

ТЕОРИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЕ В ОБРАЗОВАНИИ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССАХ

О СЕКЦИИ ЛОКЕТТА ФИТТИНГОВЫХ ФУНКТОРОВ

Е.А. Витько
Витебск, ВГУ

В определениях и обозначениях мы следуем [1].

Все рассматриваемые в работе группы конечны.

Основная цель настоящей работы – нахождение признака существования наименьшего элемента секции Локетта фиттингова функтора.

Пусть X – некоторый непустой класс групп. Напомним, что отображение f , которое каждой группе $G \in X$ ставит в соответствие некоторое множество ее X -подгрупп $f(G)$, называется [2] фиттинговым X -функтором, когда выполняются следующие условия:

- 1) если $\alpha: G \rightarrow \alpha(G)$ – изоморфизм, то
$$f(\alpha(G)) = \{\alpha(X) \mid X \in f(G)\};$$
- 2) если N – нормальная X -подгруппа группы G , то
$$f(N) = \{X \cap N \mid X \in f(G)\}.$$

Фиттингов X -функтор называется сопряженным, если для каждой группы $G \in X$, множество $f(G)$ есть класс сопряженных подгрупп группы G .

Введем на множестве сопряженных фиттинговых X -функторов отношение “ $\ll$ ” следующим образом. Если f и g – сопряженные фиттинговые X -функторы, то функтор f назовем сильно вложенным в g и обозначим $f \ll g$, в том и только в том случае, когда для любой подгруппы $X \in f(G)$ существует такая подгруппа $Y \in g(G)$, что $X \leq Y$.

Следуя [3], фиттингов X -функтор назовем X -функтором Локетта, если для каждой группы $G \in X$ и $V \in f(G \times G)$ подгруппа

$$V = (V \cap (G \times 1)) \times (V \cap (1 \times G)).$$

Пусть f – фиттингов X -функтор, тогда определим функтор f^* следующим образом:

$$f^*(G) = \{\pi_1(T) \mid T \in f(G \times G)\}$$

для любой группы $G \in X$, где π_1 – проекция первой координаты $G \times G$ в G .

В [2] нами были описаны свойства фиттингова X -функтора f^* . В настоящей работе мы определяем секцию Локетта для фиттингова X -функтора, аналогичную секции Локетта класса Фиттинга.

Определение 1. Пусть f – сопряженный фиттингов X -функтор, тогда секцией Локетта назовем множество

$$\text{Locksec}(f) = \{g \mid g \text{ – сопряженный фиттингов } X\text{-функтор и } f^* = g^*\}.$$

Хорошо известно [1], что для любого класса Фиттинга F секция Локетта $\text{Locksec}(F)$ содержит наибольший F^* и наименьший F_* элементы по включению. Бейдельманом, Брюстером и Хауком [3] установлено, что данное утверждение для функторов в общем случае неверно. В связи с этим возникает задача определения тех условий, при которых $\text{Locksec}(f)$ содержит наибольший и наименьший элементы. Такая задача решена Бейдельманом, Брюстером и Хауком [3] в разреши-

мом случае, когда $X = S$ – классу всех разрешимых групп. Нами [2] доказано, что если X – некоторый непустой класс групп, f – сопряженный фиттингов X -функтор, то X -функтор f^* является наибольшим элементом секции Локетта функтора f .

В настоящей работе мы определяем те условия, при которых секция Локетта фиттингова X -функтора содержит наименьший элемент в случае, когда X – некоторый непустой класс групп.

Определение 2. Пусть f – сопряженный фиттингов X -функтор

1) функтор f удовлетворяет нормализаторному условию, если $V \leq N_G(\pi_1(T))$ для всех групп $G \in X$, $T \in f(G \times G)$ таких, что $T \cap (G \times 1) = V \times 1$ и $V \in f(G)$;

2) $\text{Locksec}(f)$ удовлетворяет нормализаторному условию, если каждый функтор $g \in \text{Locksec}(f)$ удовлетворяет нормализаторному условию.

Теорема. Пусть f – сопряженный фиттингов X -функтор такой, что $\text{Locksec}(f)$ удовлетворяет нормализаторному условию. Тогда существует сопряженный фиттингов X -функтор f^* такой, что

1) $f^* \in \text{Locksec}(f)$;

2) $f^* \leq g$ для всех $g \in \text{Locksec}(f)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
2. Витько, Е.А. Функторы Локетта конечных групп / Е.А. Витько // IV Машеровские чтения: материалы Междунар. науч. конф., Витебск, 28-29 октября 2010 г. / Вит. гос. ун-т; редкол.: А.П. Солодков [и др.]. – Витебск, 2010. – С. 11-12.
3. Beidleman, J.C. Fitting functors in finite solvable groups II / J.C. Beidleman, B Brewster, P Hauck // Math. Proc. Camb. Phil. Soc. – 1987. – Vol. 101. – P. 37-55.

О ПРЯМЫХ РАЗЛОЖЕНИЯХ τ -ЗАМКНУТЫХ n -КРАТНО ω -КОМПОЗИЦИОННЫХ ФОРМАЦИЙ

Н.Н. Воробьев, А.П. Мехович

Витебск, ВГУ

Все рассматриваемые группы конечны. Мы будем использовать стандартную терминологию из [1–3].

Напомним, что формацией называется класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений.

В дальнейшем символ ω обозначает некоторое непустое множество простых чисел, $\omega' = \Pi \setminus \omega$. Через $C^p(G)$ обозначено пересечение централизаторов всех тех главных факторов G , чьи композиционные факторы имеют простой порядок p [2], а через $R_\omega(G)$ обозначена наибольшая нормальная разрешимая ω -подгруппа группы G .

Пусть f — произвольная функция вида

$$f: \omega \cup \{\omega'\} \rightarrow \{\text{формации групп}\}. \quad (*)$$

Следуя [3], сопоставим функции f вида (*) класс групп

$CF_\omega(f) = (G \mid G/R_\omega(G) \cong f(\omega'))$ и $G/C^p(G) \cong f(p)$ для всех таких $p \in \omega'$, что в G имеется композиционный фактор порядка p).