Пусть $LR(f)=\mathrm{S}_{\pi}\cap(\cap_{p\in\pi}f(p)\mathrm{N}_{p}\mathrm{S}_{p'})$. Тогда класс Фиттинга F называют локальным [2], если $\mathrm{F}=LR(f)$ для некоторой *H*-функции *f*. Заметим, что каждый локальный класс Фиттинга F определяется *H*-функцией *f* такой, что $f(p)\subseteq\mathrm{F}$ для всех $p\in\mathbf{P}$. Такую *H*-функцию *f* называют приведенной (см., например [3]).

Определение. Пусть $\mathrm{F}=LR(f)$ для приведенной *H*-функции *f* и $\pi=\mathrm{Supp}(f)$. Тогда главный *p*-фактор H/K группы *G* назовем F-центральным в *G*, если он покрывается подгруппой $G_{f(p)}\mathrm{N}_{p}$.

Напомним, что подгруппа *R* группы *G* покрывает ее секцию S/L, если $RL\geq S$.

Можно показать, что понятие F-центральности главных факторов группы не зависит от выбора приведенной *H*-функции локального класса Фиттинга F. Основной результат работы следующая

Теорема. Группа *G* принадлежит локальному классу Фиттинга F тогда и только тогда, когда каждый ее главный фактор F-централен.

Как одно из приложений теоремы можно отметить новое описание свойства нильпотентности групп, что выражает

Следствие. Группа *G* нильпотентна в точности тогда, когда каждый ее главный *p*-фактор покрываем *p*-радикалом группы *G*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Carter, R. The F-normalizer of a finite soluble group / R. Carter, T. Hawkes // J. Algebra. – 1967. – Vol. 5. – P. 175-202.
2. Vorob'ev, N.T. On the Hawkes conjecture for radical classes / N.T. Vorob'ev // Siberian Math. J. – 1996. – Vol. 37(5). – P. 1296-1302.
3. Vorob'ev, N.T. Radical classes of finite groups with the Lockett condition/ N.T. Vorob'ev // Math. Zametki. – 1988. – Vol. 43. – P. 161-168.

О ХАРАКТЕРИЗАЦИИ КЛАССОВ ФИШЕРА МАКСИМАЛЬНЫМИ ПОДГРУППАМИ

С.Н. Воробьев

Витебск, ВГУ

В настоящей работе мы находим новую характеризацию классов Фишера посредством заданных свойств максимальных подгрупп. Напомним, что отображение C называется операцией замыкания, если C сопоставляет каждому классу групп K класс $C\mathrm{K}$ такой, что выполняются следующие условия:

(1) $\mathrm{K}\subseteq C\mathrm{K}$.

(2) $C(C\mathrm{K})=C\mathrm{K}$.

(3) если $\mathrm{K}_1\subseteq\mathrm{K}_2$, то $C\mathrm{K}_1\subseteq C\mathrm{K}_2$.

Хорошо известными операциями замыкания на классе групп K являются S_n, Q, N_0, R_0, которые определяются следующим образом [1]:

$S_n\mathrm{K}=(G\colon \exists H\in\mathrm{K}$ и $G\lhd\lhd H)$;

$Q\mathrm{K}=(G/N\colon G\in\mathrm{K},\ N\lhd G)$;

$N_0\mathrm{K}=(G\colon \exists N_i\lhd\lhd G,\ N_i\in\mathrm{K},\ (i=1,..,r)$ и $G=\langle N_1,\ldots,N_r\rangle)$;

$R_0\mathrm{K}=(G\colon \exists N_i\lhd\lhd G,\ G/N_i\in\mathrm{K},\ (i=1,..,r)$ и $N_1\cap\ldots\cap N_r=1)$.

В терминах операций замыкания можно определить класс Фиттинга и формацию следующим образом.

Класс групп F называют:

1) классом Фитинга, если F является одновременно S_n-замкнутым и N_0-замкнутым, то есть $\langle S_n, N_0 \rangle \mathsf{F} = \mathsf{F}$;

2) формацией, если F одновременно Q-замкнут и R_0-замкнут, то есть $\mathsf{F} = \langle Q, R_0 \rangle \mathsf{F}$.

Используя операции замыкания N_0 и R_0, в каждой группе G можно выделить следующие два вида канонических подгрупп.

Пусть K – непустой класс групп. Тогда:

(а) если $N_0\mathsf{K}=\mathsf{K}$, то через G_{K} обозначают наибольшую нормальную K-подгруппу группы G и называют её K-радикалом G.

(б) если $R_0\mathsf{K}=\mathsf{K}$, то через G^{K} обозначают наименьшую нормальную подгруппу группы G, факторгруппа по которой является K-группой и называют K-корадикалом G.

Класс групп K называется C-замкнутым, если $C\mathsf{K}=\mathsf{K}$. По определению будем считать, что если $\mathsf{K}=\varnothing$, то $C\mathsf{K}=\mathsf{K}$ для любого оператора замыкания C.

В работе [2] мы расширяем понятие класса Фишера следующим образом. Если X – непустой класс групп, то класс групп F назовём X-классом Фишера, если выполняются следующие требования:

1) $\mathsf{F} = N_0\mathsf{F} \neq \varnothing$;

2) если $K \subseteq H \subseteq G \in \mathsf{F}$, $K \lhd G$ и $H/K \in \mathsf{X}$, то $H \in \mathsf{F}$.

Будем обозначать через $M <\cdot G$ максимальную подгруппу группы G, а через N^k – класс всех конечных разрешимых групп нильпотентной длины $\leq k$. Доказана следующая

Теорема. Пусть F – класс Фиттинга и N^k – класс Фиттинга конечных групп нильпотентной длины $\leq k$. Тогда следующие условия равносильны:

(1) F является N^k-классом Фишера;

(2) Если G – неединичная группа из F и $G^{\mathsf{N}^{k+1}} \leq M <\cdot G$, то $M \in \mathsf{F}$.

При k=1 из теоремы вытекает результат Хоукса.

Следствие(Hawkes [2]). Класс Фитинга является классом Фишера тогда и только тогда, если из того, что $1 \neq G \in \mathsf{F}$ и $G^{\mathsf{N}^2} \leq M <\cdot G$, то $M \in \mathsf{F}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin – New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
2. Залесская, Е.Н. О характеризации классов Фишера конечных групп / Е.Н. Залесская, С.Н. Воробьёв // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2010. – № 3(60). – С 202-205.
3. Hawkes T.O. A Fitting Class Construction // Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. 80, 1976. – P. 437-446.