$$H(r) \geq \frac{L_1}{r^{\lambda} \ln^{\nu} r},$$

$$K(r) \geq \frac{L_2}{r^{\mu} \ln^{\xi} r},$$

где $r_0 > e^{e^4}$, $L_1 > 0$, $L_2 > 0$, λ, ν, μ, ξ, $\alpha > 1$, $\beta > 1$ – некоторые действительные числа.

Если выполняется одно из следующих условий:

а) $\lambda < 2$, $\mu = 2 + \beta(2 - \lambda)$, $1 - \xi - \beta\nu > 0$;

б) $\lambda < 2$, $\mu = 2 + \beta(2 - \lambda)$, $\xi < 1$, $\alpha(1 - \xi) = \nu$;

в) $\lambda = 2$, $\mu = 2$, $\beta(1 - \nu) + 1 - \xi \geq 0$;

г) $\mu < 2$, $\lambda = 2 + \alpha(2 - \mu)$, $1 - \nu - \alpha\xi > 0$;

д) $\mu < 2$, $\lambda = 2 + \alpha(2 - \mu)$, $\nu < 1$, $\beta(1 - \nu) = \xi$;

е) $\lambda = 2$, $\mu = 2$, $\alpha(1 - \xi) + 1 - \nu \geq 0$;

то система (1) не имеет целых положительных решений.

Таким образом, получены результаты, которые являются более точными, чем изложенные в [1] или [2], и для них приведена предварительная оценка точности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Teramoto, T. Existence and nonexistence of positive entire solutions of second order semilinear elliptic systems / T. Teramoto // Funkcialaj Ekvacioj. – 1999. – Vol. 42. – P. 241–260.
2. Сергеенко, С.В. Достаточные условия отсутствия целых решений систем полулинейных эллиптических уравнений / С.В. Сергеенко // Образование XXI века: материалы X(55) итоговой научно-практической конференции студентов и магистрантов, Витебск, 24–25 марта 2010 г. / Вит. гос. ун-т; редкол.: А.П. Солодков (гл. ред.) [и др.]. – Витебск: УО «ВГУ им. П.М. Машерова» 2010. – С. 14–16.

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ПОЛИНОМЫ В ЗАДАЧЕ ДВУХ НЕПОДВИЖНЫХ ЦЕНТРОВ

Ю.В. Трубников, А.М. Воронов

Витебск, ВГУ

Вычислим полином наилучшего приближения в чебышевской метрике для дифференцируемой строго выпуклой функции.

Заметим, что любой отрезок $[\alpha, \beta]$, $0 < \alpha < \beta$, можно записать в виде $[a(1-e),\ a(1+e)]$, где $a = \dfrac{\alpha + \beta}{2}$, $e = \dfrac{\beta - \alpha}{\alpha + \beta}$. Для нас будет удобно использовать эту запись.

Теорема 1 [1]. *Пусть* $a > 0$, $0 < e < 1$ *и* $f(r)$ *– дифференцируемая, строго выпуклая функция на отрезке* $a(1-e) \leq r \leq a(1+e)$.

Тогда полиномом наилучшего приближения первой степени для f *на данном отрезке является полином*

$$P_1(s) = a_1 r + a_0,$$

в котором

$$a_1 = \frac{f_3 - f_1}{2ae},$$

$$a_0 = \frac{1}{4e}\left[(1+e)\,f_1 - (1-e)\,f_3\right] - \frac{f_3 - f_1}{4ae}\cdot(f')^{-1}\left(\frac{f_3 - f_1}{2ae}\right) + \frac{f}{2}\left[(f')^{-1}\left(\frac{f_3 - f_1}{2ae}\right)\right],$$

$$f_1 = f\left[a(1-e)\right], \quad f_3 = f\left[a(1+e)\right],$$

при этом

$$\left|f(r) - P_1(r)\right| \le d_{\max} = \frac{1}{4e}\left[(1+e)\,f_1 - (1-e)\,f_3\right] + \frac{f_3 - f_1}{4ae}\cdot(f')^{-1}\left(\frac{f_3 - f_1}{2ae}\right) - $$
$$- \frac{f}{2}\left[(f')^{-1}\left(\frac{f_3 - f_1}{2ae}\right)\right].$$

Остановимся на применении развиваемого метода к *задаче двух неподвижных центров*. Пусть в двух неподвижных центрах расположены материальные точки с массами m_1 и m_2 соответственно. Построим систему координат $Oxyz$ так, чтобы ось Oz проходила через точки m_1 и m_2. Расстояние (см. рис 1) от O до массы m_1 обозначим через c_1, а от O до m_2 – через c_2 Пусть в суммарном поле сил ньютоновского притяжения к каждой из точек m_1, m_2 находится точка с массой m, движение которой изучается. Ее движение определяется силовой функцией

$$U_0 = fm\left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2}\right),$$

где r_1, r_2 – расстояния от m_1, m_2 соответственно до движущейся точки m:

$$r_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - c_1)^2},$$

$$r_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - c_2)^2}.$$

Пусть выполняются условия

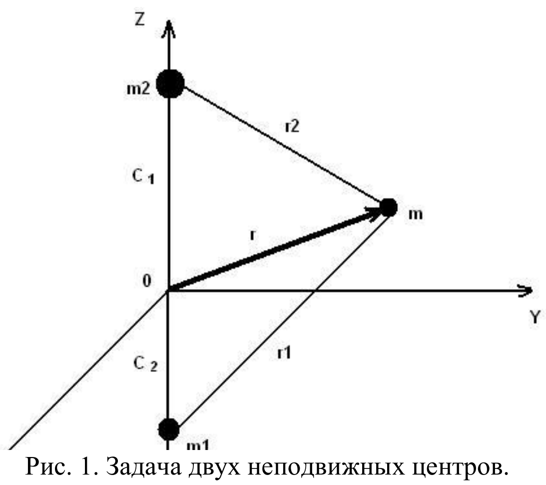

Рис. 1. Задача двух неподвижных центров.

$$a_{01}^2(1 - e_{01})^2 \le r^2 - 2c_1 z + c_1^2 \le a_{01}^2(1 + e_{01})^2,$$

$$a_{02}^2(1 - e_{02})^2 \le r^2 - 2c_2 z + c_2^2 \le a_{02}^2(1 + e_{02})^2.$$

Применяя чебышевские приближения к функциям

$$\frac{1}{r_1}=\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2-2c_1z+c_1^2}},\ \frac{1}{r_2}=\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2-2c_2z+c_2^2}},$$

приводим силовую функцию к следующему виду

$$U=-\frac{fm}{2}\left[\frac{m_1\left(r^2-2c_1z+c_1^2\right)}{a_{01}^3\left(1-e_{01}^2\right)}+\frac{m_2\left(r^2-2c_2z+c_2^2\right)}{a_{02}^3\left(1-e_{02}^2\right)}\right]+const.$$

После такого приведения получим систему соответствующих дифференциальных уравнений

$$\ddot{x}=-f\left[\frac{m_1}{a_{01}^3\left(1-e_{01}^2\right)}+\frac{m_2}{a_{02}^3\left(1-e_{02}^2\right)}\right]x; \tag{1}$$

$$\ddot{y}=-f\left[\frac{m_1}{a_{01}^3\left(1-e_{01}^2\right)}+\frac{m_2}{a_{02}^3\left(1-e_{02}^2\right)}\right]y; \tag{2}$$

$$\ddot{z}=\frac{1}{m}\cdot\frac{\partial U}{\partial z}=-f\left[\frac{m_1}{a_{01}^3\left(1-e_{01}^2\right)}+\frac{m_2}{a_{02}^3\left(1-e_{02}^2\right)}\right]z+$$

$$+f\left[\frac{c_1m_1}{a_{01}^3\left(1-e_{01}^2\right)}+\frac{c_2m_2}{a_{02}^3\left(1-e_{02}^2\right)}\right]. \tag{3}$$

Запишем решение задачи Коши для системы (1)–(3):

$$x(t)=x_0\cos\omega t+\frac{\dot{x}_0}{\omega}\sin\omega t;$$

$$y(t)=y_0\cos\omega t+\frac{\dot{y}_0}{\omega}\sin\omega t;$$

$$z(t)=\left[z_0-\frac{\dfrac{c_1m_1}{a_{01}^3\left(1-e_{01}^2\right)}+\dfrac{c_2m_2}{a_{02}^3\left(1-e_{02}^2\right)}}{\dfrac{m_1}{a_{01}^3\left(1-e_{01}^2\right)}+\dfrac{m_2}{a_{02}^3\left(1-e_{02}^2\right)}}\right]\cos\omega t+$$

$$+\frac{\dot{z}_0}{\omega}\sin\omega t+\frac{\dfrac{c_1m_1}{a_{01}^3\left(1-e_{01}^2\right)}+\dfrac{c_2m_2}{a_{02}^3\left(1-e_{02}^2\right)}}{\dfrac{m_1}{a_{01}^3\left(1-e_{01}^2\right)}+\dfrac{m_2}{a_{02}^3\left(1-e_{02}^2\right)}}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Трубников, Ю.В. Метод чебышевской аппроксимации потенциала в задаче многих тел / Ю.В. Трубников, А.М. Воронов. – Витебск: изд. УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 2009. – 187 с.