О ПРОИЗВЕДЕНИЯХ ЧАСТИЧНО НАСЛЕДСТВЕННЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

С.Н. Воробьев
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

В работе рассматриваются только конечные группы. Фишером [1] были определены классы групп, которые замкнуты относительно подгрупп вида PN, где P – силовская p–подгруппа группы G, а N – нормальная подгруппа G. В последующем такие классы групп стали называть классами Фишера [2]. Первоначальные шаги в исследовании классов Фишера и их характеризации были предприняты Локеттом [3] и Хоуксом [4]. В частности, Локеттом [3] было установлено, что произведение двух любых разрешимых классов Фишера является классом Фишера. В связи с этим актуальна задача обобщения понятия класса Фишера и расширение результата Локетта на случай обобщенных неразрешимых классов Фишера.

Решение указанной задачи – основной результат указанной работы.

Напомним некоторые определения и обозначения, которые мы будем использовать.

Множество групп $\mathfrak{X}$ называется *классом групп*, если $\mathfrak{X}$ наряду с каждой группой содержит изоморфную ей. Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{X}$-*подгруппой*, если $H\in\mathfrak{X}$.

Класс групп $\mathfrak{F}$ называется *классом Фиттинга*, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп.

Если $\mathfrak{F}$ – непустой класс Фиттинга, то наибольшую нормальную $\mathfrak{F}$-подгруппу группы G называют $\mathfrak{F}$-*радикалом* группы G и обозначают $G_{\mathfrak{F}}$.

Если $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ классы Фиттинга, то их *произведение* – класс групп $\mathfrak{F}\mathfrak{H}=(G\colon G/G_{\mathfrak{F}}\in\mathfrak{H})$. Если класс групп $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия факторгрупп и конечных подпрямых произведений, то $\mathfrak{F}$ называют *формацией*. Если $\mathfrak{F}$ состоит из нильпотентных групп, то $\mathfrak{F}$ называют нильпотентной формацией.

Определение. Пусть $\mathfrak{X}$ – класс групп. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют $\mathfrak{X}$-*классом Фишера,* если из условия $G\in\mathfrak{F}$, $K\leq H\leq G$, $K\triangleleft H$ и $H/K\in\mathfrak{X}$ следует, что $H\in\mathfrak{F}$.

Заметим, что если $\mathfrak{X}$ – класс всех нильпотентных групп, то $\mathfrak{X}$-класс Фишера является классом Фишера.

Основной результат работы – следующая

Теорема. *Если $\mathfrak{X}$ – нильпотентная формация, то произведение двух любых $\mathfrak{X}$-классов Фишера является $\mathfrak{X}$-классом Фишера*.

В случае, когда $\mathfrak{X}=\mathfrak{N}$ формации всех нильпотентных групп, получаем

Следствие 1. *Произведение двух любых классов Фишера является классом Фишера*.

Следствие 2 (Локетт [3]). *Произведение двух любых разрешимых классов Фишера является классом Фишера*.

1. Fischer, B. Classes of conjugate subgroups in finite soluble groups / B .Fischer. // Yale University. – Lecture Notes. – 1966. – 101 p.
2. Hartley, B. On Fischer’s dualization of formation theory / B. Hartley // Proc. London Math. Soc. – 1969. – Vol.3, №2. – P.193-207.
3. Lockett, F.P. On the theory of Fitting classes of finite soluble groups / F.P. Lockett // – Ph.D, thesis. Warwick : University of Warwick. Warwick. – 1971.
4. Hawkes, T.O. A Fitting Claas Construction / T.O. Hawkes // Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. – 1976. – Vol. 80. – P. 437-446.

КЛАССЫ ФИТТИНГА С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ ОПЕРАТОРОВ ЛОКЕТТА

Е.Н. Залесская, Е.Ф. Дикович
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Впервые классы Фиттинга упоминаются в статье Фишера [1] в 1966 г. В статье Фишера, Гашюца, Хартли [2] впервые рассматриваются классы Фиттинга конечных групп. Напомним, что классом Фиттинга или радикальным классом называется класс групп, замкнутый относительно нормальных подгрупп и их произведений.

В первой статье, которая была опубликована в 1966 году, классы Фиттинга были введены двойственным образом к формациям, классам групп, замкнутым относительно фактор-групп и подпрямых произведений.

Решение многих задач описания строения классов Фиттинга и их классификации связано с применением операторов Локетта «$*$ » и «*» [3]. Напомним, что каждому непустому классу Фиттинга $\mathfrak{F}$ Локетт [3] сопоставляет класс $\mathfrak{F}^*$, который определяется как наименьший из классов Фиттинга, содержащий $\mathfrak{F}$, такой, что для всех групп G и H справедливо равенство $(G \times H)_{\mathfrak{F}^*} = G_{\mathfrak{F}^*} \times H_{\mathfrak{F}^*}$, и класс $\mathfrak{F}_*$ как пересечение всех таких классов Фиттинга $\mathfrak{X}$, для которых $\mathfrak{X}^* = \mathfrak{F}^*$. Класс Фиттинга называют классом Локетта [3], если $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}^*$.

Заметим, что семейство классов Локетта обширно: оно содержит наследственные и обобщенно наследственные классы Фиттинга (классы Фишера), а также классы Фиттинга, замкнутые относительно гомоморфных образов или конечных подпрямых произведений (в частности, формации Фиттинга).

Непустой класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется нормальным, если $\mathfrak{F}$ -радикал $G_{\mathfrak{F}}$ является $\mathfrak{F}$ -максимальной подгруппой G для любой группы G .

В 70-е годы XX века в связи с построением структурной теории классов Фиттинга Локеттом была сформулирована следующая проблема, которая в настоящее время известна как «гипотеза Локетта».

Гипотеза Локетта (Локкет, 1974, [3]). Каждый класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ совпадает с пересечением некоторого нормального класса Фиттинга $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{F}^*$.

Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$, удовлетворяющий гипотезе Локетта, будем называть $\mathfrak{L}-$ классом. Если же класс $\mathfrak{F}$ не является $\mathfrak{L}-$ классом, то мы будем называть его $\overline{\mathfrak{L}}-$ классом.

Первоначально гипотеза Локетта была подтверждена для разрешимых локальных наследственных классов Фиттинга Брайсом и Косси [4] в 1975 г. В дальнейшем гипотеза нашла подтверждение для следующих семейств классов Фиттинга: разрешимых локальных вида $\mathfrak{X}\mathfrak{N}$, $\mathfrak{X}\mathfrak{S}_\pi\mathfrak{S}'_\pi$ (Бейдлеман и Хаук [5]), классов вида $\mathfrak{X}$ ($\bigcap_{p\in\pi} \mathfrak{S}_\pi\mathfrak{S}'_\pi$) (Дерк, Хоукс, 1992 г., [6]), произвольных разрешимых локальных (Н.Т. Воробьев, 1988 г., [7]). Кроме того, Галледжи в 1996 г. [8] установлено, что локальные классы Фиттинга произвольных групп также удовлетворяют гипотезе Локетта.

Для отдельных случаев частично локальных классов Фиттинга гипотеза Локетта была подтверждена Н.Т.Воробьевым, Е.Н.Залесской и Н.Н. Воробьевым в 2007 году [9], Е.Н.Залесской и Ж.П.Макаровой в 2012 году [10]. Для некоторых семейств произведений классов Фиттинга конечных групп гипотеза Локетта была подтверждена Е.Н. Залесской в 2016 году [11].

Однако проблема описания новых классов Фиттинга, удовлетворяющих гипотезе Локетта, остается по-прежнему актуальной.

Целью данной работы является описание новых классов Фиттинга, удовлетворяющих гипотезе Локетта.

Материал и методы. Объектом исследования являются классы Фиттинга конечных групп. В работе используются методы теории классов Фиттинга, методы теории формаций.

Результаты и их обсуждения. Результат данной работы отображен в следующей доказанной теореме.

Теорема. Пусть $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{Y}$ – локальные классы Фиттинга, причем $\mathfrak{Y}$ – насыщенная радикальная формация. Тогда классы $\mathfrak{X}^*\mathfrak{Y}$ и $\mathfrak{X}_*\mathfrak{Y}$ удовлетворяют гипотезе Локетта.

Заключение. Полученные результаты о произведениях классов Фиттинга, удовлетворяющих гипотезе Локетта, можно использовать при изучении классов Фиттинга, а также при написании курсовых и дипломных проектов, чтении спецкурсов по теории групп для студентов математических специальностей.

1. Fischer, B. Klassen konjugirter Untergruppen in endlichen auflosbaren Gruppen / B. Fischer. - Habilitationsschrift, Universitat Frankfurt (M). – 1966.
2. Fischer, B. Injektoren endlicher auflosbarer Gruppen / B. Fischer, W. Gaschutz, B. Hartley // Math. Z. – 1967. – Bd.102, №5. – S. 337 – 339.
3. Locket, P. The Fitting class $\mathfrak{F}$ * / P. Locket // Math. Z. – 1974. – Vol.137, №2. – P. 131-136.
4. Bryce, R.A. A problem in Theory of normal Fitting classes /R.A . Bryce, J. Cossey // Math. Z. – 1975. – Vol.141, №2. – P. 99-110.

5. Beidleman, J.C. Uber fittingklassen und Lockett-Vermutung / J.C. Beidleman, P. Hauck // Math. Z. – 1979. Bd.167, №2. – S. 161-167.
6. Doerk, K. Finite solvable groups / K. Doerk, T. Hawkes // Walter de Gryeter. – 1992. – New York, Berlin. – 891p.
7. Воробьев, Н.Т. О радикальных классах конечных групп с условием Локетта /Н. Т. Воробьев //Матем. заметки. – 1988. – Т.43, №2. – С. 161-168.
8. Gallego, M.P. Fitting pairs from direct limits and the Lockett conjecture / M. P. Gallego // Comm. Algebra – 1996. – Vol.24, №6. – P. 2011-2023.
9. Воробьев, Н.Т. О проблемах структуры классов Фиттинга / Н.Т. Воробьев, Е.Н. Залесская, Н.Н. Воробьев // Веснік ВДУ. – 2007. – №2 (44). – С. 105-108.
10. Залесская, Е.Н. О гипотезе Локетта для классов Фиттинга конечных групп / Е.Н.Залесская, Ж.П.Макарова // Веснік ВДУ. – 2012. – №6. – С.15-19.
11. Залесская, Е.Н. Гипотеза Локетта для произведений классов Фиттинга конечных групп / Е.Н.Залесская // Веснік ВДУ. – 2016. – №1. – С.5-8.

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ФРЕЙМОРКА ДЛЯ МОБИЛЬНОЙ РОБОТОТЕХНИЧЕСКОЙ ПЛАТФОРМЫ ROBOTINO

О.С. Замжицкий
Витебск, УО «ВГТУ»

В недавнем будущем роботизированные системы были массивны и статичны. Перемещение такой системы в пространстве вызывало дополнительные трудности. Появление мобильных роботов, особенностью которых стало выполнение типовых задач стационарных роботов с возможностью перемещения в пространстве, сделало следующий шаг в развитии робототехники.

Для моделирования работы средств автоматизации и мобильных роботов используется обучающая система Robotino от компании Festo. Robotino – это одновременно мобильная робототехническая система с всенаправленным приводом, система для обучения и повышения квалификации, платформа для исследований и разработок для высших учебных заведений.

Однако робот лишен способности мыслить и в процессе функционирования он выполняет программу, составленную человеком. Зачастую написание такой программы ведется для каждой конкретной задачи, но, несмотря на различие таких задач, основные модули программы остаются неизменными. И в случае изменения задачи, которую должен выполнять робот, программисту требуется написать новую программу. Тогда модули, использованные в старой программе, или переписываются заново, или копируются и адаптируются под новую задачу, что является нерациональной тратой времени.

Целью данной работы являлось создание универсальной программы – структуры с множеством предопределенных модулей, соединяя которые возможно быстро составить решение требуемой задачи. В случае отсутствия нужного модуля программа позволяет его написать и использовать в дальнейшем при решении задач [1].

Материал и методы. Так как Robotino предназначается главным образом для обучения, то он выполнен модульно, все технические компоненты, а именно электроприводы, датчики, камеру, можно отключить от робота и изучить отдельно.

Структура робота:

1. Корпус робота – стальной корпус с бампером, обеспечивающий лёгкий доступ к батареям, двигателям и портам робота.
2. Подсистема питания – две аккумуляторные батареи (12V/9Ah кислотно-свинцовые), позволяющие роботу работать в автономном режиме несколько часов.
3. Двигательная подсистема – три двигателя постоянного тока, редуктор и ременная передача на роликовые колёса, позволяющие роботу двигаться в различных направлениях.
4. Подсистема одометрии – датчики на валах двигателей, позволяющие отслеживать положение робота благодаря сбору подробной информации о его перемещении в пространстве.
5. Подсистема ввода/вывода – плата, выполняющая коммуникационную связь между компьютером робота и его датчиками, двигателями и интерфейсом ввода/вывода.
6. Подсистема беспроводной связи с внешним управляющим компьютером (Wi-Fi точка доступа).