

ФОРМИРОВАНИЕ ОПЫТА ТВОРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ФАКУЛЬТАТИВНЫХ ЗАНЯТИЙ В 5–6 КЛАССАХ



**Балашова Инна
Эдуардовна,**
методист высшей
квалификацион-
ной категории
учебно-методи-
ческого отдела
ВГУ имени
П.М. Машерова,
учитель мате-

матики высшей квалификационной ка-
тегории ГУО «Гимназия № 5 г. Витебска»

ВЕЛИЧИЕ ЧЕЛОВЕКА – В ЕГО СПОСОБНОСТИ ТВОРЧЕСКИ МЫСЛИТЬ

В статье обоснована актуальность формирования творческого опыта учащихся на современном этапе развития общества. Определены основные направления и средства формирования опыта творческой деятельности на факультативных занятиях по математике в 5–6 классах.

Интеллект – это общая способность человека сознательно регулировать свое мышление в новых условиях.

Уильям Штерм

Возрастающая потребность общества в специалистах, способных творчески подходить к любым изменениям, нетрадиционно и качественно решать существующие проблемы, обусловлена ускорением темпов развития общества и, как следствие, необходимостью подготовки людей к жизни в быстроменяющихся условиях.

Стратегия современного образования заключается в предоставлении возможности всем учащимся проявить свои таланты и творческий потенциал, подразумевающий возможность реализации личных планов. Учащиеся должны получить качественные знания, основанные на стремлении быть успешными в учебе, а затем быть востребованными и во взрослой жизни.

Выдвижение на первый план цели развития личности, рассмотрение предметных знаний и умений как средства их достижения находят отражение в государственных документах Республики Беларусь. В Кодексе об образовании Рес-

публики Беларусь, Программе развития общего среднего образования на 2007–2016 годы делается акцент на поддержке и развитии одаренных учащихся, развитии их творческих способностей, индивидуализации их образования с учетом интересов и склонностей к творческой деятельности, а также разработке эффективных технологий психолого-педагогического сопровождения личностного развития учащихся. У одаренной и талантливой школьной молодежи Республики Беларусь есть возможность изучения учебных программ на повышенном уровне. С этой целью в Республике Беларусь в 2013–2014 учебном году создана и развивается сеть гимназий и лицеев (212 гимназий и 29 лицеев). В учебном плане учреждений общего среднего образования предусмотрены (кроме обязательных предметов – 74%) факультативные занятия – 26%, которые проводятся по желанию учащихся в группах по 3–5 человек и финансируются из госбюджета.

В связи с чем остро встал вопрос об организации активной познавательной и созидательной деятельности учащихся, способствующей накоплению их творческого опыта как основы, без которой самореализация личности на последующих этапах непрерывного образования становится малоэффективной.

Не менее актуальна сегодня проблема поиска средств развития мыслительных способностей, связанных с творческой деятельностью учащихся, как в коллективной, так и в индивидуальной форме обучения.

Именно обучение учащихся поиску решения нестандартных задач по математике на факультативных занятиях и является наиболее эффективным средством формирования творческих способностей учащихся.

Факультативные занятия – это один из видов дифференцированного обучения. Добровольный выбор факультативных занятий – несомненное достоинство этого вида дифференциации. К достоинствам факультативных занятий следует отнести и то обстоятельство, что их содержание в значительной мере определяется учителем. В группы по изучению факультативных курсов учащиеся зачисляются по их желанию. В процессе проведения факультативных занятий происходят углубление и расширение знаний учащихся по предмету, развитие их умений и навыков, формирование эмоционально-ценностных отношений, овладение методами математической науки.

Анализ практики проведения факультативных занятий в ряде школ г. Витебска показал, что процесс обучения учащихся решению нестандартных задач носит стихийный характер. Недостаточно разработаны методические аспекты обучения учащихся решению нестандартных задач.

На наш взгляд, систематическое и целенаправленное использование на факультативных занятиях по математике в 5–6 классах нестандартных задач, а также постоянное обучение эвристическим приемам поиска решений таких задач являются эффективным средством развития творческих способностей учащихся 5–6 классов.

Универсального метода, позволяющего обучить решению нестандартных задач, к сожалению, нет, так как данные задачи в какой-то степени неповторимы.

Нестандартные задачи – это такие, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения, т.е. задачи, алгоритм решения которых неизвестен.

Понятно, что научить решению нестандартных задач лишь показывая образцы таких реше-

ний, нельзя. Еще выдающийся немецкий педагог А. Дистервег (1790–1866) писал: «Плохой учитель преподносит истину, хороший – учит ее находить».

«Решение задач – практическое искусство, подобное плаванию, катанию на лыжах или игре на фортепиано; научиться ему можно, только подражая хорошим образцам и постоянно практикуясь. Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их» (Д. Пойа).

Рассмотрим некоторые применяемые нами в гимназии № 5 г. Витебска методические аспекты обучения учащихся 5–6 классов решению нестандартных задач.

Из нашего опыта работы следует, что методы и приемы решения нестандартных задач усваиваются практически, однако, это не значит, что учитель добьется успеха, если будет только требовать от учащихся решать побольше задач, давать им ответы и показывать образцы решения. Необходимо учесть психологический аспект поставленной проблемы: решение любой достаточно трудной задачи требует от учащегося напряженного труда, проявления воли и упорства, которые, в свою очередь, воспитываются практикой. *Особое волевое усилие, которое учащийся должен проявить, может обеспечить значительные успехи.*

Воля и упорство наиболее полно проявляются у учащихся, если нестандартная задача *интересна*. В этом случае задачу легче решать, так как интерес к ней сам по себе, независимо от желания, мобилизует умственную энергию, облегчает запоминание. Поэтому на факультативных занятиях в 5–6 классах мы стараемся подбирать такие нестандартные задачи, чтобы учащиеся стремились их решать, хотели их сделать задачами для себя. Задача становится задачей для вас, когда вы ставите себе цель – решить. Если вам очень хочется найти ответ самому, своими силами, то вы сделали задачу действительно вашей, вы относитесь к ней серьезно. Постановка задачи для себя есть начало решения.

Подбирая нестандартные задачи, нужно помочь учащемуся обнаружить, что математическая задача может быть столь же увлекательной, как головоломка, что напряженная умственная работа в случае победы может доставлять много радости. Практика работы в ГУО «Гимназия № 5» показывает, что у учащихся 5–6 классов большой интерес вызывают нестандартные задачи, позволяющие весьма интересно и полезно видеть, *как из практической задачи возникает теоретическая и как чисто теоретической задаче можно придать практическую форму.*

Так, при изучении темы «Умножение» на факультативных занятиях в 5–6 классах мы предлагаем учащимся комбинаторные задачи, содержание которых взято из окружающей действительности. При изучении темы «Деление с остатком» в 5 классе наряду с задачами, допускающими стандартное решение, предлагаем задачи с интересной тематикой.

Бывает целесообразно изменить условие задачи, чтобы как можно больше учащихся заинтересовалось ею. Например, вместо того, чтобы решить задачу «Дочери в настоящее время 10 лет, а матери 36 лет. Через сколько лет мать будет старше дочери вдвое?», каждому учащемуся можно предложить задачу: «Мне в настоящее время... лет, а матери... лет. Через сколько лет мать будет вдвое старше меня?». Вряд ли найдется хоть один учащийся 5 и 6 классов, который не хотел бы решить задачу. Воспитание интереса учащихся к математике, развитие их математических способностей невозможно без использования в учебном процессе задач на сообразительность, задач-шутков, математических ребусов. Занимательные задачи, задачи-шутки, математические ребусы должны найти место и на уроке. Заинтересованный занимательными задачами учащийся начинает увлекаться математикой и переносит интерес к ней и на скучные разделы, неизбежные в каждом предмете. В конечном счете, это способствует быстроте и глубине усвоения, прочности запоминания.

Мы стараемся пробудить *интерес* к решению нестандартных задач на факультативных занятиях в 5–6 классах. Важно предложить учащимся угадать решение задачи или ответ или самому составить нестандартную задачу. Тогда ученик, которому пришла в голову какая-либо догадка, не отвлечется и будет внимательно следить за ходом решения, чтобы узнать, был ли он прав. Итак, первая задача, которая стоит перед учителем, желающим научить учащихся решать задачи, – это подбирать упражнения, вызывающие у них интерес и желание решать.

Другой предпосылкой для успешного решения нестандартной задачи является уверенность учащегося в том, что он сможет решить предложенную ему задачу. Задачи должны быть *доступны*, иначе учащиеся потеряют веру в свои силы, утратят интерес к решению задач, а вместе с тем и интерес к самой математике. Если задачи достаточно трудны и учащийся не может их решить, то досада от безрезультатности труда снижает эффективность мышления, усвоения и осложняет дальнейшее обучение. Если же учащийся чувствует уверенность в своих силах, то он с

радостью решает задачи, у него появляется повышенный интерес к предмету, а это, в свою очередь, облегчает и ускоряет поиск путей решения математических задач.

Таким образом, *интерес к задаче, желание ее решать и уверенность в том, что задача «по силам»*, являются необходимыми предпосылками для успешного решения задачи учащимися.

Выделяют следующие этапы решения задачи:

- 1) понимание постановки задачи;
- 2) составление плана решения;
- 3) осуществление плана;
- 4) изучение полученного решения.

Даже при решении несложной задачи учащиеся очень много времени тратят на рассуждение о том, за что взяться, с чего начать. Чтобы помочь учащимся найти путь к решению задачи, мы стараемся поставить себя на место ученика и понять его возможные затруднения, направить его усилия в наиболее естественное русло. Умелая помощь ученику, составляющая ему разумную долю его самостоятельной работы, позволит учащемуся развить математическое чутье, получить опыт, который в дальнейшем поможет находить пути решения новых задач. *Лучшее, что может сделать учитель для учащегося, состоит в том, чтобы путем неназойливой помощи подсказать ему блестящую идею.* Хорошие идеи имеют своим источником прошлый опыт и ранее приобретенные знания. Часто оказывается уместным начать работу с вопроса: Известна ли вам какая-нибудь аналогичная задача? Не следует забывать, что во время мышления осуществляется актуализация, или приближение знаний. Под актуализацией знаний понимают ситуацию, при которой для решения задачи человек самостоятельно привлекает знания из своего прошлого опыта. Средством обучения решению задач и нахождения плана решения является *серия нестандартных задач от простого к сложному.* Учащиеся 5–6 классов, как правило, затрудняются в поиске аналогичных задач, особенно нового типа, так как опыт в решении задач у них невелик. Следует учесть психологию учащегося младших классов: он не слишком долго думает над задачей, ему хочется как можно быстрее увидеть результат своего труда.

При проведении факультативных занятий в 5–6 классах в ГУО «Гимназия № 5 г. Витебска» мы предлагаем серию нестандартных задач с увеличением уровня трудности задач. *Умело подобранный цикл нестандартных задач поможет учащимся понять идею их решения.* Подбирая серию нестандартных задач с увеличением уровня трудности, учитель должен стремиться к то-

му, чтобы эти задачи не выглядели произвольными, не имеющими никакой видимой мотивировки или цели, чтобы ученик, оставшись один на один с задачей, сам мог придумывать и использовать аналогичные задачи, в том случае, если сразу решить задачу не удастся.

Приведем пример серии нестандартных задач:

1) написать наименьшее двузначное число (10);

2) написать наименьшее четырехзначное число (1000);

3) написать наибольшее трехзначное число (999);

4) написать наибольшее трехзначное число, в котором все цифры различны (987);

5) написать наименьшее четырехзначное число, в котором все цифры различны (1023);

6) написать наибольшее десятизначное число, в котором все цифры различны (9876543210);

7) написать наименьшее десятизначное число, в котором все цифры различны (1023456789).

При решении одних задач учитель должен больше внимания уделить обсуждению подходов к поиску путей их решения, при решении других – изучению результатов.

Большое внимание мы уделяем воспитанию у учащихся 5–6 классов привычки изучать полученное решение. После решения задачи учитель должен обратить внимание учащихся на то, чему полезному они научились, решая задачу, какие новые знания приобрели в процессе ее решения, что важно запомнить, а что можно забыть, нельзя ли проверить результат, можно ли получить тот же результат иначе, нельзя ли в какой-нибудь задаче использовать полученный результат или метод решения.

Проведение факультативных занятий в школах г. Витебска показывает, что у ряда учителей отсутствует опыт обучения учащихся применению эвристических приемов по поиску решения нестандартных задач. А ведь уже в 5–6 классах целесообразно проводить исследовательскую работу – прививать им навыки поиска решения нестандартных задач посредством эвристических приемов. Это позволяет показать учащимся 5–6 классов роль эвристических приемов по поиску решения нестандартных задач и дает возможность наряду с навыками логического рассуждения прививать учащимся навыки эвристического мышления, указывать им путь к математическому творчеству.

В процессе обучения учащихся 5–6 классов эвристическим приемам мы придерживаемся следующих этапов:

1) введение приема и разъяснение его сущности на конкретных примерах;

2) закрепление элементов приема и самого приема при решении специально подобранных нестандартных задач под руководством учителя;

3) обучение учащихся самостоятельному применению приема при решении задач, требующих его применения в различных ситуациях;

4) обучение учащихся применению комбинации эвристических приемов при решении специально подобранной серии задач.

К общим эвристическим приемам по поиску решения нестандартных задач относятся: анализ и синтез; индукция и дедукция; сравнение и аналогия; обобщение и конкретизация. Мы рассмотрим некоторые из них.

Прием анализа и синтеза. Анализ и синтез находят широкое применение в процессе обучения математике. В методике анализ рассматривают как логический прием, метод исследования, состоящий в том, что изучаемый объект мысленно (или практически) расчленяется на составные элементы (признаки, свойства, отношения), каждый из которых исследуется в отдельности как часть расчлененного целого.

Синтез – логический прием, с помощью которого отдельные элементы соединяются в целое.

При решении нестандартных математических задач на факультативных занятиях мы рекомендуем учащимся проводить анализ текста задачи (что дано? что требуется определить? достаточно ли данных для решения задачи?), анализ данных и искомого с целью поиска плана решения задачи (какое отношение существует между искомыми и данными? нельзя ли заменить формулировку задачи другой, более удобной и т.д.), анализ решения задачи (какой метод при решении задачи был основным? нельзя ли решить задачу иначе? и т.д.), анализ ответа (решена ли задача? правдоподобны ли результаты? можно ли выполнить проверку? и т.д.). Чем сложнее задача, тем тщательнее приходится ее анализировать.

В математике чаще всего под анализом понимают метод рассуждений от искомого к данным. Синтез – метод рассуждений от данных к искомым. Оба этих метода обычно применяются во взаимосвязи. Анализ в этом случае является средством поиска решения, доказательства, хотя зачастую сам по себе решением, доказательством не является. Синтез, опираясь на данные, полученные в ходе анализа, дает решение задачи в 5 классе. Анализ и синтез широко используют при решении задач.

Необходимо иметь в виду, что анализ – это зачастую путь к открытию, а синтез – это путь к обоснованию; они применяются вместе. Важно целенаправленно проводить работу по обучению школьников анализу и синтезу на разных этапах изучения математики. Это является особенно важным в 5–6 классах при подготовке учащихся к изучению углубленного курса алгебры.

Пример. Из двух пунктов, расстояние между которыми 100 км, выехали навстречу друг другу два велосипедиста. Скорость одного из них была 15 км/ч, а другого – 10 км/ч. Вместе с первым велосипедистом выбежала собака со скоростью 20 км/ч. Встретив второго велосипедиста, собака повернула обратно и побежала навстречу первому велосипедисту. Встретив первого велосипедиста, она снова повернула. Собака бегала между велосипедистами до тех пор, пока велосипедисты не встретились. Сколько километров пробежала собака?

Анализ. Чтобы ответить на вопрос задачи, т.е. найти, сколько километров пробежала собака, нужно знать скорость и время движения собаки. Скорость движения собаки знаем из условия задачи, а время движения собаки такое же, как и время движения велосипедистов. Время движения велосипедистов можно найти, разделив расстояние между пунктами на скорость сближения велосипедистов. Скорость сближения велосипедистов равна сумме скоростей первого и второго велосипедистов.

Синтез. $10 + 15 = 25$ км/ч – скорость сближения велосипедистов;

$100 : 25 = 4$ ч – время движения велосипедистов и собаки;

$20 \times 4 = 80$ км – расстояние, которое пробежала собака.

Пример. Пусть требуется решить уравнение $1a5 - 1 = 174$, 1 – число сотен, а – число десятков, 5 – число единиц.

Для того чтобы решить данное уравнение, нужен тщательный анализ левой и правой частей уравнения. На основании анализа можно заметить, что $1a5 = 100 + 10a + 5$. После соотношения (синтез) левой и правой частей выходит $10a = 175 - 105$, решив которое получим $a = 7$.

Принцип индукции и дедукции. Индукция (лат. *inductio*) – наведение, побуждение. Это один из видов умозаключений, при котором из двух или нескольких единичных или частных суждений получают новое общее суждение. Учащиеся 5–6 классов для поиска решения нестандартных задач используют индуктивные умозаключения. На факультативных занятиях мы предлагаем следующие примеры.

Пример 1. Сколько простых чисел содержится в 1 десятке?

Решение. Можно рассмотреть все числа первого десятка: $1 = 1$; $2 = 1 \times 2$; $3 = 1 \times 3$; $4 = 1 \times 4 = 2 \times 2$; $5 = 1 \times 5$; $6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$; $7 = 1 \times 7$; $8 = 1 \times 8 = 2 \times 4 = 2 \times 2 \times 2$; $9 = 1 \times 9 = 3 \times 3$; $10 = 1 \times 10 = 2 \times 5$. Итак, в первом десятке содержится 4 простых числа.

Пример 2. Доказать, что произведение двух чисел может оканчиваться цифрами 0, 2 и 6.

Решение. Рассмотрим последовательно произведение 0 1, 1 2, 2 3, 3 4 и т.д. до 8 9. Эти произведения натуральных чисел оканчиваются цифрами 0, 2 и 6. Так как все числа состоят из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, то произведение двух последовательных натуральных чисел тоже оканчивается цифрами 0, 2 или 6.

Вторым основным видом умозаключений является дедукция.

Дедукция (лат. *deductio* – выведение) – форма умозаключения, при которой от одного общего суждения получают новые, менее общее или частное суждение.

Сущность дедукции состоит в том, что данный частный случай подводится под общее положение.

Дедуктивные умозаключения могут быть представлены следующими видами:

1. *Умозаключение от более общего положения к менее общему положению.* Например. Общее суждение $av = 10a + v$, где a – число десятков, v – число единиц.

Частное суждение $43 = 10 \times 4 + 3$.

Новое частное суждение, где 4 – число десятков, 3 – число единиц.

2. *Умозаключение от общего положения к общему положению.* Например. Все четные числа делятся на 2. Все нечетные числа не делятся на 2.

Ни одно четное число не является одновременно нечетным числом.

3. *Умозаключение от единичного к частному.*

Например. Число 2 – простое число. Число 2 – натуральное число.

Некоторые натуральные числа являются простыми.

В процессе развития математики и обучения математике индукция и дедукция не выступают изолированно – они тесно переплетаются между собой. Так, например, если при изучении переместительного закона сложения натуральных чисел на наших занятиях учащиеся на частных примерах ($2 + 7 = 7 + 2 = 9$) убеждаются в справедливости свойства $a + v = v + a$, то они пользуются индукцией; применяя этот закон для облег-

чения вычислений ($1 + 42 = 42 + 1 = 43$), учащиеся уже действуют дедуктивным путем. Дедукция является методом изложения математических теорий, однако методами исследования являются и дедукция, и индукция. Существенное различие между индукцией и дедукцией – характер заключения. Заключение по индукции, как известно, лишь правдоподобно, заключение же по дедукции достоверно, т.е. истинно при истинности посылок. Индукция не может служить методом доказательства. Однако она является мощным эвристическим методом, т.е. методом открытия истин. В процессе подготовки учащихся 5–6 классов к изучению углубленного курса алгебры применение индуктивных и дедуктивных методов становится все более необходимым для выработки у учащихся умений пользоваться ими в процессе самостоятельных поисков решений нестандартных задач. В связи с этим важно научить учащихся правильно строить рассуждения, в которых сочетаются индуктивные и дедуктивные умозаключения. В большинстве случаев на основании индуктивного умозаключения выдвигается гипотеза, а с помощью построения цепочки дедуктивных умозаключений устанавливается ее истинность либо проводится опровержение. На факультативных занятиях, проводимых нами, учащиеся 5–6 классов учатся строить свои рассуждения, используя индукцию и дедукцию, видят их роль в процессе исследования математических закономерностей. Если они даже и не умеют подметить закономерность или проверить (обосновать) возникшую догадку, то это, тем не менее, отражается на развитии пытливости, ума, воображения, интуиции.

К частным эвристическим приемам по поиску решения нестандартных задач относятся следующие приемы: переформулировки задач, инверсии, перебора, проб и ошибок, приведения опровергающего примера и подтверждающего примера. Рассмотрим некоторые из них.

Принцип Дирихле. При решении некоторых задач нами часто используется так называемый «принцип Дирихле». Он назван в честь немецкого математика Петра Густава Лепеена Дирихле (1805–1859), который успешно применял его к доказательству теорем. В самой простой и шуточной форме его можно сформулировать так: если N зайцев сидит в M клетках и $N > M$, то хотя бы в одной клетке сидит более одного зайца. Часто применяют обобщение принципа Дирихле: если зайцев $N > Mk$, то хотя бы в одной клетке сидит k зайцев.

Другими словами, если множество из n -элементов разбито на m не пересекающихся

подмножеств и $n > m$, то, по крайней мере, в одном из подмножеств будет более одного элемента.

Основная идея решения задач с использованием принципа Дирихле заключается в следующем: если при разбиении множества на непересекающиеся подмножества удастся установить факт взаимосвязи между количеством элементов данного множества n и числом его подмножеств m в виде $n > m$, то тогда можно утверждать, что среди этих подмножеств есть такое, которое содержит более одного элемента.

Пример 1. В классе 40 учеников. Найдется ли такой месяц в году, в котором отмечают свой день рождения не менее 4 учеников этого класса?

Решение. Так как $40 > 36 = 12 \times 3$, то согласно принципу Дирихле найдется месяц, в котором родилось не менее четырех одноклассников.

Пример 2. В классе 41 ученик написал по три контрольные работы. В результате учитель не поставил ни одной неудовлетворительной отметки и каждый ученик получил все остальные отметки. Узнав об этом один ученик заметил, что, по крайней мере, 7 человек получили одинаковые отметки по всем трем контрольным, а другой, подумав, сказал, что таких учеников с одинаковыми отметками, наверное, будет 8. Кто из них прав?

Решение. Разобьем класс на группы в соответствии со всеми возможными наборами отметок: 3, 4, 5; 3, 5, 4; 4, 5, 3; 5, 4, 3; 4, 3, 5; 5, 3, 4 (всего 6 групп). Если в каждой из этих групп не больше 6 человек, то всего в классе не больше 36 человек, что противоречит условию. Следовательно, по крайней мере, в одной из этих групп не меньше 7 человек. Возможен, однако, и случай, когда в каждой группе не больше 7 человек (в одной 6, а в остальных – по 7 человек), и, значит, утверждение второго ученика может быть неверным. Итак, прав только первый ученик.

Пример 3. У мальчика 9 медных монет. Докажите, что у него есть хотя бы три монеты одинакового достоинства.

Решение. Всего различных медных монет 4. Пусть мальчик имеет набор по 2 монеты каждого вида, всего будет 8 монет. Оставшаяся монета (из 9 имеющихся) будет третьей монетой одного из видов – значит, у мальчика есть хотя бы 3 монеты одинакового достоинства.

Пример 4. В коробке лежат карандаши: 4 красных и 3 синих. В темноте берут карандаши. Сколько надо взять карандашей, чтобы среди них было не менее одного синего? Ответ: 5 карандашей.

Прием инверсии. Под инверсией мы понимаем перестановку или расположение членов выражения в особом порядке, нарушающем задан-

ный так называемый прямой порядок, с целью получения нового выражения, тождественно равному данному, и более удобного для выполнения последующих преобразований. Этот прием лежит в основе различного рода группировок, используемых для вычисления значений числовых и выражений.

Как быстро вычислить.

Пример 1. а) $1 + 3 + 5 + 9 + \dots + 99 = (1 + 99) + (3 + 97) + (5 + 95) + \dots + (49 + 51) = 25 \times 100 = 2500$.

б) $99 + 95 + 91 + \dots + 7 + 3 - 5 - \dots - 89 - 93 - 97 = (99 - 97) + (95 - 93) + \dots + (7 - 5) (3 - 1) = 25 \times 2 = 50$.

Пример 2. Как найти сумму всех целых чисел

1) от 1 до 1000 включительно; 2) от 1 до 99 включительно.

Решение. 1) сумма чисел, равностоящих от концов, равна $1000 + 1 = 999 + 2 = 998 + 3 = \dots = 1001$, таких пар 500, значит $1001 \times 500 = 500500$; 2) сумма чисел, равностоящих от концов, равна $1 + 99 = 2 + 98 = 3 + 97 = \dots = 49 + 51 = 100$, таких пар 49 и остается число 0. Значит, отсюда получаем, что сумма чисел от 1 до 99 включительно равна $49 \times 100 + 50 = 4950$.

Прием перебора. Ценность этого приема заключается в проведении определенным образом организованного разбора и анализа всех (или некоторых специально выбранных) случаев, которые потенциально возможны в ситуации, описанной в задаче. При этом если разыграются все возможные случаи, то говорят о полном переборе, а если их часть, то о сокращенном.

Пример 1. В двузначном числе в 2 раза больше единиц, чем десятков. Если к этому числу прибавить 36, то получится число, записанное теми же цифрами. Найдите это число. Решение: Выпишем все такие двузначные числа 12, 24, 36, 48. Найдём сумму каждого из них с числом 36.

$12 + 36 = 48$; $24 + 36 = 60$; $36 + 36 = 72$; $48 + 36 = 84$. Очевидно, что условие задачи удовлетворяет только число 48.

Пример 2. Какими цифрами можно заполнить «кроссворд»

С О Н

О К О,

Н О С

если по всем горизонталям и вертикалям стоят точные квадраты?

Решение. Идея решения этой задачи основана на том факте, что среди трехзначных чисел, являющихся точными квадратами, есть только три с одинаковыми цифрами единиц и сотен: 121,

484, 676, причем, в качестве числа О К О подходит лишь 676. В свою очередь, точных квадратов с цифрой 6 в середине всего два – 169 и 961. Отсюда следует, что «кроссворд» можно заполнить двумя способами.

169 961

676 и 676

961 169

В методическом пособии для студентов и учителей [7] по каждой теме учебных изданий по математике 5–6 классов [5] нами отражена серия нестандартных задач, для решения которых используются общие и частные эвристические приемы. Данное издание нашло широкое применение в работе учителей математики г. Витебска и Витебской области. Приведем пример такой серии задач.

1. Какое число точек можно расположить на двух отрезках, чтобы на каждом отрезке было по 4 точки (8 точек, если отрезки не пересекаются, и 7 точек, если отрезки пересекаются)?

2. Какое число точек можно расположить на трех отрезках, если на каждом должно быть по 4 точки (отрезки не лежат на одной прямой)?

1) отрезки не пересекаются. Тогда на трех отрезках можно расположить 12 точек ($4 \times 3 = 12$).

2) отрезки имеют одну точку пересечения; здесь возможно:

а) пересекаются только 2 отрезка, можно расположить 11 точек;

б) все три отрезка пересекаются в одной точке, можно расположить 10 точек;

3) отрезки имеют две точки пересечения. В этом случае количество точек, удовлетворяющих условию задачи, – 10;

4) отрезки имеют три точки пересечения. В этом случае имеем 9 точек, удовлетворяющих условию задачи.

3. Расположите 10 точек на 5 отрезках так, чтобы на каждом отрезке было по 4 точки (отрезки не принадлежат одной прямой) (10 точек должны быть точками пересечения данных отрезков).

Заключение. Опыт проведения нами факультативных занятий в ГУО «Гимназия № 5 г. Витебска» показал, что работу по ознакомлению учащихся с эвристическими приемами и выработку умения применять их при решении нестандартных задач следует проводить систематически и целенаправленно, начиная с 5–6 классов. Именно здесь закладывается психологическая основа для творческой деятельности, развиваются интуиция, воображение и фантазия, творческое мышление, формируется умение подмечать закономерности. Решение не-

стандартных задач вызывает эстетическое наслаждение, радость, это порой столь же увлекательно как разгадывание ребусов и кроссвордов.

Приобщение учащихся 5–6 классов к эвристическим приемам по поиску решения нестандартных задач создает благоприятные возможности для проявления самостоятельности и инициативы, активности, формирует интересы, склонности, положительно влияет на уровень умения решать задачи, т.е. является инструментом для развития мышления, ведущего к формированию творческих способностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балл, А.Г. Теория учебных задач. Психолого-педагогический аспект / А.Г. Балл. – М.: Педагогика, 1990.
2. Лернер, И.Я. Дидактические основы методов обучения / И.Я. Лернер. – М.: Педагогика, 1981.
3. Ананченко, К.О. Теоретические основы обучения алгебре в школах с углубленным изучением математики: монография для научных работников по спец. «Теория и методика обучения» / К.О. Ананченко. – Минск, 2002.
4. Галкин, Е.В. Нестандартные задачи по математике. Задачи логического характера, 5–11 кл. / Е.В. Галкин. – М.: Просвещение, 1996.
5. Кузнецова, Е.П. Математика: учеб. пособие для 6 класса общеобразоват. учреждений с русским языком обучения / Е.П. Кузнецова [и др.]. – Минск: Нац. ин-т образования, 2010.
6. Ананченко, К.О. Задачи повышенной трудности в курсе алгебры в VIII классе: в 2 ч. / К.О. Ананченко [и др.]. – Витебск: УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 2000. – Часть 1, 2: Пособие в помощь студентам-практикантам и учителям общеобразовательной школы. – 204 с.
7. Ананченко, К.О. Задачи повышенной трудности в курсе математики в V классе: метод. пособие для студентов и учителей общеобразоват. школ / К.О. Ананченко, И.Э. Балашова. – Витебск: УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 2000. – 105 с.