОКАЛЬНО НОРМАЛЬНЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

А.В. Марцинкевич
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые группы конечны и разрешимы.

Классом Фиттинга называют класс групп $\mathfrak{F}$, замкнутый относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп.

В теории классов Фиттинга значительное место занимают исследования по изучению структуры классов Фиттинга, определяемых заданными свойствами инъекторов.

Напомним, что подгруппа V называется $\mathfrak{F}$-инъектором группы G, если для любой субнормальной подгруппы N группы G пересечение $V \bigcap N$ является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой группы N.

Определение. Неединичный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется $\mathfrak{X}$-нормальным или *локально нормальным*, если $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$ и для любой группы $G \in \mathfrak{X}$ её $\mathfrak{F}$-инъектор – нормальная подгруппа группы G.

В случае, когда $\mathfrak{X} = \mathfrak{S}$ классу всех конечных разрешимых групп, мы получаем определение нормального класса Фиттинга [1].

Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют *нормальным* [1], если для любой группы G её $\mathfrak{F}$-инъекторы являются нормальными подгруппами группы G.

Основополагающей для исследований нормальных классов Фиттинга является работа Блессеноля и Гашюца [1], в которой построен ряд нетривиальных примеров нормальных классов Фиттинга и доказано, что пересечение любого множества неединичных нормальных классов Фиттинга является неединичным нормальным классом Фиттинга.

Локально нормальные классы Фиттинга впервые изучались Хауком [2] и Лауэ [3].

До настоящего времени актуальна задача нахождения общих закономерностей построения локально нормальных классов Фиттинга. В частности, характеризации таких классов.

Реализация указанной задачи – основная цель настоящей работы.

В работе используются методы доказательства абстрактной теории конечных групп, в частности, методы теории классов Фиттинга.

Пусть $\mathfrak{F}$ – класс Фиттинга, G – группа. *Классом Фишера* называют класс $\mathfrak{F}$, если из того, что $K \lhd G$, $G \in \mathfrak{F}$, $K \le H \le G$ и H / K – p-группа (p – простое число), следует $H \in \mathfrak{F}$.

Символом $\mathfrak{N}$ будем обозначать класс всех нильпотентных групп.

Нами получена характеризация локально нормальных классов Фиттинга, которую представляет следующая

Теорема. *Пусть $\mathfrak{F}$ – неединичный класс Фиттинга, $\mathfrak{X}$ – класс Фишера. Тогда следующие утверждения эквивалентны:*

1) $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{F}\mathfrak{N}$;

2) для всех классов Фиттинга $\mathfrak{Y}$ таких, что $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{Y} \subseteq \mathfrak{X}$, класс $\mathfrak{Y}$ является $\mathfrak{X}$-нормальным классом Фиттинга.

В настоящей работе найдены общие закономерности построения $\mathfrak{X}$-нормальных классов Фиттинга в случае, когда $\mathfrak{X}$ – класс Фишера.

Работа выполнена при поддержке БРФФИ (грант Ф17М-064).

1. Blessenohl, D. Über normale Schunk und Fittingklassen / D. Blessenohl, W. Gaschütz // Math. Z. – 1970. – Bd. 118, № 1. – S. 1–8.
2. Hauck, P. Zur Theorie der Fittingklassen endlicher auflösbarer Gruppen: Dis. … Doctor der Naturwissenschaft / P. Hauck. – Mainz, 1977. – 153 p.
3. Laue, H. Über nichtauflösbare normalen Fittingklassen / H. Laue // J. Algebra. – 1977. – Vol. 45, № 2. – P. 274–283.