

О ПРОИЗВЕДЕНИЯХ ЧАСТИЧНО НАСЛЕДСТВЕННЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

С.Н. Воробьев
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

В работе рассматриваются только конечные группы. Фишером [1] были определены классы групп, которые замкнуты относительно подгрупп вида PN , где P – силовская p -подгруппа группы G , а N – нормальная подгруппа G . В последующем такие классы групп стали называть классами Фишера [2]. Первоначальные шаги в исследовании классов Фишера и их характеристизации были предприняты Локеттом [3] и Хоуксом [4]. В частности, Локеттом [3] было установлено, что произведение двух любых разрешимых классов Фишера является классом Фишера. В связи с этим актуальна задача обобщения понятия класса Фишера и расширение результата Локетта на случай обобщенных неразрешимых классов Фишера.

Решение указанной задачи – основной результат указанной работы.

Напомним некоторые определения и обозначения, которые мы будем использовать.

Множество групп \mathfrak{X} называется *классом групп*, если \mathfrak{X} наряду с каждой группой содержит изоморфную ей. Подгруппа H группы G называется \mathfrak{X} -*подгруппой*, если $H \in \mathfrak{X}$.

Класс групп \mathfrak{F} называется *классом Фиттинга*, если \mathfrak{F} замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных \mathfrak{F} -подгрупп.

Если \mathfrak{F} – непустой класс Фиттинга, то наибольшую нормальную \mathfrak{F} -подгруппу группы G называют \mathfrak{F} -*радикалом* группы G и обозначают $G_{\mathfrak{F}}$.

Если \mathfrak{F} и \mathfrak{H} классы Фиттинга, то их *произведение* – класс групп $\mathfrak{F}\mathfrak{H} = \{G : G/G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{H}\}$. Если класс групп \mathfrak{F} замкнут относительно взятия факторгрупп и конечных подпрямых произведений, то \mathfrak{F} называют *формацией*. Если \mathfrak{F} состоит из нильпотентных групп, то \mathfrak{F} называют нильпотентной *формацией*.

Определение. Пусть \mathfrak{X} – класс групп. Класс Фиттинга \mathfrak{F} называют \mathfrak{X} -*классом Фишера*, если из условия $G \in \mathfrak{F}$, $K \leq H \leq G$, $K < H$ и $H/K \in \mathfrak{X}$ следует, что $H \in \mathfrak{F}$.

Заметим, что если \mathfrak{X} – класс всех нильпотентных групп, то \mathfrak{X} -класс Фишера является классом Фишера.

Основной результат работы – следующая

Теорема. Если \mathfrak{X} – нильпотентная формация, то произведение двух любых \mathfrak{X} -классов Фишера является \mathfrak{X} -классом Фишера.

В случае, когда $\mathfrak{X} = \mathfrak{M}$ формации всех нильпотентных групп, получаем

Следствие 1. Произведение двух любых классов Фишера является классом Фишера.

Следствие 2 (Локетт [3]). Произведение двух любых разрешимых классов Фишера является классом Фишера.

1. Fischer, B. Classes of conjugate subgroups in finite soluble groups / B. Fischer. // Yale University. – Lecture Notes. – 1966. – 101 p.
2. Hartley, B. On Fischer's dualization of formation theory / B. Hartley // Proc. London Math. Soc. – 1969. – Vol.3, №2. – P.193-207.
3. Lockett, F.P. On the theory of Fitting classes of finite soluble groups / F.P. Lockett // – Ph.D, thesis. Warwick : University of Warwick. Warwick. – 1971.
4. Hawkes, T.O. A Fitting Class Construction / T.O. Hawkes // Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. – 1976. – Vol. 80. – P. 437-446.

КЛАССЫ ФИТТИНГА С ЗАДАНЫМИ СВОЙСТВАМИ ОПЕРАТОРОВ ЛОКЕТТА

Е.Н. Залесская, Е.Ф. Дикович
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Впервые классы Фиттинга упоминаются в статье Фишера [1] в 1966 г. В статье Фишера, Гашюца, Хартли [2] впервые рассматриваются классы Фиттинга конечных групп. Напомним, что классом Фиттинга или радикальным классом называется класс групп, замкнутый относительно нормальных подгрупп и их произведений.

В первой статье, которая была опубликована в 1966 году, классы Фиттинга были введены двойственным образом к формациям, классам групп, замкнутым относительно фактор-групп и подпрямых произведений.