

# ОБ ОБРАЩЕНИИ В НОЛЬ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

С.А. Прохожий  
Витебск, ВГУ

Рассматривается задача Коши для уравнения

$$u_t = a(u^m)_{xx} + b(u^n)_x - cu^p, \quad (x, t) \in S = \mathbf{R} \times (0, +\infty), \quad (1)$$

с начальными данными

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \mathbf{R}, \quad (2)$$

где  $m > 1 > p > 0$ ,  $n > 1$ ,  $a, b, c$  – положительные постоянные,  $u_0(x)$  – неотрицательная непрерывная функция, которая может расти на бесконечности.

Как хорошо известно, в силу вырождения уравнения (1) при  $u = 0$  задача Коши (1), (2) может не иметь классического решения даже при гладких начальных данных. Поэтому рассматриваются обобщенные решения этой задачи.

Качественное поведение обобщенных решений задачи Коши (1), (2) для многомерного случая с  $b = 0$  изучалось в [1]. Случай  $n = (m + p) / 2$  в терминах теории управления рассматривался в [2].

Целью настоящего доклада является исследование условий, при которых в каждой точке  $x \in \mathbf{R}$  обобщенное решение задачи Коши (1), (2) обращается в ноль за конечное время. Эти условия зависят от соотношения показателей  $m, n, p$ .

Рассмотрим, например, случай  $n < (m + p) / 2$ .

Определим класс  $\mathbf{K}$  неотрицательных функций, удовлетворяющих в произвольной полосе  $S_T = (-\infty, +\infty) \times [0, T]$  неравенству

$$\varphi(x, t) \leq M(\alpha + x^2)^k, \quad 0 \leq k < 1/(m-1). \quad (3)$$

Постоянные  $M > 0$ ,  $\alpha \geq 0$  и  $k$  в (3) могут зависеть от  $T$  и функции  $\varphi(x, t)$ .

**Теорема 1.** Пусть  $u_0(x) \in \mathbf{K}$ . Тогда в  $S$  существует обобщенное решение задачи Коши (1), (2)  $u(x, t) \in \mathbf{K}$ . Обобщенное решение единственно в классе функций  $\mathbf{K}$ .

**Теорема 2.** Пусть для начальной функции выполнено неравенство

$$u_0(x) \leq A|x|^{2/(m-p)} + \beta(|x|), \quad (4)$$

где  $\lim_{|x| \rightarrow \infty} \beta(|x|)/|x|^{2/(m-p)} = 0$ , и  $0 \leq A < \left\{ c(m-p)^2 / [2m(m+p)] \right\}^{1/(m-p)}$ . То-

гда в любой точке  $y \in \mathbf{R}$  обобщенное решение задачи Коши (1), (2) из класса  $\mathbf{K}$  обращается в ноль за конечное время.

Для других соотношений показателей доказаны аналогичные теоремы.

Показана определенная точность полученных результатов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гладков А.Л. О поведении решений некоторых квазилинейных параболических уравнений со степенными нелинейностями // Мат. сборник. 2000. Т.191. № 3. С.25-42.
2. Храмов О.В. Относительная стабилизация одного нелинейного вырождающегося параболического уравнения // Дифференциальные уравнения. 2001. Т.37. № 12. С.1650-1654.