программирования. Все компоненты связаны, с имеющимися у пользователя умениями и навыками: в большей или в меньшей степени, необходимо только правильно реализовать активизацию этих связей.

Рассмотрение методики, форм, методов и различных аспектов применения [1] имеющихся у пользователя умений и навыков по каждому из компонентов объектно-ориентированного программирования при решении задач выходит за рамки данной статьи. В качестве примера можно привести использование навыков и умений относительно компонента «наследование»: при решении любой пользовательской задачи, вначале, составляется каркас (план или «предок») решения, которое потом уточняется: создаются «потомки» решения, которые наследуют свойства и методы родительского решения, приобретая при этом новые свойства и методы, в которых и состоит сущность уточнений.

Перенос дидактического принципа опоры на имеющиеся знания, со знаний на умения и навыки в совокупности с переходом от целостной методологии объектно-ориентированного программирования к отдельному применению её компонентов при решении пользовательских задач позволяет, максимально используя преимущества [2] объектно-ориентированного программирования, существенно сгладить и преодолеть его недостатки [2] в рамках проблемы решения и обучения решению пользовательских задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров А.Н. Основные подходы к обучению студентов объектно-ориентированному программированию и проектированию // Фундаментальные исследования. – 2008. – № 4 – С. 80-82
2. http:// www.intuit.ru/department/pl/javapl/2/.
3. http://www.znannya.org/Methodology_object_oriented_programming.
4. http:// www.uchi-it.ru/index.html

ОПЕРАТОРЫ ДРОБНОГО ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ПО АДАМАРУ

С.А. Шлапаков
Витебск, ВГУ

Дробное интегродифференцирование Римана-Лиувилля является формально дробной степенью $\left({}^{d}\!/_{dx}\right)^{\alpha}$ оператора дифференцирования *d/dx* . Ж. Адамаром была предложена конструкция дробного интегродифференцирования, являющаяся дробной степенью типа $\left(x\dfrac{d}{dx}\right)^{\alpha}$, так называемого δ-дифференцирования $\delta = \left(x\dfrac{d}{dx}\right)$ [1].

На конечном отрезке $[a, b]$ действительной полуоси рассмотрим интегральный оператор

$$\left(\Im_{a+}^{\alpha} f\right)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{a}^{x} \frac{f(t)}{\left(\ln\dfrac{x}{t}\right)^{1-\alpha}} \frac{dt}{t}, \quad \alpha > 0, \quad 0 < a < x \qquad (1)$$

в пространстве суммируемых функций

$$X_c^p = \left\{ f(t) \,\middle|\, \int_a^b \left| t^c f(t) \right|^p \frac{dt}{t} < +\infty, \quad c \in R, \quad 1 \le p < \infty \right\} \qquad (2)$$

с нормой

$$\| f \|_{X_c^p} = \left(\int_a^b \left| t^c f(t) \right|^p \frac{dt}{t} \right)^{1/p},$$

$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty t^{\alpha - 1} e^{-t} dt$ – гамма-функция.

Известно, что оператор (1) ограниченно действует в пространстве (2) [2]. Конструкция, определяемая (1), называется дробным интегралом по Адамару.

Естественно дробной производной по Адамару будет называться конструкция вида

$$\left(D_{a+}^{\alpha} f\right)(x) = \delta^n \left(\Im_{a+}^{n-\alpha} f\right)(x), \quad \delta = x\frac{d}{dx}, \quad \alpha > 0, \quad n = [\alpha] + 1. \qquad (3)$$

Для описания условий существования и представимости дробных производных (3) по Адамару введем функциональное пространство $AC_{\delta,\mu}^{n}[a,b]$ [3].

Определение. Через $AC_{\delta,\mu}^{n}[a,b]$, где $n \in N, \quad \delta = x\frac{d}{dx}, \quad \mu \in R$, обозначим класс функций *g(x)* таких, что $x^{\mu} g(x)$ имеет δ-производные до порядка $n-1$ включительно на [a,b], причем $h(x) = \delta^{n-1}[x^{\mu} g(x)]$ абсолютно непрерывна на [a,b]:

$$AC_{\delta,\mu}^{n}[a,b] = \left\{ h : [a,b] \to C \,\middle|\, \delta^{n-1}[x^{\mu} g(x)] \in AC[a,b],\ \mu \in R,\ \delta = x\frac{d}{dx} \right\}.$$

<u>Лемма</u>. Пространству $AC_{\delta,\mu}^{n}[a,b]$ $(0 < a < b < \infty)$ принадлежат те и только те функции *g(x)*, которые можно представить в виде

$$g(x) = x^{-\mu} \left[\frac{1}{(n-1)!} \int_a^x \left(\ln\frac{x}{t} \right)^{n-1} \varphi(t)dt + \sum_{k=0}^{n-1} c_k \left(\ln\frac{x}{t} \right)^k \right], \qquad (4)$$

где $\varphi(t) \in L_1(a,b)$ и c_k $(k = 1, 2, \ldots, n-1)$ – произвольные постоянные. Отметим, что в формуле (4)

$$\varphi(t) = g_{n-1}'(t), \quad c_k = \frac{g_k(a)}{k!} \quad (k = 0, 1, \ldots, n-1),$$

где

$$g_k(x) = \delta^k \left[x^{\mu} g(x) \right] \quad (k = 0, 1, \ldots, n-1), \quad g_0(x) = x^{\mu} g(x).$$

Тем самым (4) можно переписать в виде

$$g(x) = x^{-\mu} \left[\frac{1}{(n-1)!} \int_a^x \left(\ln\frac{x}{t} \right)^{n-1} g_{n-1}'(t)dt + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{g_k(a)}{k!} \left(\ln\frac{x}{t} \right)^k \right]. \qquad (5)$$

При $\mu = 0$ из (5) получается утверждение для пространства $AC_{\delta,0}^{n}[a,b]$.

<u>Следствие</u>. Пространству $AC_{\delta,\mu}^{n}[a,b]$ $(0 < a < b < \infty)$ принадлежат те и только те функции *g(x)*, которые можно представить в виде

$$g(x) = \left[\frac{1}{(n-1)!} \int_a^x \left(\ln \frac{x}{t} \right)^{n-1} g'_{n-1}(t)dt + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{g_k(a)}{k!} \left(\ln \frac{x}{t} \right)^k \right]. \qquad (6)$$

Из формулы (6) получается представление дробной производной по Адамару для функций из класса $AC^{m}_{\delta\delta 0}[a,b]$.

Теорема 1. Пусть $\alpha > 0$, $0 < a < b < \infty$, $n = [\alpha] + 1$ и $g(x) \in AC^{m}_{\delta\delta 0}[a,b]$. Тогда дробная производная по Адамару $D^{\alpha}_{a+}g$ существует почти всюду на отрезке $[a,b]$ и может быть представлена в виде

$$\left(D^{\alpha}_{a+}g\right)(x) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_a^x \left(\ln \frac{x}{t} \right)^{n-\alpha-1} g'_{n-1}(t)dt + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{g_k(a)}{\Gamma(k-\alpha+1)} \left(\ln \frac{x}{a} \right)^{k-\alpha}.$$

Для дробного интегрального оператора Адамара (1) справедливо полугрупповое свойство.

Теорема 2. Пусть $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $0 < a < b < \infty$, $1 \le p < \infty$, $c \in R$. Тогда для $g \in X^{p}_{c}(a,b)$ выполняется

$$\Im^{\alpha}_{a+}\Im^{\beta}_{a+}g = \Im^{\alpha+\beta}_{a+}g.$$

В пространстве (2) имеет место композиционное свойство операторов (3) и (1).

Теорема 3. Пусть $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $0 < a < b < \infty$, $1 \le p < \infty$, $c \in R$. Тогда для $g \in X^{p}_{c}(a,b)$ справедливо равенство

$$D^{\beta}_{a+}\Im^{\alpha}_{\phi+}g = \Im^{\alpha-\beta}_{a+}g.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Самко, С.Г. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С.Г. Самко, А.А. Килбас, О.И. Маричев. – Мн.: Наука и техника, 1987. – 688 с.
2. Шлапаков, С.А. О дробном интегродифференцировании Адамара в весовых пространствах суммируемых функций / С.А. Шлапаков // Веснік ВДУ. – 2009. Т. 53, №3.– С. 132-135.
3. Kilbas, A.A. Hadamard-type fractional calculus / A.A. Kilbas // J. Korean Math. Soc.–2001.–Vol. 38, №1.– P. 1191-1204.

О ПРОИЗВЕДЕНИЯХ КЛАССОВ ФИТТИНГА, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ ПОДГРУППАМИ ХОЛЛА

В.В. Шпаков
Витебск, ВГУ

Ряд исследований канонических подгрупп конечных разрешимых групп связан с изучением классов конечных групп, определяемых заданными свойствами подгрупп Холла.

Среди произведений классов Фиттинга известны своими приложениями холловски замкнутые, то есть такие произведения, которые являются замкнутыми относительно подгрупп Холла. В 1981 году Бризоном [1] было получено описание холловски замкнутых произведений в разрешимом случаи. Вместе с тем, извест-