мом случае, когда $\mathsf{X} = \mathsf{S}$ – классу всех разрешимых групп. Нами [2] доказано, что если $\mathsf{X}$ – некоторый непустой класс групп, $f$ – сопряженный фиттингов $\mathsf{X}$-функтор, то $\mathsf{X}$-функтор $f^*$ является наибольшим элементом секции Локетта функтора $f$.

В настоящей работе мы определяем те условия, при которых секция Локетта фиттингова $\mathsf{X}$-функтора содержит наименьший элемент в случае, когда $\mathsf{X}$ – некоторый непустой класс групп.

**Определение 2.** Пусть $f$ – сопряженный фиттингов $\mathsf{X}$-функтор

1) функтор $f$ удовлетворяет нормализаторному условию, если $V \leq N_G(\pi_1(T))$ для всех групп $G \in \mathsf{X}$, $T \in f(G \times G)$ таких, что $T \cap (G \times 1) = V \times 1$ и $V \in f(G)$;

2) Locksec ($f$) удовлетворяет нормализаторному условию, если каждый функтор $g \in$ Locksec ($f$) удовлетворяет нормализаторному условию.

**Теорема.** Пусть $f$ – сопряженный фиттингов $\mathsf{X}$-функтор такой, что Locksec ($f$) удовлетворяет нормализаторному условию. Тогда существует сопряженный фиттингов $\mathsf{X}$-функтор $f_*$ такой, что

1) $f_* \in$ Locksec ($f$);

2) $f_* << g$ для всех $g \in$ Locksec ($f$).

ЛИТЕРАТУРА


1. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
2. Витько, Е.А. Функторы Локетта конечных групп / Е.А. Витько // IV Машеровские чтения: материалы Междунар. науч. конф., Витебск, 28-29 октября 2010 г. / Вит. гос. ун-т; редкол.: А.П. Солодков [и др.]. – Витебск, 2010. – С. 11-12.
3. Beidleman, J.C. Fitting funktors in finite solvable groups II / J.C. Beidleman, B Brewster, P Hauck // Math. Proc. Camb. Phil. Soc. – 1987. – Vol. 101. – P. 37-55.


## О ПРЯМЫХ РАЗЛОЖЕНИЯХ $\tau$-ЗАМКНУТЫХ $n$-КРАТНО $\omega$-КОМПОЗИЦИОННЫХ ФОРМАЦИЙ


**Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович**

*Витебск, ВГУ*


Все рассматриваемые группы конечны. Мы будем использовать стандартную терминологию из [1–3].

Напомним, что формацией называется класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений.

В дальнейшем символ $\omega$ обозначает некоторое непустое множество простых чисел, $\omega' = \Pi \setminus \omega$. Через $C^p(G)$ обозначено пересечение централизаторов всех тех главных факторов $G$, чьи композиционные факторы имеют простой порядок $p$ [2], а через $R_\omega(G)$ обозначена наибольшая нормальная разрешимая $\omega$-подгруппа группы $G$.

Пусть $f$ — произвольная функция вида

$$f : \omega \cup \{\omega'\} \to \{\text{формации групп}\}. \qquad (*)$$

Следуя [3], сопоставим функции $f$ вида $(*)$ класс групп

$CF_\omega(f) = (G \mid G/R_\omega(G) \text{ ™ } f(\omega')$ и $G/C^p(G) \text{ ™ } f(p)$ для всех таких $p \text{ ™ } \omega$, что в $G$ имеется композиционный фактор порядка $p$).

Если формация $\mathfrak{F}$ такова, что $\mathfrak{F} = CF_{\omega}(f)$ для некоторой функции $f$ вида (∗), то $\mathfrak{F}$ называется $\omega$-композиционной формацией с $\omega$-композиционным спутником $f$ [3].

Следуя [4], всякая формация считается 0-кратно $\omega$-композиционной, а при $n \geq 1$ формация $\mathfrak{F}$ называется $n$-кратно $\omega$-композиционной, если $\mathfrak{F} = CF_{\omega}(f)$, где все непустые значения $\omega$-композиционного спутника $f$ являются $(n-1)$-кратно $\omega$-композиционными формациями. Если формация $\mathfrak{F}$ $n$-кратно $\omega$-композиционна для всех натуральных $n$, то $\mathfrak{F}$ называется тотально $\omega$-композиционной.

В произвольной группе $G$ выберем систему подгрупп $\tau(G)$. Говорят, что $\tau$ – подгрупповой функтор [1], если выполняются следующие условия:

1) $G \in \tau(G)$;

2) для любого эпиморфизма $\varphi$: $A \to B$ и для любых групп $H \in \tau(A)$ и $T \in \tau(B)$ имеет место $H^{\varphi} \in \tau(B)$ и $T^{\varphi^{-1}} \in \tau(A)$.

Формация $\mathfrak{F}$ называется $\tau$-замкнутой, если $\tau(G) \subseteq \mathfrak{F}$ для любой ее группы $G$ из $\mathfrak{F}$.

Пусть $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ – некоторая система непустых подклассов класса конечных групп $\mathfrak{F}$. Будем писать [1] $\mathfrak{F} = \oplus_{i \in I} \mathfrak{F}_i$, если для любых различных $i, j \in I$ имеет место $\mathfrak{F}_i \cap \mathfrak{F}_j = (1)$ и, кроме того, каждая группа $G \in \mathfrak{F}$ имеет вид $G = A_1 \times \ldots \times A_t$, где $A_1 \in \mathfrak{F}_{i_1}, \ldots, A_t \in \mathfrak{F}_{i_t}$. Всякое представление класса конечных групп $\mathfrak{F}$ в виде $\mathfrak{F} = \oplus_{i \in I} \mathfrak{F}_i$ называется прямым разложением этого класса.

В работе А.Н. Скибы [5] (см. также [1]) было доказано, что всякая формация, представимая в виде прямого разложения некоторых формаций, $n$-кратно насыщена тогда и только тогда, когда $n$-кратно насыщена каждая из компонент этого разложения.

Однако, как показывает пример работы [1] (см. замечание 4.3.10), аналогичный результат для $\tau$-замкнутых формаций неверен.

Вместе с тем справедлива

**Теорема.** Пусть $\mathfrak{F} = \oplus_{i \in I} \mathfrak{F}_i$ для некоторых формаций $\mathfrak{F}_i$ таких, что $\pi(\mathfrak{F}_i) \cap \pi(\mathfrak{F}_j) = \varnothing$ при всех $i \neq j$. Тогда $\mathfrak{F}$ $\tau$-замкнута $n$-кратно $(n \geq 1)$ $\omega$-композиционна в том и только в том случае, когда $\tau$-замкнута $n$-кратно $\omega$-композиционна каждая из формаций $\mathfrak{F}_i$.

Отметим некоторые следствия из основного результата.

Если $\omega = \Pi$ — множество всех простых чисел, то получим

**Следствие 1.** Пусть $\mathfrak{F} = \oplus_{i \in I} \mathfrak{F}_i$ для некоторых формаций $\mathfrak{F}_i$ таких, что $\pi(\mathfrak{F}_i) \cap \pi(\mathfrak{F}_j) = \varnothing$ при всех $i \neq j$. Тогда $\mathfrak{F}$ $\tau$-замкнута $n$-кратно $(n \geq 1)$ композиционна в том и только в том случае, когда $\tau$-замкнута $n$-кратно композиционна каждая из формаций $\mathfrak{F}_i$.

Если $\tau(G)=\{G\}$ — тривиальный подгрупповой функтор $\tau$, то получим

**Следствие 2.** Пусть $\mathfrak{F} = \oplus_{i \in I} \mathfrak{F}_i$ для некоторых формаций $\mathfrak{F}_i$ таких, что $\pi(\mathfrak{F}_i) \cap \pi(\mathfrak{F}_j) = \varnothing$ при и всех $i \neq j$. Тогда $\mathfrak{F}$ $n$-кратно $(n \geq 1)$ $\omega$-композиционна в том и только в том случае, когда $n$-кратно $\omega$-композиционна каждая из формаций $\mathfrak{F}_i$.

В случае $\omega = \Pi$ для тривиального подгруппового функтора $\tau$ справедливо

**Следствие 3 [6].** Пусть $\mathfrak{F} = \oplus_{i \in I} \mathfrak{F}_i$ для некоторых формаций $\mathfrak{F}_i$ таких, что $\pi(\mathfrak{F}_i) \cap \pi(\mathfrak{F}_j) = \varnothing$ при всех $i \neq j$. Тогда $\mathfrak{F}$ $n$-кратно $(n \geq 1)$ композиционна в том и только в том случае, когда $n$-кратно композиционна каждая из формаций $\mathfrak{F}_i$.

**Следствие 4 [6].** Пусть $\mathsf{F} = \oplus_{i \in I} \mathsf{F}_i$ для некоторых формаций $\mathsf{F}_i$ таких, что $\pi(\mathsf{F}_i) \cap \pi(\mathsf{F}_j) = \varnothing$ при всех $i \neq j$. Тогда $\mathsf{F}$ тотально композиционна в том и только в том случае, когда тотально композиционна каждая из формаций $\mathsf{F}_i$.


ЛИТЕРАТУРА

1. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск : Беларуская навука, 1997. – 240 с.
2. Doerk, K. Finite soluble groups, de Gruyter Exp. Math., **4** / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York : Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p.
3. Скиба, А.Н. Частично композиционные формации конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Докл. НАН Беларуси. – 1999. – Т. 43, № 4. – С. 4–8.
4. Скиба, А.Н. Кратно $\omega$-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Матем. труды. – 1999. – Т. 2, № 2. – С. 114–147.
5. Скиба, А.Н. О дополняемых подформациях / А.Н. Скиба // Вопросы алгебры. – 1996. – Вып. 9. – С. 55–62.
6. Близнец, И.В. О прямых разложениях композиционных формаций / И.В. Близнец, Н.Н. Воробьев // Вопросы алгебры. – 1998. – Вып. 12. – С. 106–112.


## О ПРОБЛЕМЕ $\mathsf{F}$-ЦЕНТРАЛЬНОСТИ ГЛАВНЫХ ФАКТОРОВ ДЛЯ КЛАССОВ ФИТТИНГА


**Н.Т. Воробьев, *Го Вэньбинь**

*Витебск, ВГУ; *Хэфэй, Университет науки и технологий КНР*


В теории конечных разрешимых групп хорошо известна следующая.

**Проблема.** Как определить $\mathsf{F}$-центральные главные факторы группы для локального класса Фиттинга $\mathsf{F}$?

Ориентиром для таких исследований служит хорошо развитая теория $\mathsf{F}$-центральности главных факторов и ее многочисленные приложения в теории групп для случая, когда $\mathsf{F}$ – локальная формация: объект, дуальный локальному классу Фиттинга. Основополагающим результатом для развития этой теории стала известная теорема Картера-Хоукса [1] о том, что группа $G$ принадлежит локальной формации $\mathsf{F}$ в точности тогда, когда каждый главный фактор $G$ является $\mathsf{F}$-центральным.

В настоящей работе найдено решение указанной выше проблемы. Основная цель ее – определение $\mathsf{F}$-центральности главных факторов группы в теории классов Фиттинга и применение этого понятия для доказательства аналога теоремы Картера-Хоукса в этой теории.

Напомним, что класс групп $\mathsf{F}$ называют классом Фиттинга, если $\mathsf{F}$ замкнут относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных подгрупп, принадлежащих $\mathsf{F}$. Если $\mathsf{F}$ – непустой класс Фиттинга, то $G_{\mathsf{F}}$ – наибольшая из нормальных подгрупп группы $G$, принадлежащих $\mathsf{F}$. Ее называют $\mathsf{F}$-радикалом $G$. Произведением классов Фиттинга $\mathsf{F}$ и $\mathsf{H}$ называют класс групп $\mathsf{FH} = (G\colon G/G_{\mathsf{F}} \in \mathsf{H})$. Хорошо известно, что произведение классов Фиттинга является классом Фиттинга и операция умножения классов Фиттинга ассоциативна.

Отображение $f$ множества $\mathbf{P}$ во множество классов Фиттинга называют [2] функцией Хартли или $H$-функцией. Множество $\pi = \{p \in \mathbf{P}\colon f(p) \neq \varnothing\}$ называют носителем $H$-функции $f$ и обозначают $\mathrm{Supp}(f)$.