Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Витебский государственный
университет имени П.М. Машерова»
Кафедра инженерной физики

Е.А. Краснобаев

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Методические рекомендации к выполнению лабораторных работ

Витебск
ВГУ имени П.М. Машерова
2015

УДК 004.056.55(076.5)
ББК 32.811.3я73
К78

Печатается по решению научно-методического совета учреждения образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова». Протокол № 1 от 23.10.2015 г.

Автор: заведующий кафедрой инженерной физики ВГУ имени П.М. Машерова, кандидат технических наук, доцент **Е.А. Краснобаев**

Р е ц е н з е н т :
заведующий кафедрой прикладной математики и механики ВГУ имени П.М. Машерова, кандидат физико-математических наук
С.А. Ермоченко

Краснобаев, Е.А.
К78 Цифровая обработка сигналов : методические рекомендации к выполнению лабораторных работ / Е.А. Краснобаев. – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2015. – 32 с.

Методические рекомендации к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» предназначены для студентов специальностей 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям) и 1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность) и составлены в соответствии с учебной программой указанного курса.

УДК 004.056.55(076.5)
ББК 32.811.3я73

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Цель дисциплины – изучение теоретических основ цифровой обработки сигналов, проектирования соответствующих аппаратно-программных средств на базе современных информационных технологий.

Задачи дисциплины:

- изучить понятия, математические основы, особенности цифровой обработки сигналов, эффективные алгоритмы вычисления дискретного преобразования Фурье, свертки и цифрового спектрального анализа;
- освоить методы расчета и разработки цифровых частотно-избирательных фильтров с бесконечной и конечной импульсной характеристиками;
- овладеть основами обработки цифровых сигналов и изображений на базе современной компьютерной техники и прикладного программного обеспечения.

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

- базовые понятия, методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов;
- методы расчета и проектирования цифровых фильтров в среде MATLAB;
- особенности цифрового спектрального анализа сигналов в среде MATLAB;

уметь:

- применять для решения задач цифровой обработки сигналов и изображений известные пакеты прикладного программного обеспечения.

Для успешного усвоения дисциплины необходимы знания по высшей математике, основам радиоэлектроники, теории вероятности и математической статистике, программированию.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.
Моделирование работы ЛДС во временной области

Методические указания

В MATLAB математической моделью ЛДС называют соотношение вход/выход в виде уравнения или системы уравнений, которые позволяют вычислить реакцию на заданное воздействие.

Во временной области основной характеристикой ЛДС является импульсная характеристика $h(n)$, а моделирование работы ЛДС (расчет реакции) выполняется на основе одного из следующих соотношений вход/выход:

- разностного уравнения (РУ):
$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + .. + b_{N-1} x(n-(N-1)) - \\ - a_1 y(n-1) - a_2 y(n-2) - .. - a_{M-1} y(n-(M-1)),$$

которое задается вектором коэффициентов воздействия b
$$b = [b_0, .., b_{N-1}]$$
и вектором коэффициентов реакции а
$$a = [a_0, .., a_{M-1}]$$
Первый элемент вектора a всегда равен 1
$$a_0 = 1$$

- формулы свертки:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(n-m)x(m)$$

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)x(n-m)$$

где импульсная характеристика и воздействие задаются в виде конечных последовательностей (векторов);

В z-области основной характеристикой ЛДС является передаточная функции ЛДС

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + .. + b_{N-1} z^{-(N-1)}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} .. + a_{M-1} z^{-(M-1)}}$$

которая, подобно разностному уравнению, задается векторами коэффициентов b и может иметь различные виды математического представления.

В частотной области основной характеристикой ЛДС является частотная характеристика, а также ее модуль (АЧХ) и аргумент (ФЧХ):

$$H(e^{i\omega T}) = A(\omega) e^{i\omega\varphi}$$

В дальнейшем наименования «ЛДС» и «цифровой фильтр» (ЦФ) будем считать тождественными.

Моделирование работы ЛДС на основе разностного уравнения: функция filter

Моделирование работы ЛДС на основе разностного уравнения – вычисление реакции на входное воздействие при нулевых начальных условиях – выполняется с помощью функции *filter()*, формат которой имеет вид:

```
y = filter(b,a,x)
```

где: `b` – вектор коэффициентов воздействия в порядке их следования;

`a` – вектор коэффициентов реакции в порядке их следования (первый элемент всегда равен 1);

`x` – вектор отсчетов воздействия $x(n)$.

`y` – вектор отсчетов реакции $y(n)$.

Расчет импульсной характеристики по разностному уравнению: функция filter

Для того чтобы вычислить импульсную характеристику БИХ - фильтра по разностному уравнению необходимо в качестве воздействия выбрать цифровой единичный импульс – вектор [1 0 0 ...], где количество нулей соответствует длине ИХ (в действительности, ИХ бесконечна).

Расчет импульсной характеристики по коэффициентам разностного уравнения: функция *impz()*

Импульсная характеристика может быть рассчитана непосредственно по коэффициентам разностного уравнения с помощью функции *impz()*, формат которой имеет вид:

```
h=impz(b,a,N)
```

где:

`b` – вектор коэффициентов в порядке их следования;

`a` – вектор коэффициентов в порядке их следования (первый элемент всегда равен 1);

`N` – рассчитываемое количество отсчетов импульсной характеристики (т.к. она бесконечна):

`h` – вектор-столбец отсчетов импульсной характеристики;

Моделирование работы ЛДС на основе уравнения свертки: функция *conv()*

Моделирование работы ЛДС на основе уравнения свертки с нулевыми начальными условиями выполняется с помощью функции *conv()*, формат которой имеет вид:

```
conv(x,h)
```

или

```
conv(h,x)
```

где:

`x` – вектор отсчетов воздействия длиной `k = length(x);`

`h` – вектор отсчетов импульсной характеристики длиной `i= length(h)`

В результате вычисления функция *conv()* возвращает вектор реакции длиной `k + i - 1.`

Вычисление импульсной характеристики БИХ - фильтра по известным реакции и воздействию: функция *deconv()*

Функция *deconv()* выполняет операцию, обратную свертке. Поэтому, если известна реакция (вектор *y*) и воздействие (вектор *x*), но неизвестны векторы коэффициентов *a*, *b*, импульсную характеристику можно найти с помощью функции *deconv()*, имеющей формат:

```
h=deconv(y,x)
```

где *y*, *x*, *h* – векторы отсчетов реакции, воздействия и импульсной характеристики соответственно.

Необходимо помнить, что вычисление импульсной характеристики с помощью функции *deconv()* возможно только в том случае, если первый элемент векторов *x*, *y* не равен 0.

Задание

1. Рассчитать реакцию КИХ - фильтра 2-го порядка, заданного разностным уравнением. Вывести на экран графики воздействия и реакции. Для вывода графиков дискретных функций воспользоваться функцией *stem()*.

№	Разностное уравнение	Сигнал
1	$y(n)=0.2x(n)+0.7x(n-1)+0.9x(n-2)$	$n=0,1,..31$; $x(n)=2\sin(\omega Tn)$, $\omega T=0,5$ рад.
2	$y(n)=x(n)+0.2x(n-1)+2x(n-2)$	$n=0,1,..47$; $x(n)=\omega T\sin(\omega Tn)$, $\omega T=1,5$ рад.
3	$y(n)=2x(n)+0.3x(n-1)+1.7x(n-2)$	$n=0,1,..63$; $x(n)=\cos(\omega Tn)$, $\omega T=0,3$ рад.
4	$y(n)=x(n)+0.2x(n-2)$	$n=0,1,..23$; $x(n)=2\sin(3\omega Tn)$, $\omega T=0,1$ рад.

5	$y(n)=2.2x(n)+2x(n-1)+x(n-2)$	$n=0,1,..37$; $x(n)=\sin(\omega Tn)$, $\omega T=0{,}9$ рад.
6	$y(n)=5x(n)+0.5x(n-1)+7x(n-2)$	$n=0,1,..31$; $x(n)=5\sin(\omega Tn)$, $\omega T=0{,}12$ рад.
7	$y(n)=5x(n)+4x(n-1)+6x(n-2)$	$n=0,1,..63$; $x(n)=\cos(\omega Tn)$, $\omega T=0{,}343$ рад.

2. Рассчитать реакцию БИХ - фильтра 2-го порядка, заданного разностным уравнением:

№	Разностное уравнение	Сигнал
1	$y(n)=x(n)+4x(n-1)+0.4x(n-2)+$ $+0{,}1y(n-1)-0{,}4y(n-2)$	$n=0,1,..31$; $x(n)=\sin(\omega Tn)$, $\omega T=0{,}1$ рад.
2	$y(n)=4x(n)+x(n-1)+$ $+3x(n-2)+0{,}5y(n-2)$	$n=0,1,..63$; $x(n)=\sin(\omega Tn)$, $\omega T=0{,}2$ рад.
3	$y(n)=x(n)+x(n-1)+4x(n-2)+$ $+2{,}2y(n-1)-1{,}4y(n-2)$	$n=0,1,..127$; $x(n)=7\sin(\omega Tn)$, $\omega T=0{,}9$ рад.
4	$y(n)=x(n)+x(n-1)+y(n-1)+y(n-2)$	$n=0,1,..31$; $x(n)=\cos(\omega Tn)$, $\omega T=1{,}2$ рад.
5	$y(n)=x(n)+3x(n-1)+8x(n-2)+$ $+1{,}3y(n-1)-8{,}2y(n-2)$	$n=0,1,..63$; $x(n)=0.5\sin(\omega Tn)$, $\omega T=0{,}3$ рад.
6	$y(n)=x(n)+x(n-1)-0{,}5y(n-2)$	$n=0,1,..255$; $x(n)=2\sin\left(\frac{\omega Tn}{3}\right)$, $\omega T=1{,}5$ рад.
7	$y(n)=x(n)+3x(n-2)+1{,}8y(n-1)-$ $-1{,}1y(n-2)$	$n=0,1,..31$; $x(n)=\cos(\omega Tn)$, $\omega T=0{,}3$ рад.

3. Вычислить импульсную характеристику фильтров по данным Задания 1 с помощью функции *filter()*.

4. Вычислить импульсную характеристику фильтров по данным Задания 1 с помощью функции *impz()*.

5. Вычислить реакцию фильтра, заданного РУ Задания 1 по формуле свертки с помощью функции *conv()*. Импульсная характеристика равна вектору коэффициентов РУ.

6. Вычислить импульную характиристику по известным реакции и воздействию с помошью функции *deconv()* по данным Задания 4.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.

Моделирование работы ЛДС в *z* - области

Методические указания

Рассмотрим передаточную функцию, представленную в одном из следующих видов:

- общий – дробно-рациональная функция;

$$H(z)=\frac{b_0+b_1z^{-1}+..+b_{N-1}z^{-(N-1)}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}..+a_{M-1}z^{-(M-1)}}$$

- произведение простейших множителей

$$H(z)=K\frac{(z-q_1)(z-q_2)...(z-q_{N-1})}{(z-p_1)(z-p_2)...(z-p_{M-1})}=$$

$$=K\frac{(1-q_1z^{-1})(1-q_2z^{-1})...(1-q_{N-1}z^{-1})}{(1-p_1z^{-1})(1-p_2z^{-1})...(1-p_{M-1}z^{-1})}$$

где:

K – коэффициент усиления;

q_i – вещественный или комплексный нуль (корень числителя);

p_i – вещественный или комплексный полюс (корень знаменателя);

$N-1$, $M-1$ – количество нулей и полюсов;

- произведение множителей второго порядка

$$H(z)=G\frac{(b_{01}+b_{11}z^{-1}+b_{21}z^{-2})...(b_{0L}+b_{1L}z^{-1}+b_{2L}z^{-2})}{(1+a_{11}z^{-1}+a_{21}z^{-2})...(1+a_{1L}z^{-1}+a_{2L}z^{-2})}$$

где:

k – номер комплексно-сопряженной пары нулей либо полюсов;

G – коэффициент усиления;

L – количество комплексно-сопряженных пар нулей и полюсов

$$L=\max\{(N-1)/2,(M-1)/2\}$$

- сумма простых дробей

$$H(z)=\frac{r_1}{z-p_1}+\frac{r_2}{z-p_2}+\frac{r_{M-1}}{z-p_{M-1}}+W(z)$$

или через отрицательные степени z

$$H(z)=\frac{r_1}{1-p_1z^{-1}}+\frac{r_2}{1-p_2z^{-2}}+\frac{r_{M-1}}{1-p_{M-1}z^{-(M-1)}}+W(z)$$

где:

r – коэффициент разложения;

$W(z)$ – целая часть $H(z)$.

Передаточная функция в общем виде

Общий вид передаточной функции – дробно-рациональная функция – задается векторами коэффициентов числителя и знаменателя в порядке убывания отрицательных степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени. Обозначим:

- вектор коэффициентов числителя длиной *n*:

```
num = b = [b0 b1 b2 … bN-2 bN-1]
```

(num – от слова numerator (числитель));

- вектор коэффициентов знаменателя длиной *M*:

```
den = a = [1 a1 a2 ... aM-2 aM-1]
```

(den – от слова denominator (знаменатель)).

Передаточная функция в виде произведения простейших множителей: функции *tf2zp(), zp2tf()*

Если передаточная функция $H(z)$ задана в общем виде, то для ее представления в виде произведения простейших множителей необходимо определить корни числителя (нули) и корни знаменателя (полюсы), т. е. корни многочленов, заданных векторами *num* = *b* и *den* = *a* соответственно.

Корни многочленов числителя и знаменателя можно вычислять поочередно с помощью функции *roots()*, однако в MATLAB имеется специальная функция *tf2zp()*, обеспечивающая одновременное вычисление нулей и полюсов. Формат функции *tf2zp()* имеет вид:

```
[q, p, k]=tf2zp(num, den)
```

где для ЛДС с одним входом и выходом:

`q` – вектор нулей:

`p` – вектор полюсов;

`k` – коэффициент усиления;

`num` – вектор коэффициентов числителя ПФ в порядке убывания степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени;

`den` – вектор коэффициентов знаменателя ПФ в порядке убывания степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени (первый элемент вектора *den* всегда равен 1).

Обратная преобразование ПФ в дробно-рациональную функцию – выполняется с помощью функции *zp2tf()* формат которой имеет вид

```
[num, den]=zp2tf(q, p, K).
```

Для представления комплексных чисел в показательной форме используются функции *abs()* – модуль, и *angle()* – аргумент.

Карта нулей и полюсов: функция *zplane()*

Для изображения нулей и полюсов на комплексной *z*-плоскости (карты нулей и полюсов) используется функция *zplane()*, формат которой зависит от вида ПФ. Если $H(z)$ представлена в общем виде, формат *zplane()* имеет вид:

```
zplane(q, p)
```

где *q*, *p* – векторы, элементами которых являются нули и полюсы соответственно.

Если ПФ представлена в вид произведения простейших множителей, формат функции *zplane()* имеет вид:

```
zplane(num, den)
```

где:

`num` – вектор коэффициентов числителя ПФ в порядке убывания степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени;

`den` – вектор коэффициентов знаменателя ПФ в порядке убывания степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени (первый элемент вектора *den* всегда равен 1).

Передаточная функция в виде произведения множителей второго порядка: функции *tf2sos(), zp2sos(), sos2tf(), sos2zp()*.

Если передаточная функция задана в общем виде, то для ее представления в виде произведения множителей второго порядка используется функция *ft2sos()*, имеющая формат:

```
[sos, G]=tf2sos(num, den)
```

где:

`num`– вектор коэффициентов числителя в порядке убывания степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени;

`den` – вектор коэффициентов знаменателя в порядке убывания степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени (первый элемент векторов den всегда равен 1);

`G` – коэффициент усиления;

`sos` – вектор коэффициентов, равный $\left[b_{01}b_{12}b_{21}a_{01}a_{12}a_{21}..b_{0L}b_{1L}b_{2L}a_{0L}a_{1L}a_{2L}\right]$.

Если передаточная функция $H(z)$ представлена в виде произведения простейших множителей, то для ее представления в виде произведения множителей второго порядка используется функция *zp2sos()*, имеющая формат:

```
[sos, G]=zp2sos(q, p, k)
```

где:

`q, p` – векторы нулей и полюсов;

`к` – коэффициент усиления ;

`G` – коэффициент усиления;

`Sos` – вектор коэффициентов, равный $\left[b_{01}b_{12}b_{21}a_{01}a_{12}a_{21}..b_{0L}b_{1L}b_{2L}a_{0L}a_{1L}a_{2L}\right]$.

Для обратной операции – представления ПФ заданной в виде произведения множителей второго порядка, в общем виде или в виде произведения простейших множителей – необходимо воспользоваться соответственно функциями *sos2tf()* и *sos2zp()*, форматы которых имеют вид:

```
[num, den]=sos2tf(sos, G)
[q, p, K]=sos2zp(sos, G)
```

Передаточная функция в виде суммы простых дробей: функция *residuez()*

Для представления передаточной функции в виде суммы простых дробей используется функция *residuez()* следующего формата:

```
[r, p, c] =residuez(mun, den)
```

где

`num`– вектор коэффициентов ПФ в порядке убывания степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени;

`den` – вектор коэффициентов ПФ в порядке убывания степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени (первый элемент вектора den всегда равен 1);

`r` – вектор коэффициентов числителя:

`p` – вектор полюсов;

`c` – вектор коэффициентов целой части $W(z)$.

Обратная процедура выполняется также с помощью функции *residuez()* с очевидным форматом:

```
[num, den] =residuez(r, p, c)
```

Задание

1. Определить нули и полюсы БИХ-фильтра 2-го порядка с помощью функции *tf2zp()*, имеющего передаточную функцию

№	Передаточная функция
1	$H(z)=\dfrac{1+z^{-1}+z^{-2}}{1-0{,}7z^{-1}+0{,}25z^{-2}}$
2	$H(z)=\dfrac{4+0.5z^{-1}+3z^{-2}}{1-0{,}4z^{-1}+z^{-2}}$
3	$H(z)=\dfrac{3+z^{-1}+3z^{-2}}{1-3z^{-1}+3z^{-2}}$
4	$H(z)=\dfrac{2+z^{-1}+0.1z^{-2}}{1-z^{-1}+0{,}05z^{-2}}$

5	$H(z)=\dfrac{0.4+z^{-1}+2z^{-2}}{1-0{,}5z^{-1}+0{,}25z^{-2}}$
6	$H(z)=\dfrac{5+z^{-1}+5z^{-2}}{1-0{,}6z^{-1}+0{,}34z^{-2}}$
7	$H(z)=\dfrac{3+z^{-1}+2z^{-2}}{1-0{,}35z^{-1}+0{,}33z^{-2}}$

,

записать ПФ в виде произведения простейших множителей. Выполнить обратное преобразование. Представить нули и полюсы в показательной форме.

2. Изобразить карту нулей и полюсов ПФ Задания 1 с помощью функции *zplane()*.

3. Представить ПФ Задания 1 в виде произведения множителей второго порядка. По полученным коэффициентам найти нули и полюсы, решая квадратные уравнения для числителя и знаменателя, и обратное преобразование. Представить полюса в показательной форме.

4. Представить и записать ПФ Задания 1 в виде суммы простых дробей. Выполнить обратное преобразование.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3
Моделирование работы ЛДС в частотной области

Методические указания

В частотной области основной характеристикой ЛДС является Фурье-изображение импульсной характеристики $h(nT)$, которое определяется с помощью преобразования Фурье

$$H\left(e^{i\omega T}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}h(nT)e^{-i\omega Tn}$$

или для нормированных времени и частоты

$$H\left(e^{i\hat{\omega}}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}h(nT)e^{-i\hat{\omega}n}$$

и называется комплексной частотной характеристикой (КЧХ) или частотной характеристикой (ЧХ).

Частотная характеристика может выражаться через коэффициенты передаточной функции:

$$H\left(e^{i\hat{\omega}}\right)=\frac{\sum_{l=0}^{N-1}b_l e^{-il\hat{\omega}}}{1+\sum_{k=1}^{M-1}a_k e^{-ik\hat{\omega}}}$$

Моделирование работы ЛДС в частотной области в первую очередь включает в себя вычисление ее частотных характеристик.

Расчет частотной характеристики по коэффициентам передаточной функции: функция *freqz()*

Для вычисления частотной характеристики $H\left(e^{i\omega T}\right)$ по коэффициентам передаточной функции – векторам b и a, используется функция *freqz()*, формат которой может выглядеть следующим образом:

```
H = freqz(num, den, w)           (3.1)
H = freqz(num, den, f, Fs)       (3.2)
```

где:

`num` – вектор коэффициентов числителя ПФ в порядке убывания степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени;

`den` – вектор коэффициентов знаменателя ПФ в порядке убывания степеней, начиная с коэффициент при нулевой степени (первый элемент вектора den всегда равен 1):

`H` – значения частотной характеристики;

`w` – вектор нормированных частот (в радианах в секунду):

`f` – вектор частот в герцах;

`Fs` – частота дискретизации;

Расчет АЧХ и ФЧХ: функции *freqz(), dbode()*

Расчет АЧХ и ФЧХ может производится:

- по вычисленной с помощью функции *freqz()* в формате (3.3) частотной характеристике, где модуль частотной характеристики (*abs()*) – амплитуда, аргумент характеристики (*angle()*) – фаза.
- с помощью функции *dbode()*, формат которой имеет вид:

```
[MAG, PHASE, w] = dbode(num, den, T)
```

где:

`num` – вектор коэффициентов числителя ПФ в порядке убывания степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени:

`den` – вектор коэффициентов знаменателя ПФ в порядке убывания степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени (первый элемент вектора den всегда равен 1):

`T` – период дискретизации:

`w` – вектор нормированных частот ω (в радианах в секунду);

`mag` – вектор значений АЧХ;

`phase` – вектор значений ФЧХ.

Расчет группового времени задержки: функция *grpdelay()*

Групповое время задержки (ГВЗ) – это производная от ФЧХ

$$G(\omega T) = \frac{d\varphi(\omega T)}{d\omega} \text{ или } G(f) = \frac{d\varphi(f)}{df}$$

Расчет ГВЗ выполняется с помощью функции grpdelay(), формат которой имеет вид:

```
[Gd, f] = grpdelay(num, den, N, Fs)
```

где:

`num` – вектор коэффициентов числителя ПФ в порядке убывания степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени;

`den` – вектор коэффициентов знаменателя ПФ в порядке убывания степеней, начиная с коэффициента при нулевой степени (первый элемент вектора den всегда равен 1);

`Fs` – частота дискретизации в герцах;

`N` – количество точек, для которых рассчитывается ГВЗ (длина векторов fи Gd);

`Gd` – вектор значений ГВЗ;

`f` – вектор частоты в герцах.

Задание

1. Вычислить частотную характеристику БИХ – фильтра, передаточная функция которого задана в Лаб. раб. 2, с помощью функ-

ции *freqz()* в формате (3.1) и (3.2) в основной полосе частот, а также АЧХ и ФЧХ. Частота дискретизации *Fs*= 1000 Гц. Построить графики АЧХ и ФЧХ.

2. Вычислить АЧХ и ФЧХ с помощью частотной характеристики, полученной для ПФ Лаб. раб. 2, с помощью функции *dbode()* с частотой дискретизации *Fs*= 1000 в основной полосе частот. Построить графики АЧХ и ФЧХ. Сравнить результаты Задания 2 и 3.

3. Рассчитать ГВЗ для исходных данных Задания 1. В основной полосе, количество точек ГВЗ равно n = 50. Построить график ГВЗ от частоты.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4
Анализ дискретных сигналов

Методические указания

Рассмотрим основные функции, используемые в MATLAB для анализа дискретных сигналов во временной и частотной областях.

Анализ дискретного сигнала во временной области: функции *mean(), std()*

Если сигнал $x(n)$ представляет собой случайный стационарный процесс, то для его анализа используют статистические характеристики: математическое ожидание, дисперсию, автокорреляционную функцию и др.

Для определения средних значений элементов используется функция:

```
mx = mean(X)
```

Функция *mx = mean(X)* в случае одномерного массива возвращает арифметическое среднее элементов массива; в случае двумерного массива – это вектор-строка, содержащая арифметическое среднее элементов каждого столбца. Таким образом, *mean(mean(X))* – это арифметическое среднее (математическое ожидание) элементов массива, что совпадает со значением *mean(X(:))*.

Для определения стандартных отклонений элементов массива используется функция:

```
sx = std(X)
```

Функция *sx = std(X)* в случае одномерного массива возвращает стандартное отклонение элементов массива; в случае двумерного массива – это вектор-строка, содержащая стандартное отклонение (дисперсию) элементов каждого столбца.

Анализ дискретного сигнала во временной области: функции xcorr()

Автокорреляционная функция $R(m)$ дискретного сигала $x(n), n = 1 = 0,1,..N-1$ является четной и определяется по формуле:

$$R(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)x(n+m), m = 0,1,..,N-1$$

при этом

$$R(m) = R(-m)$$

Отсюда следует, что значения автокорреляционной функции центрированы (симметричны) относительно $R(0)$.

В MATLAB нижний индекс любого массива равен единице и индексы могут иметь только положительные значения, потому автокорреляционная функция вычисляется по следующей модифицированной формуле:

$$R(m)=\sum_{n=1}^{N}x(n)x(n+m-N),m=N,N+1,..,N+(N-1) \quad (4.1)$$

при этом

$$R(N+m)=R(N-m)$$

Соответственно, значения автокорреляционной функции центрированы относительно $R(N)$.

В MATLAB расчет автокорреляционной функции сигнала $x(n)$ производится с помощью функции *xcorr()*, формат которой имеет вид:

```
R = xcorr(x)
```

где:

`x` – вектор отсчетов сигнала $x(n)$:

`R` – вектор значений автокорреляционной функции $R(m)$.

Длина вектора R равна удвоенной длине вектора *x* минус 1.

Анализ дискретного сигнала в частотной области: функции *fft(), ifft()*

Анализ дискретного сигнала в частотной области осуществляется с помощью дискретного преобразования Фурье (ДПФ):

- прямого:

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-i\frac{2\pi}{N}nk},k=0,1,..N-1$$

- обратного:

$$x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)e^{i\frac{2\pi}{N}nk},n=0,1,..N-1$$

где *N* – количество отсчетов входного сигнала и отсчетов ДПФ $X(k)$ на периоде. Для повышения быстродействия, коэффициенты ДПФ $X(k)$ рассчитываются с помощью алгоритма БПФ Кули – Тьюки с использованием функции *fft()*, формат которой имеет вид:

```
X = fft(x)
```

или

```
X = fft(x, m)
```

где:

`x` – вектор отсчетов входного сигнала $x(n)$;

`X` – вектор отсчетов ДПФ $X(k)$;

`m` – количество отсчетов сигнала $x(n)$ по которым вычисляется ДПФ.

Если $m < N$, к вектору x добавляются нулевые элементы, если $m > N$, элементы вектора x, начиная с $n > m$ при вычислении ДПФ не учитываются.

Отсчеты ДПФ $X(k)$ в общем случае – комплексные числа, поэтому также определяют их модуль и аргумент. Модуль отсчетов ДПФ определяется как *(2/N)abs(X)*, а аргумент– как *angle(X)*.

При выводе графика модуля ДПФ, частоту нужно пронормировать $f = \frac{kf_д}{N}$ и вывести $|X(f)|$.

Отсчеты сигнала $x(n)$ вычисляются также на основе ОДПФ с использованием функции *ifft()*, формат которой имеет вид:

```
x = ifft(X)
```

или

```
x = ifft(X, m)
```

где:

`x` – вектор отсчетов входного сигнала $x(n)$;

`X` – вектор отсчетов ДПФ $X(k)$;

`m` – количество отсчетов ДПФ $X(k)$.

Если $m < n$, k вектору x добавляются нулевые элементы, если $m > n$, элементы вектора x, начиная с $n > m$. при вычислении $x(n)$ не учитываются.

Задание

1. Задать произвольный сигнал из десяти отсчетов. Рассчитать математическое ожидание и дисперсию сигнала.
2. Вычислить автокорреляционную функцию по формуле (4.1), а также с помощью функции *xcorr()* для

№	Сигнал
1	$x(n) = [1,1,1,0]$
2	$x(n) = [1,0,1,0]$
3	$x(n) = [1,0,0,1]$
4	$x(n) = [1,1,0,0]$
5	$x(n) = [0,0,1,1]$
6	$x(n) = [0,1,0,1]$
7	$x(n) = [1,0,0,0]$

Построить графики для $x(n)$ и автокорреляционной функции $R(m)$.

3. Вычислить отсчеты ДПФ сигнала:

№	Сигнал	Отсчеты	f_1 Гц	f_2 Гц	$f_д$ Гц
1	$x(n) = 0{,}7\sin(2\pi f_1 nT) + 0{,}5\sin(2\pi f_2 nT)$	$n = 1..1024$	200	300	2000
2		$n = 1..1024$	300	500	3000
3		$n = 1..1024$	330	488	1700
4		$n = 1..1024$	460	566	1900
5		$n = 1..1024$	120	245	1322
6		$n = 1..1024$	23	45	580
7		$n = 1..1024$	35	67	690

Рассчитать значения $X(k)$ и построить график модуля $|X(f)|$. Выполнить обратную операцию: по вычисленным значениям $X(k)$ определить значения сигнала $x(n)$.

4. Вычислить отсчеты ДПФ сигнала:

№	Сигнал	Отсчеты	f_1 Гц	$f_д$ Гц
1	$x(n) = 0{,}7\sin(2\pi f_1 nT)$	$n = 1..8$	300	1000
2		$n = 1..8$	400	1000
3		$n = 1..8$	350	1200
4		$n = 1..8$	3460	10900
5		$n = 1..8$	340	822
6		$n = 1..8$	2133	5080
7		$n = 1..8$	2342	6090

Выполнить обратную операцию: по вычисленным значениям $X(k)$ определить значения сигнала $x(n)$. Рассчитать значения $X(k)$ и построить график модуля $|X(f)|$.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.
Моделирование цифровых частотно-избирательных фильтров с помощью SPTool в MATLAB

Методические указания

Программы GUI (Graphic User Interface – графический интерфейс пользователя) – это интерактивные системы, с графическим выводом результатов. GUI SPTool (Signal Processing Toolbox – средства обработки сигнала) представляет собой типичную GUI-программу, предназначенную для математического моделирования цифровой обработки сигналов, в частности, процедуры цифровой фильтрации.

Обращение к GUI-программе происходит после записи ее имени в командном окне MATLAB:

```
>> sptool
```

Программа SPTool включает 9 интерактивных окон Windows. Будем знакомиться с ними постепенно, изучая последовательность действий при работе в SPTool-программе.

Последовательность действий при работе в SPTool-программе

В общем случае моделирование процедуры цифровой фильтрации с помощью SPTool предполагает выполнение следующих действий в заданной последовательности:

- синтез (проектирование) цифрового фильтра (ЦФ);
- анализ характеристик синтезированного ЦФ;
- создание входного сигнала;
- импортирование входного сигнала в SPTool;
- визуализацию входного и выходного сигналов:
- моделирование процесса фильтрации;
- расчет и визуализацию спектров входного и выходного сигналов;
- выход из программы SPTool;

Рассмотрим каждое из этих действий подробнее.

Синтез цифрового фильтра

После обращения к программе SPTool (с помощью вызова sptool) в командном окне MATLAB открывается первое окно **SPTool: startup.spt** с тремя списками: **Signals** (сигналы), **Filters** (Фильтры), **Spectra** (Спектры).

Под списком **Filters** размещаются 4 кнопки: **View** (Вид) – просмотр характеристик фильтра; **New** (Новый проект) – синтез нового фильтра; **Edit** (Редактирование проекта) – изменение требований к фильтру и его синтез без изменения имени фильтра; **Apply** (Применить) – моделирование процесса фильтрации сигнала, имя которого выделено в списке **Signals,** фильтром, имя которого выделено в списке **Filters.**

В списке **Filters** содержатся имена синтезированных ранее и сохраненных фильтров; если они отсутствуют, активна только кнопка **New.** Терминология «сохраненный фильтр» означает, что в файле указанным именем сохранены все данные о синтезированном фильтре.

Для синтеза нового ЦФ необходимо нажать кнопку **New,** после чего открывается второе окно **Filter** (Синтез фильтра), в котором выполняются следующие действия:

1. Задаются требования к синтезируемому ЦФ:

- в поле ввода **Frequency Specifications** (Частота дискретизации) – частота дискретизации в герцах (**Fpass** – граничная частота полосы пропускания в герцах, **Fstop** – граничная частота полосы задерживания в герцах), для фильтров ПФ и РФ их будет несколько.
- в группе **ResponseType** (Параметры) – тип избирательности фильтра (**Lowpass** – Фильтр нижних частот, **Highpass** – Фильтр высоких частот, **Bandpass** – Полосовой фильтр, **Bandstop** – РФ (Режекторный фильтр).
- в раскрывающемся списке **Design Method** (Алгоритм) – тип ЦФ (КИХ или БИХ) и одновременно метод синтеза.

Для синтеза КИХ - фильтров может быть выбран один из следующих методов:

- **Equiripple FIR**– оптимальной фильтрации Чебышева:
- **LeastSquare FIR**– наименьших квадратов;
- **Window FIR**– окон Кайзера.

При синтезе БИХ-фильтров используется метод билинейного Z-преобразования со следующими типами аппроксимации:

- **Butterwhorth IIR** – Баттерворта;
- **Chebyshev Type I IIR** – Чебышева I рода;
- **Chebyshev Type 2 IIR** – Чебышева II рода:
- **Elliptic IIR** – Золотарева – Кауэра;
- в группе **Magnitude Specifications** – требования к максимально допустимому отклонениюв (**Dpass** – максимально допустимое отклонение; **Dstop** – минимально допустимое отклонение);

2. Синтезируется ЦФ по введенным требованиям после нажатия кнопки **DesignFilter;**

3. Выводятся следующие данные о синтезируемом фильтре:

- в поле **FrequencyResponse** (Частотная характеристика) – график характеристики ослабления;

Анализ характеристик синтезированного фильтра

Для анализа характеристик синтезированного фильтра необходимо выполнить следующие действия:

1. В списке **Filters** окна **SPTool: startup.spt** выделить имя фильтра.
2. Нажать кнопку **View,** в результате чего открывается третье окно **Filter Viewer** (Просмотр фильтра) и приводятся данные о синтезированном фильтре: в группе **Analysis** возможно просмотреть:

- Magnitude Response(АЧХ);
- Phase Response (ФЧХ);
- Group Delay Response (ГВЗ);
- Zeros and Poles (Нули и полюсы) – карта нулей и полюсов:
- Impulse Response (Импульсная характеристика);
- Step Response (Переходная характеристика).

Для вывода графиков необходимо установить соответствующие флажки.

Создание входного сигнала

Источником сигнала для SPTool может являться рабочее пространство памяти Workspace, если сигнал создается непосредственно в командном окне MATLAB.

Импортирование входного сигнала в SPTool

Для импортирования входного сигнала необходимо в окне SPTool: startup.spt в меню **File** выбрать команду **Import** (Импорт).

После этого открывается окно **Import to SPTool** (Импорт в SPTool) в котором в группе **Source** (Источник) выбрать переключатель: **From Workspace** (Из рабочего пространства памяти).

При этом необходимо:

- в группе **Workspace Content** (Перечень имен переменных в рабочем пространстве памяти) выделить имя сигнала;
- нажать кнопку, обозначенную стрелкой «–>», после чего имя сигнала будет отображено в поле ввода **Data** (Данные);
- в раскрывающемся списке **Import As** (Импортировать как) выбрать пункт **Signal** (Сигнал) и задать:
- в поле ввода **Sampling Frequency** – частоту дискретизации сигнала в герцах;
- в поле ввода **Name** (Имя) – имя сигнала (в SPTool):
- нажать кнопку ОК;

Визуализация входного и выходного сигналов

Для визуализации сигнала необходимо:

1. в группе **Signals** окна **SPTool :startup.spt** выделить имя сигнала;

2. нажать кнопку **View**, в результате чего открывается шестое окно **Signal Browser** (Просмотр сигнала),

В окне **Signal Browser** имеется набор средств для работы с графиками, такой же, как в окне **Filter Viewer**.

Моделирование процесса фильтрации

После синтеза фильтра и импортирования сигнала можно моделировать процесс фильтрации. Для этого необходимо:

1. в группе **Signals** окна **SPTool:startup.spt** выделить имя сигнала;

2. в группе **Filters** окна **SPTool:startup.spt** выделить имя фильтра;

3. нажать кнопку **Apply**, после чего появляется седьмое окно **ApplyFilter** с именами:

- входного сигнала;
- фильтра;
- выходного сигнала, если имя выходного сигнала изменять не нужно, нажать кнопку OK (в противном случае сначала изменить имя); после этого происходит автоматический возврат в окно SPTool:startup.spt.

В поле **Signals** окна SPTool: startup.spt можно вы целить одновременно входной и выходной сигналы (удерживая клавишу <Clrl>), и нажав кнопку **View**, в окне **Signal Browser** по очереди просмотреть файлы, указывая в группе **Select Trace** их имена.

Расчет и визуализация спектров входного и выходного сигналов

Для расчета и визуализации спектра сигнала в окне **SPTool: startup.spt** необходимо:

1. в группе **Signal** выделить имя сигнала:

2. в поле **Spectra** нажать кнопку **Create** (Создать), после чего появляется окно **Spectrum Viewer** (Просмотр спектра) с именем спектра spectN: имена спектров задаются автоматически (подобно именам фильтров) последовательно spectl, spect2 и т. д.,

3. в окне **Spectrum Viewer** следует:

- в группе **Parameters** (Параметры) в раскрывающемся списке **Method** (Метод) указать метод расчета спектра;
- задать количество точек, по которым рассчитывается спектр (для метода FFT равное ближайшему к степени двойки);

- нажать кнопку **Apply**, после чего появляется график амплитудного спектра (при расчете по методу FFT – модуль ДПФ).

В окне **Spectrum Viewer** имеется набор средств для работы с графиками, такой же как в окне **Filterи Viewer.**

Задание

1. Создать цифровые фильтры (Табл. 1-4).
2. Проанализировать все указанные характеристики фильтров.
3. Создать входной сигнал как сумму сигнала $x(n)$ и шума: y = rand(1,length(x)).
4. Импортировать сигнал в SPTool.
5. Синтезировать фильтр, вывести графики входного и выходного сигнала.
6. Рассчитать ДПФ и вывести спектры входного и выходного сигнала.

Таблица 1

№	Сигнал	Фильтр	частота дискретизации, Гц	граничная частота полосы пропускания, Гц	граничная частота полосы задерживания, Гц	Макс. допустимое отклонение Dstop	Мин. допустимое отклонение Dpass
1	$x(n)=\sin(0.5\pi n)$	КИХ-фильтр: **ФНЧ** Сравнить методы: Equiripple Least Square	2000	200	300	0.023	0.11
2	$x(n)=\cos(0.2\pi n)$		3000	500	600		
3	$x(n)=\sin(0.5\pi n)+$ $+2\sin(0.3\pi n)$		4300	1000	1100		
4	$x(n)=\sin(0.5\pi n)$		1800	180	230		
5	$x(n)=0.6\sin(0.1\pi n)+$ $+\cos(0.2\pi n)$		2300	220	300		
6	$x(n)=0.1\sin(0.82\pi n)+$ $+0.2\sin(0.3\pi n)$		1200	47	78		
7	$x(n)=\sin(0.3\pi n)+$ $+2\sin(1.3\pi n)$		3900	390	490		

Таблица 2

<table>
<tr><th>№</th><th>Сигнал</th><th>Фильтр</th><th>частота дискретизации, Гц</th><th>граничная частота полосы пропускания, Гц</th><th>граничная частота полосы задерживания, Гц</th><th>Макс допустимое отклонение Dstop</th><th>Мин. допустимое отклонение Dpass</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$x(n)=0.3\sin(0.1n)+$ $+1.1\cos(0.1\pi n)$</td><td rowspan="7">КИХ-фильтр:

ФВЧ

Сравнить методы:
Equiripple
Least Square</td><td>1800</td><td>500</td><td>340</td><td rowspan="7">0.014</td><td rowspan="7">0.2</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$x(n)=3\sin(2.1\pi n)+$ $+3\cos(0.23\pi n)$</td><td>2900</td><td>600</td><td>200</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$x(n)=1.1\sin(0.3\pi n)+$ $+6\cos(0.2\pi n)$</td><td>1300</td><td>100</td><td>20</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$x(n)=0.5\sin(\pi n)+$ $+\cos(\pi n)$</td><td>1230</td><td>380</td><td>220</td></tr>
<tr><td>5</td><td>$x(n)=3\sin(4n)+$ $+4\cos(\pi n)$</td><td>7800</td><td>1000</td><td>800</td></tr>
<tr><td>6</td><td>$x(n)=3.2\sin(3n)+$ $+\cos(0.23\pi n)$</td><td>5670</td><td>2200</td><td>1900</td></tr>
<tr><td>7</td><td>$x(n)=2.3\sin(3\pi n)+$ $+1.3\cos(0.1\pi n)$</td><td>3670</td><td>1560</td><td>780</td></tr>
</table>

Таблица 3

№	Сигнал	Фильтр	частота дискретизации, Гц	граничные частоты полосы пропускания, Гц	граничные частоты полос задерживания, Гц	Макс допустимое отклонение Dstop	Мин. допустимое отклонение Dpass
1	$x(n)=1.1\cos(0.1\pi n)$	КИХ-фильтр: **ПФ** Сравнить методы: Equiripple Least Square	2000	500, 600	340, 750	0.01	0.1
2	$x(n)=3\sin(7.1\pi n)+$ $+2\sin(0.43\pi n)$		2870	600, 800	200, 1100		
3	$x(n)=5.1\sin(6.3\pi n)+$ $+3\cos(6.2\pi n)$		1780	340, 560	60, 710		
4	$x(n)=0.3\cos(3n)+$ $+3\cos(\pi n/2)$		3450	100, 1340	450, 550		
5	$x(n)=3\cos(3n)+$ $+2\cos(1.1n)$		9000	3000, 4000	2000, 4400		
6	$x(n)=\sin(2n)+$ $+3\sin(0.3\pi n)$		2370	650, 750	300, 1000		
7	$x(n)=2.3\sin(3\pi n)+$ $+1.3\cos(0.1\pi n)$		650	100, 200	50, 300		

Таблица 4

№	Сигнал	Фильтр	частота дискретизации, Гц	граничные частоты полос пропускания, Гц	граничные частоты полосы задерживания, Гц	Макс допустимое отклонение Dstop	Мин. допустимое отклонение Dpass
1	$x(n)=0.3\sin(0.1n)$	КИХ-фильтр: **РФ** Сравнить методы: Equiripple Least Square	200	30, 70	50, 60	0.04	0.2
2	$x(n)=3\sin(2.1n)$		2000	100, 800	550, 647		
3	$x(n)=\sin(4n)$		2233	200, 800	405, 560		
4	$x(n)=2.2\sin(0.1\pi n)$		4350	300, 1902	400, 1300		
5	$x(n)=2\sin(2.1n)$		4507	400, 1500	900, 1100		
6	$x(n)=5\sin(2n)$		7000	1500, 3300	1700, 3043		
7	$x(n)=3.2\sin(0.11\pi n)$		8888	1000, 4000	2000, 3000		

ЛИТЕРАТУРА

1. Солонина, А.И. Основы цифровой обработки сигналов: курс лекций / А.И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьева, И.И. Гук. – СПб.: БХВ – Петербург, 2003. – 608 с.

2. Айфичер, Э. Цифровая обработка сигналов: практический подход / Э. Айфичер, Б. Джервис. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2004. – 992 с.

3. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов: учебник для вузов / А.Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 2006. – 751 с.

4. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB / Р. Гонсалес, Р. Вудс, С. Эддинс. – М.: Техносфера, 2006. – 616 с.

5. Дьяконов, В.П. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник / В.П. Дьяконов, И.В. Абраменкова. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.

6. Давыдов, А.В. Цифровая обработка сигналов: тематические лекции / А.В. Давыдов. – Екатеринбург: УГГУ, ИГиГ, ГИН, Фонд электронных документов, 2005.

7. Сато, Ю. Обработка сигналов. Первое знакомство / Ю. Сато. – М.: Изд.: ДОДЭКА, 2002. – 175 с.

8. Лукин, А. Введение в цифровую обработку сигналов / А. Лукин. – М.: МГУ, 2002. 44 с

9. Баскаков, С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник для вузов / С.И. Баскаков. – М.: Высшая школа, 1988. – 448 с.

Учебное издание

КРАСНОБАЕВ Евгений Алексеевич

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Методические рекомендации
к выполнению лабораторных работ

Технический редактор *Г.В. Разбоева*
Компьютерный дизайн *Т.Е. Сафранкова*

Подписано в печать .2015. Формат 60x84 $^1/_{16}$. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 1,86. Уч.-изд. л. 1,16. Тираж экз. Заказ .

Издатель и полиграфическое исполнение – учреждение образования
«Витебский государственный университет имени П.М. Машерова».

Свидетельство о государственной регистрации в качестве издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/255 от 31.03.2014 г.

Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Витебский государственный университет имени П.М. Машерова».
210038, г. Витебск, Московский проспект, 33.