РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ В ОБРАЗОВАНИИ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССАХ

О ПРОИЗВЕДЕНИИ ФИТТИНГОВЫХ ФУНКТОРОВ С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ ПОКРЫВАЮЩИХ ПОДГРУПП

Е.А. Витько
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Основная цель настоящей работы – описание нового свойства фиттинговых функторов.

В определениях и обозначениях мы следуем [1].

Пусть $\mathfrak{U}$ – класс конечных групп, который одновременно является S-замкнутым и N_0-замкнутым. Все рассматриваемые в работе группы – это группы из класса $\mathfrak{U}$.

Напомним, что отображение f, которое каждой группе $G \in \mathfrak{U}$ ставит в соответствие некоторое непустое множество ее подгрупп $f(G)$, называется фиттинговым $\mathfrak{U}$-функтором, если выполняются следующие условия:

(i) если α: $G \to \alpha(G)$ – изоморфизм, то

$$f(\alpha(G)) = \{\alpha(X) \colon X \in f(G)\};$$

(ii) если N – нормальная подгруппа группы G, то

$$f(N) = \{X \cap N \colon X \in f(G)\}.$$

Фиттингов $\mathfrak{U}$-функтор будем называть фиттинговым функтором для случая, когда $\mathfrak{U} = \mathfrak{E}$ – класс всех конечных групп.

Пусть $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{Y}$ – непустые классы конечных групп, f – фиттингов $\mathfrak{U}$-функтор, $\mathfrak{F}$ – класс Фиттинга.

Определение. Фиттингов $\mathfrak{U}$-функтор f назовем $(\mathfrak{X},\mathfrak{Y})$-фиттинговым функтором, если выполняется следующее условие: если $G \in \mathfrak{U}$, K – нормальная подгруппа группы G, $K \in \mathfrak{X}$, M – подгруппа группы G такая, что $K \leq M \leq G$ и $M/K \in \mathfrak{Y}$ и некоторая подгруппа $X \in f(G)$ покрывает M/K, то

$$f(M) = \{Z \cap M \mid Z \in f(G) \text{ и } Z \text{ покрывает } M/K\}.$$

Произведением фиттинговых $\mathfrak{U}$-функторов f и g называется отображение $f \circ g$, сопоставляющее каждой группе $G \in \mathfrak{U}$ непустое множество подгрупп

$$(f \circ g)(G) = \{X \mid X \in f(\mathrm{Y}) \text{ для некоторой подгруппы } Y \in g(G)\}.$$

Доказана

Теорема. Пусть $\mathfrak{X}$ – наследственный класс групп, f – $(\mathfrak{X},\mathfrak{Y})$-фиттингов функтор, g – сопряженный $(\mathfrak{X},\mathfrak{Y})$-фиттингов функтор. Тогда произведение $f \circ g$ – $(\mathfrak{X},\mathfrak{Y})$-фиттингов функтор.

1. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York : Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.

О МИНИМАЛЬНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ ФУНКЦИЯХ ХАРТЛИ ПОРОЖДЕННЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

Н.Н. Воробьев, А.Р. Филимонова
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые группы конечны. Мы будем использовать терминологию из [1–4].

Напомним, что класс групп $\mathfrak{F}$ называется классом Фиттинга, если он замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных подгрупп из $\mathfrak{F}$.

Через $\pi(G)$ обозначают множество всех различных простых делителей порядка группы G, а $\pi(\mathfrak{F})$ – объединение множеств $\pi(G)$ для всех групп G из $\mathfrak{F}$. Символ $\mathrm{Com}(G)$ обозначает класс