После подсчета всех элементов p_{ij} находим:

$$p_1 = \frac{1}{n \cdot m} \sum_{i,j} p_{ij} .$$

Аналогично находим $p_2, p_3, p_4, \ldots\ldots p_k$ для остальных образцов.

Находим номер i для которого выполняется следующие условие:

$$p_i = \max\{ p_1, p_2, p_3, \ldots\ldots p_k \}$$

Образ под номером i наиболее приближен к полученному образу.

На рисунке 2 приведен пример работы программного обеспечения:

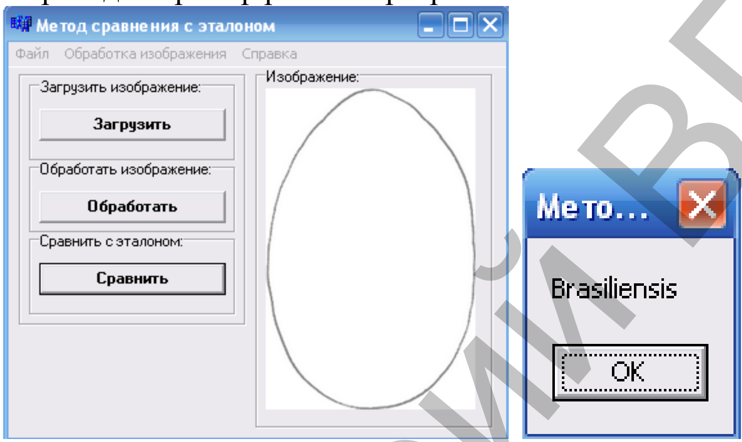

Рисунок 2

ЛИТЕРАТУРА

1. Дуда, Р. Распознавание образов и анализ сцен / Р. Дуда, П. Харт // М., Мнр, 1976.
2. Rosenfeld, A. Sequential operations in digital picture processing / A. Rosenfeld, J. Pfaltz // J. ASM, Vol. 13, 1966, P. 471-494.

О КОНГРУЭНЦИИ НА НЕКОТОРЫХ ПОДПОЛУГРУППАХ ПОЛУГРУППЫ ЛИНЕЙНЫХ ОТНОШЕНИЙ

М.И. Наумик

Витебск, ВГУ

При исследовании любой полугруппы возникает, в первую очередь, вопрос о строении ее конгруэнций. А.И. Мальцев [1] описал конгруэнции на полугруппе линейных преобразований конечномерного векторного пространства над полем. В последующем Т.Н. Шароновой [2] были описаны конгруэнции на полугруппе линейных преобразований векторного пространства произвольной размерности над телом. В.М. Усенко [3] изучая моноид полулинейных преобразований конечномерного векторного пространства над произвольным телом с помощью техники, возникшей при исследовании конструкции полупрямого произведения моноидов, описал конгруэнции моноида полулинейных преобразований. Автором в [4] описаны конгруэнции на полугруппе линейных отношений произвольного векторного пространства над телом. В данной работе автор продолжает исследование в этом направлении и устанавливает связь конгруэнций на подполугруппе $LR_\zeta(V)$ полугруппы $LR(V)$ с конгруэнциями на полугруппе $LR(V)$ линейных отношений.

Все определения и обозначения см. в [5] и [4].

Пусть всюду в этой работе δ конгруэнция на полугруппе $LR_\zeta(V)$. Легко получить следующие леммы.

Лемма 1. Если $a, b \in LR_\zeta(V)$, $a\delta b$, rank a < rank $b = \mu$, то $\mu < \eta(\delta)$.

Лемма 2. Если $a, b \in LR_\zeta(V)$, δ – конгруэнция конечного индекса на полугруппе $LR_\zeta(V)$, $a\delta b$, rank $a \geq \eta(\delta)$, то существуют такие $c, d \in D_n$, что $a, b \in cN_e d$ или $a, b \in D_\mu$ ($\mu > \eta(\delta)$) и $b = \alpha a$ при некотором $\alpha \in Q_\mu$.

Лемма 3. Пусть δ – конгруэнция бесконечного индекса на полугруппе $LR_\zeta(V)$, $a\delta b$ и rank $a \geq \eta(\delta)$, тогда выполняются неравенства

$\dim(pr_1a/pr_1a \cap pr_1b) < \nu_i$, $\dim(pr_1b/pr_1a \cap pr_1b) < \nu_i$,

$\dim(pr_2a/pr_2a \cap pr_2b) < \nu_i$, $\dim(pr_2b/pr_2a \cap pr_2b) < \nu_i$.

Сформулируем основной результат нашей работы.

Теорема. Пусть ρ – наименьшая конгруэнция на полугруппе $LR(V)$, содержащая конгруэнцию δ подполугруппы $LR_\zeta(V)$, τ – отношение равенства на полугруппе $LR(V)$. Тогда $\rho = \delta \cup \tau$.

Доказательство. Достаточно показать, что из $(a, b) \in \delta$ и $c, d \in LR(V)$ следует $(cad, cbd) \in \delta$.

Пусть rank $a < \eta(\delta)$, тогда в силу леммы 1 $rank\ b < \eta(\delta)$. Следовательно, rank (cad), rank $(cbd) < \eta(\delta)$, т.е. $cad \equiv w_A w_C^{-1}$ (δ) и $cbd \equiv w_B w_D^{-1}$ (δ). Отсюда в силу транзитивности δ и $w_A w_c^{-1} \equiv w_B w_D^{-1}$ (δ) получим $cad \equiv cbd(\delta)$.

Пусть теперь rank $a = \mu$, $\mu \geq \eta(\delta)$ и пусть e – некоторое линейное отношение, тождественное на каком-нибудь прямом дополнении подпространства ker $a \cap$ ker $b = ker\ e$ в пространстве $pr_1b + pr_1b$, g – тождественное линейное отношение на каком-нибудь прямом дополнении подпространства coker $a \cap$ coker b = coker d в пространстве $pr_2b + pr_2b$. В силу леммы 2, в случае конечного индекса конгруэнции δ, и в силу леммы 3 в случае бесконечного индекса конгруэнции δ, из $\mu \geq \eta(\delta)$ и определения линейных отношений e и g получим: rank $e = \mu$, rank $g = \mu$. Кроме того, имеем $ea = a$, $eb = b$, $ag = a$, $bg = b$. Умножая обе части сравнения $a \equiv b(\delta)$ слева на $ce \in LR_\zeta(V)$ и справа на $gd \in LR_\zeta(V)$, мы получим $ceagd \equiv cebgd(\delta)$. Отсюда, учитывая предыдущие равенства, имеем $cad \equiv cbd(\delta)$.

Значит $\rho = \delta \cup \tau$. Теорема доказана.

Заключение. Установлена связь между конгруэнциями на полугруппе $LR(V)$ и на ее подполугруппе $RL_\zeta(V)$ полугруппы $LR(V)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мальцев, А.И. Мультипликативные сравнения матриц / А.И. Мальцев // Доклады АН СССР. – 1953. – Т. 90, № 3. – С. 333–335.
2. Шаронова, Т.Н. Конгруэнции на полугруппах линейных преобразований / Т.Н. Шаронова // Доклады АН УРСР. – Сер. А. – 1979. – №1. – С. 17–19.
3. Усенко, В.М. О полупрямых произведениях полугруппы / В.М. Усенко // Украинский математический журнал. – 1982. – Т. 34, №2. – С. 185–189.
4. Наумик, М.И. Полугруппа линейных отношений / М.И. Наумик // Доклады НАН Беларуси. – 2004. – Т. 48, №3. – С. 34–37.
5. Клиффорд, А. Алгебраическая теория полугрупп / А. Клиффорд, Г. Престон. – М., 1972. – Т. 1. – 286 с.