

# АДАПТИВНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ИНТЕРВАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ О ПОТОКЕ МИНИМАЛЬНОЙ СТОИМОСТИ НА ОБОБЩЕННОЙ СЕТИ

**Л.В. Командина**  
Витебск, ВГУ

В работе рассматривается специальная задача минимизации стоимости потока  $x = \{x_{ij}, (i, j) \in U\}$  на сети  $S = \{I, U\}$ , математическая модель которой имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{(i, j) \in U} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \\ a_{*i} \leq \sum_{j \in I_i^+(U)} x_{ij} - \sum_{j \in I_i^-(U)} \lambda_{ji} x_{ji} \leq a_i^*, i \in I, \\ d_{*ij} \leq x_{ij} \leq d_{ij}^*, (i, j) \in U, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $I$  – множество узлов,  $U$  – множество дуг сети,  $c_{ij}$  – стоимость единичного потока по дуге  $(i, j)$ ,  $a_{*i}, a_i^*$  – допустимые колебания интенсивности узла  $i$ , число  $\lambda_{ij} > 0$  характеризует преобразование дугового потока  $x_{ij}$  в поток  $\lambda_{ij} x_{ij}$ ,  $d_{*ij}, d_{ij}^*$  – нижняя и верхняя пропускные способности дуги  $(i, j)$ ,  $I_i^+(U) = \{j \in I : (i, j) \in U\}$ ,  $I_i^-(U) = \{j \in I : (j, i) \in U\}$ .

Понятия  $\varepsilon$ -оптимального и оптимального потоков на сети  $S$  стандартны [1]. В работе [2] введены понятие опоры  $\{I_{on}, U_{on}\}$  сети  $S = \{I, U\}$  для рассматриваемой задачи, сформулированы необходимые и достаточные условия на частичную сеть  $S_{on} = \{I_{on}, U_{on}\}$ , при которых совокупность  $\{I_{on}, U_{on}\}$  является опорой. Пара  $(x, S_{on})$  из потока  $x$  и опоры  $S_{on}$  называется опорным потоком. Опорный поток называется *невыврожденным*, если

$$a_{*i} < \sum_{j \in I_i^+(U)} x_{ij} - \sum_{j \in I_i^-(U)} \lambda_{ji} x_{ji} < a_i^*, i \in I_{on}, \quad d_{*ij} < x_{ij} < d_{ij}^*, (i, j) \in U_{on}.$$

Для построения оптимального потока применяется адаптивный метод, в основе которого максимальное улучшение оценки субоптимальности  $\beta$  на каждой итерации. Показано, что оценка субоптимальности допускает представление

$$\beta = \beta_x + \beta_{on},$$

где  $\beta_x$  выражает меру неоптимальности потока  $x$ ,  $\beta_{on}$  – меру неоптимальности опоры  $S_{on}$ . Поэтому улучшение опорного потока  $(x, S_{on})$  можно проводить отдельно по потоку и по опоре.

В работе дается обоснование алгоритма и сам алгоритм улучшения  $\beta_x$ . Пусть  $(x, S_{on})$  некоторый опорный поток. Вычислим нижние и верхние невязки в узлах сети

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{*i} = a_{*i} - \omega_i, \\ \omega_i^* = a_i^* - \omega_i, i \in I, \end{array} \right. \quad \text{где } \omega_i = \sum_{j \in I_i^+(U)} x_{ij} + \sum_{j \in I_i^-(U)} \lambda_{ji} x_{ji}, i \in I. \quad (2)$$

По опоре вычислим потенциалы узлов

$$\begin{cases} u_i = 0, i \in I_n, \\ u_i - \lambda_{ij} u_j = c_{ij}, (i, j) \in U_{on}^k, k = \overline{1, N}, \end{cases}$$

и оценки неопорных дуг  $\Delta_{ij} = u_i - \lambda_{ij} u_j - c_{ij}, (i, j) \in U_n$ .

Пусть  $\bar{x} = x + \Delta x$  – некоторый поток задачи (1). Получена формула приращения целевой функции при переходе от потока  $x$  к потоку  $\bar{x}$ :

$$\alpha = \sum_{(i, j) \in U} c_{ij} \Delta x_{ij} = \sum_{i \in I} u_i \Delta \omega_i - \sum_{(i, j) \in U} \Delta_{ij} \Delta x_{ij},$$

$\Delta \omega_i$  вычисляем аналогично (2) по приращению потока  $\Delta x$ . Доказаны утверждения.

**Критерий оптимальности.** Соотношения

$$\begin{aligned} \Delta_{ij} \geq 0 \text{ для } x_{ij} = d_{ij}^*, & \quad u_i \geq 0 \text{ для } \omega_{*i} = 0, \\ \Delta_{ij} \leq 0 \text{ для } x_{ij} = d_{*ij}, & \quad (i, j) \in U_n; u_i \leq 0 \text{ для } \omega_i^* = 0, \quad i \in I_{on}, \\ \Delta_{ij} = 0 \text{ для } x_{ij} \in (d_{*ij}, d_{ij}^*), & \quad u_i = 0 \text{ для } \omega_{*i} \omega_i^* \neq 0, \end{aligned}$$

достаточны, а в случае невырожденности и необходимы для оптимальности опорного потока  $(x, S_{on})$ .

**Критерий субоптимальности.** Если для опорного потока  $(x, S_{on})$  выполняется неравенство

$$\beta = \sum_{\substack{(i, j) \in U \\ \Delta_{ij} > 0}} \Delta_{ij} (d_{ij}^* - x_{ij}) + \sum_{\substack{(i, j) \in U \\ \Delta_{ij} < 0}} \Delta_{ij} (d_{*ij} - x_{ij}) - \sum_{\substack{i \in I_{on} \\ u_i > 0}} u_i \omega_{*i} - \sum_{\substack{i \in I_{on} \\ u_i < 0}} u_i \omega_i^* \leq \varepsilon, \quad (3)$$

то  $x$  –  $\varepsilon$ -оптимальный поток. Для каждого  $\varepsilon$ -оптимального потока  $x$  существует такая опора  $S_{on}$ , что для опорного потока  $(x, S_{on})$  выполняется неравенство (3).

Новый поток  $\bar{x}$  будем строить в виде  $\bar{x} = x + \Theta^0 l$ , где  $l = \{l_{ij}, (i, j) \in U\}$  – подходящее допустимое направление [1],  $\Theta^0$  – максимально допустимый шаг вдоль  $l$ . При этом для неопорных компонент допустимого направления  $l$  используем адаптивную нормировку [1]:

$$d_{*ij} - x_{ij} \leq l_{ij} \leq d_{ij}^* - x_{ij}, (i, j) \in U_n,$$

которая зависит от текущего потока  $x$ . Добиваясь максимального убывания целевой функции в пространстве неопорных компонент, положим

$$l_{ij} = \begin{cases} d_{ij}^* - x_{ij}, & \text{если } \Delta_{ij} > 0, \\ d_{*ij} - x_{ij}, & \text{если } \Delta_{ij} < 0, (i, j) \in U_n. \\ 0, & \text{если } \Delta_{ij} = 0, \end{cases}$$

Описаны операции по вычислению опорных компонент направления  $l$  и вычислению шага  $\Theta^0$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Методы линейного программирования. Ч.2. Транспортные задачи. Мн.: изд-во БГУ им.В.И.Ленина, 1978.
2. Командина Л.В. Интервальная задача о потоке минимальной стоимости на обобщенной сети / Л.В. Командина // Наука – образованию, производству, эко-

номике : материалы XV (62) Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, посвященной 100-летию со дня основания УО "ВГУ им. П.М.Машерова", Витебск, 3-5 марта 2010 г. / Вит. гос. ун-т; редкол.: А.П. Солодков (гл. ред.) [и др.]. – Витебск: УО "ВГУ им. П.М.Машерова", 2010. – С.24-26.

## **РАЗРАБОТКА ИНФОРМАЦИОННОЙ БАЗЫ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ МЕТОДОМ СРАВНЕНИЯ С ОБРАЗЦОМ**

**Л.В. Маркова, Е.А. Корчевская, В.Ю. Костюков**  
*Витебск, ВГУ*

Одной из основных задач, которую человек постоянно решает в процессе своей жизнедеятельности, является задача распознавания объектов. Эта задача эффективно решается как на бытовом уровне, например, при чтении книг, при разговоре с собеседником, так и при выполнении профессиональных обязанностей, например, при визуальном контроле за качеством производства, при поиске и идентификации объектов на изображениях и т.п. При этом, решая задачу распознавания, человек выступает в роли наиболее эффективной и универсальной системы, т.е. он способен распознавать не только конкретные, но и абстрактные образы, обнаруживая логические связи. Именно поэтому создание эффективных автоматических систем распознавания объектов, явлений, ситуаций и процессов, которые по своим возможностям приближались бы к возможностям человека, является одной из приоритетных задач в области разработки искусственного интеллекта, привлекающих внимание многих исследователей.

Первые попытки решения задачи автоматического распознавания объектов предпринимались уже в начале 70-х годов прошлого века. По данной тематике опубликовано и выпущено множество статей и книг, разработан целый ряд методов распознавания и спроектированных на их основе автоматических систем, которые находят широкое применение в различных областях [1-2].

Вместе с тем, несмотря на высокий уровень исследований в этой области, создание эффективно работающих систем для распознавания любых объектов в общей постановке остаётся сложной, до конца не решённой проблемой. Существует также ряд практических задач, которые не могут быть эффективно решены с помощью известных методов и алгоритмов распознавания.

Постановка задачи. Исходными данными являются цифровые изображения объектов. Решение задачи выделения границы объекта состоит из последовательности операций, основными из которых являются обнаружение контура изображения и прослеживание линии контура в условиях воздействия фоновых шумов, формирование кода контура и предварительная обработка контура.

Целью работы является разработка программного обеспечения, реализующего распознавание биологических объектов по контуру.

Для достижения указанной цели требуется решить следующие задачи:

1. Разработать алгоритм реализации метода распознавания объектов на основе анализа данных, позволяющего определять класс объектов.
2. Разработать программное обеспечение, реализующее предложенный метод распознавания объектов.
3. Оценить эффективность применения предложенного программного обеспечения.