

Нейронные сети на основе операции свертки для эффективного распознавания рукописных цифр

А.В. Кухарев, Ю.Н. Махлаев

Учреждение образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова»

Сверточные нейронные сети – технология глубоких нейронных сетей, основанная на операции свертки и предназначенная для эффективного распознавания сложных изображений.

Цель работы – выявить оптимальную структуру нейронной сети для эффективного распознавания рукописных цифр.

Материал и методы. Рассмотрено несколько структур нейронных сетей, предназначенных для распознавания рукописных цифр из базы данных MNIST с размером изображений 28 на 28 пикселей: сети, состоящие только из сверточных слоев; сети, состоящие только из полносвязных слоев; сети, включающие оба вида слоев. Обучение сетей осуществлялось по алгоритму обратного распространения ошибки с мини-пакетным градиентным спуском.

Результаты и их обсуждение. Наилучший результат в задаче распознавания рукописных цифр показала нейронная сеть, состоящая из двух сверточных слоев, двух слоев предвыборки и трех полносвязных слоев. Ее точность распознавания составила более 99,5%. Определена зависимость точности распознавания и времени обучения такой сети от количества карт признаков сверточных слоев и размера ядра свертки.

Заключение. Сверточные нейронные сети демонстрируют хорошие результаты в задачах распознавания рукописных цифр. Ошибка распознавания рукописных цифр с помощью предложенных в статье сверточных сетей составляет около 0,5%, что в 2–3 раза меньше, чем для классических полносвязных сетей.

Ключевые слова: сверточная нейронная сеть, полносвязная нейронная сеть, операция свертки, карта признаков, распознавание рукописных цифр, база рукописных цифр MNIST.

Neural Networks Based on a Convolution Operation for Efficient Recognition of Handwritten Digits

A.V. Kukharev, U.N. Mahlaev

Educational Establishment «Vitebsk State P.M. Masherov University»

Convolutional neural network is a technology of deep neural networks, based on a convolution operation, and designed for effective recognition of complex images.

The purpose of the research is to determine an optimal structure of neural networks for effective handwritten digits recognition.

Material and methods. We considered several structures of neural networks for recognition handwritten digits from MNIST database with image size of 28 by 28 pixels, namely networks consisting only of convolution layers, networks consisting only fully connected layers, and networks including both types of layers. We used the back-propagation algorithm with the mini-batch gradient descent to train the networks.

Findings and their discussion. The best result to recognize handwritten digits was shown by a neural network including two convolution layers, two subsampling layers and three fully-connected layers. Its recognition accuracy was more than 99,5%. The dependence of the recognition accuracy and training time of such network on the number of features maps in convolutional layers and the size of the convolution kernel has been determinated.

Conclusion. Convolution neural networks have showed good results in the handwriting digits recognition task. The error of recognition the handwritten digits by convolution networks proposed in the article is about 0,5%, that is in 2–3 times less than in case of classical fully-connected networks.

Key words: convolution neural network, fully-connected neural network, convolution operation, features map, handwriting digits recognition, MNIST handwritten digit database.

Искусственные нейронные сети хорошо зарекомендовали себя в области распознавания изображений с тех пор, как их предложили. Правда, время от времени появлялись алгоритмы, которые превосходили существовавшие на тот момент нейросетевые модели. Например, предложенный в 1992 г. метод опорных векторов позволил получить точность более 99,2% в задаче распознавания рукописных цифр базы MNIST (см. [1]). Пожалуй, основной недостаток метода опорных векторов – недостаточно высокая способность к обобщениям входных данных.

В конце 1990-х гг. Лекуном и др. [1] была разработана архитектура нейронной сети, в основе функционирования которой лежит операция свертки. Эта операция давно известна своим широким применением в цифровой обработке сигналов, в частности изображений [2]. По сути, она представляет собой обычный линейный фильтр. Лекуну удалось удачно совместить эту математическую операцию с концепцией нейронных сетей. Такие сети получили название *сверточных нейронных сетей* (СНН), – англ. convolutional neural networks. В них операция свертки используется для формирования карты признаков, по которым можно идентифицировать изображение. Карты признаков не задаются пользователем – они формируются самостоятельно в процессе обучения сети одним из стандартных нейросетевых алгоритмов, например методом обратного распространения ошибки. Сверточная сеть может содержать несколько сверточных слоев, каждый из которых состоит из нескольких карт признаков. Тем самым обеспечивается получение иерархии признаков – от конкретных к более абстрактным.

Такая организация нейронных сетей имеет биологические предпосылки. Отдельные нейроны участка коры головного мозга, ответственного за зрение, получают сигналы от небольших подобластей, называемых «рецептивным полем» данного нейрона. При этом нейроны функционируют как локальные фильтры над входными сигналами [3], что позволяет выявлять на изображении определенные признаки и по ним классифицировать объект.

На практике классический перцептрон прямого распространения (без обратных связей) редко содержит более двух-трех слоев, поскольку дальнейшее увеличение количества слоев не дает повышения точности распознавания. В отличие от многослойного перцептрона глубокие сверточные сети могут быть достаточно эффективными.

Конечно, СНН также не лишены недостатков. Основной из них – это отсутствие четкого понимания того, как следует проектировать структуру сети, чтобы повысить точность распознавания. Поэтому поиск эффективных архитектур сверточных сетей (подбор оптимального количества слоев, карт признаков, размера ядра свертки и т.п.) остается актуальной задачей в данной области.

База данных рукописных цифр MNIST – общепризнанный эталон, на котором часто тестируется качество алгоритмов распознавания изображений. Для распознавания рукописных цифр предложено несколько разных структур сверточных сетей [4–6], для которых максимальная точность распознавания на тестовой выборке составила 99,14–99,39%. Например, в [5] использовалась структура редуцированной сверточной сети без полностью связанных слоев, для которой получена точность 99,29%.

В настоящей работе эти показатели будут улучшены за счет увеличения количества карт признаков в сверточных слоях, применения двух скрытых полносвязных слоев и техники временного «выбрасывания» (dropout) нейронов из полносвязных слоев в процессе обучения. Кроме того, будет проведено сравнение эффективности распознавания изображений рукописных цифр с помощью сверточных и полносвязных нейронных сетей, изучено влияние размера ядра свертки и количества карт признаков в сверточных слоях на точность распознавания и время обучения сетей.

Существует еще несколько простых приемов, способствующих повышению точности распознавания сверточных сетей. Во-первых, это внесение небольших искажений в обучающую выборку при переходе на следующую эпоху, что по сути эквивалентно увеличению обучающей выборки и помогает частично или полностью устранить проблему переобучения. Во-вторых, это использование совокупности сверточных сетей разной структуры либо одной структуры с разными начальными весами (так называемые «комитеты СНН») [7]. При этом на выходе берется усредненный результат, выдаваемый совокупностью сетей. Очевидно, что результат работы комитета сетей будет зависеть от точности классификации отдельных сетей. Поэтому в данном исследовании ограничимся анализом точности распознавания индивидуальных СНН без применения искажения к обучающей выборке.

Основной критерий эффективности алгоритма распознавания – это, конечно, точность классификации. Однако на практике важно также время работы алгоритма, а именно время обучения (настройки весов), которое в случае глубоких многослойных нейросетей может оказаться слишком большим и неприемлемым для практических приложений. Благодаря меньшему количеству связей сверточные сети обучаются быстрее по сравнению с полносвязными сетями с тем же количеством слоев, однако даже для сверточных сетей время обучения может составлять несколько часов или дней в зависимости от ее глубины (количество слоев) и ширины (количе-

ство карт признаков). Поэтому часто приходится искать компромисс между точностью распознавания и временем обучения.

Цель работы – выявить оптимальную структуру нейронной сети для эффективного распознавания рукописных цифр.

Материал и методы. В работе исследуются нейронные сети, которые могут включать в свой состав полносвязные слои, слои свертки, слои предвыборки (пулинга) и softmax-слой. Рассмотрим подробнее устройство каждого из этих видов слоев.

Полносвязные слои – это обычные слои нейронов, в которых каждый нейрон связан с каждым нейроном предыдущего слоя.

Сверточный слой состоит из нескольких карт признаков. В пределах каждой карты признаков используется свое ядро свертки (называемое также фильтром). Для упрощения записи будем считать, что входные изображения имеют равную ширину и высоту. Операция двумерной свертки матрицы X размера $x \times x$ с ядром K размера $k \times k$ записывается следующим образом:

$$B_{ij} = (X * K)_{ij} = \sum_{\alpha=0}^{k-1} \sum_{\beta=0}^{k-1} X_{i+\alpha, j+\beta} K_{\alpha\beta}, \quad 0 \leq i, j < x-k+1$$

Таким образом, будет получена матрица B размера $(x-k+1) \times (x-k+1)$. Например,

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

В сверточных слоях ядро свертки для каждого нейрона определяется весами связи с нейронами предыдущего слоя. Это позволяет обучать сверточные слои теми же алгоритмами, что и полносвязные слои.

Слой предвыборки (слой пулинга) всегда следует непосредственно за слоем свертки и применяется для понижения размера изображения (скажем, в p раз), уменьшая тем самым чувствительность к пространственным сдвигам. Выбор результирующего значения может осуществляться несколькими способами. В данной работе использовалась операция «макс-пулинга», когда из $p \times p$ берется максимальное значение:

$$C_{ij} = \max_{\alpha, \beta=0 \dots p-1} \{B_{pi+\alpha, pj+\beta}\}, \quad 0 \leq i, j < n/p$$

После операции макс-пулинга к изображению применяются смещение b_{ij} (пороговое значение нейрона) и некоторая нелинейная функция активации f :

$$D_{ij} = f(C_{ij} + b_{ij})$$

Смещение b_{ij} задается случайным образом для каждого нейрона до начала обучения и остается неизменным в процессе обучения.

В данной работе в качестве функции активации для сверточных и скрытых полносвязных слоев используется ректификационная функция: $\text{ReLU}(x) = \max(x, 0)$.

В выходном полносвязном слое применяется функция активации «softmax». Если он содержит n нейронов, то значение j -го выхода определяется по формуле

$$y_j = \text{softmax}(z_j) = \frac{\exp(z_j)}{\sum_{i=1}^n \exp(z_i)}$$

где $z_i = \sum_k w_{ki} x_k + b_i$, x_k – вход k -го нейрона, w_{ki} – матрица весов, b_i – смещение.

Использование softmax-функции обеспечивает то, что сумма всех выходов равна единице, что удобно в задачах классификации. В качестве предсказания нейронной сети принимается ответ, соответствующий выходу j с максимальным значением y_j .

Скрытые полносвязные слои будем обозначать как F_n , а выходной softmax-слой – как S_n , где n – количество нейронов в слое. Идущие подряд сверточный слой и слой предвыборки обозначим как $f@m \times m/l \times l$, где f – количество карт признаков, $m \times m$ и $l \times l$ – размеры карт признаков сверточного слоя и слоя предвыборки соответственно (заметим, что слой предвыборки имеет такое же количество карт признаков, что и слой свертки, за которым он расположен). В данной работе во всех слоях предвыборки будет использоваться макс-пулинг с коэффициентом $p = 2$, то есть $m = 2l$.

На рис. 1 показана структура сверточной сети $1@28x28 - f_1@24x24/12x12 - f_2@8x8/4x4 - F1000 - F200 - S10$, включающая два сверточных слоя с размерами карт признаков $24x24$ и $8x8$, два слоя предвыборки (макс-пулинга), два скрытых полносвязных слоя с 1000 и 200 нейронами и выходной softmax-слой (первый слой размером $28x28$ означает входное изображение – его учитывать не будем). Через f_1 и f_2 обозначено количество карт признаков в первом и втором сверточных слоях соответственно. В обоих сверточных слоях применяется ядро свертки $5x5$. Данная структура представляет собой модификацию сверточной сети, использованной в [8]. Для краткости такую структуру сверточной сети будем обозначать как CNN- f_1 - f_2 .

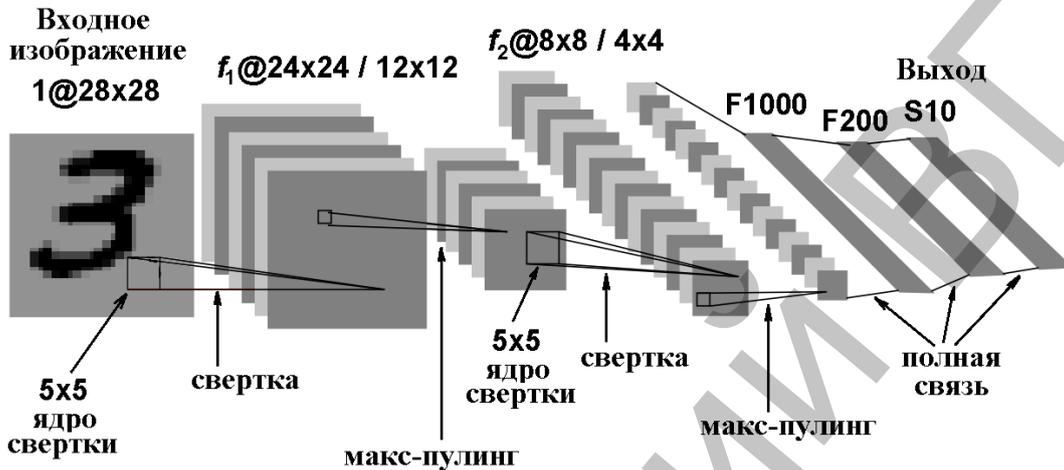


Рис. 1. Структура сверточной сети $1@28x28 - f_1@24x24/12x12 - f_2@8x8/4x4 - F1000 - F200 - S10$ (CNN- f_1 - f_2), где f_1, f_2 – количество карт признаков в первом и втором сверточных слоях соответственно.

Для программной реализации нейросетевых алгоритмов применялась библиотека Theano языка Python. Эта библиотека содержит необходимый набор математических функций для работы с многомерными массивами (тензорами). Кроме того, эта библиотека позволяет задействовать в ходе вычислений графический процессор (при включенной поддержке технологии CUDA), что в несколько раз повышает скорость обучения нейронной сети по сравнению с использованием только центрального процессора. Операция двумерной свертки реализуется с помощью метода `theano.tensor.signal.conv2d()`, а операция «макс-пулинга» – с помощью `theano.tensor.signal.pool.pool_2d()`. В качестве аппаратной части применялись процессор Intel Core 2 6320@1,86 ГГц и графическая карта GeForce GT 610.

Обучение нейронных сетей осуществлялось по алгоритму обратного распространения ошибки с использованием мини-пакетного градиентного спуска с заданным коэффициентом скорости η , то есть модификация весов осуществлялась после обработки пакета из нескольких изображений обучаемой выборки. Длина пакета бралась равной 10.

Во избежание нежелательного переобучения сети на каждой итерации применялась процедура временного «выбрасывания» (dropout) случайным образом 50% нейронов из скрытых полносвязных слоев (см. [9]). Эта процедура не влияет на время обучения, поскольку размер матрицы весов остается неизменным.

Изучение точности распознавания и времени обучения проводилось для трех классов нейронных сетей:

- 1) сетей, состоящих только из полносвязных слоев;
- 2) сверточных сетей, не содержащих полносвязных слоев (не считая выходного softmax-слоя);
- 3) сетей, включающих как сверточные, так и скрытые полносвязные слои.

Тестирование сетей осуществлялось на примере распознавания рукописных цифр базы MNIST. Эта база содержит изображения рукописных цифр в оттенках серого размером 28 на 28 пикселей (пример изображения показан на рис. 1). Обучающая выборка содержит 50000 изображений цифр, тестирующая выборка – 10000 изображений.

Результаты и их обсуждение. В табл. приведены результаты классификации рукописных цифр полносвязными и сверточными сетями после 40 эпох обучения с коэффициентом скорости обучения $\eta = 0,05$. Одна эпоха соответствует одному прогону через сеть всей обучающей выборки базы MNIST.

Сравнение эффективности распознавания рукописных цифр базы MNIST сверточными и полносвязными нейронными сетями

№	Структура нейронной сети	Время обучения, мин/эпоха	Ошибка распознавания, %
1.	1@28x28 - S10	0,08	7,92
2.	1@28x28 - F200 - S10	0,16	1,87
3.	1@28x28 - F1000 - S10	0,54	1,57
4.	1@28x28 - F2000 - S10	1,10	1,51
5.	1@28x28 - (F1000) ₂ - S10	1,46	1,84
6.	1@28x28 - (F1000) ₃ - S10	2,34	2,07
7.	1@28x28 - 60@24x24/12x12 - S10	4,45	1,31
8.	1@28x28 - 15@24x24/12x12 - 60@8x8/4x4 - S10	7,24	0,94
9.	1@28x28 - 6@24x24/12x12 - 12@8x8/4x4 - 60@2x2/1x1 - S10	1,08	2,72
10.	1@28x28 - 15@24x24/12x12 - 60@8x8/4x4 - F200 - S10	7,64	0,54
11.	1@28x28 - 15@24x24/12x12 - 60@8x8/4x4 - F1000 - F200 - S10 (CNN-15-60)	8,41	0,48
12.	1@28x28 - 15@24x24/12x12 - 60@8x8/4x4 - (F1000) ₂ - F200 - S10	9,31	0,51
13.	1@28x28 - 15@26x26/13x13 - 60@8x8/4x4 - F1000 - F200 - S10	10,60	0,55
14.	1@28x28 - 15@22x22/11x11 - 60@8x8/4x4 - F1000 - F200 - S10	6,35	0,52
15.	1@28x28 - 15@20x20/11x11 - 60@6x6/3x3 - F1000 - F200 - S10	5,88	0,62

Рассмотрим вначале нейронные сети, состоящие только из полносвязных слоев, а именно сети вида 1@28x28 - (F1000)_L - S10, где L – количество скрытых слоев, каждый из которых включает по 1000 нейронов. Как видно, лучший результат по точности распознавания дает двухслойная сеть № 3 (с одним скрытым слоем). Увеличение количества скрытых слоев ухудшает результат. Это связано в первую очередь с тем, что при большом количестве слоев требуется больше итераций для минимизации функции стоимости. Увеличение количества нейронов в сети с одним скрытым слоем до 2000 дало увеличение точности на 0,06%, однако дальнейшее увеличение плотности не дало повышения точности. Таким образом, наилучшая точность распознавания рукописных цифр базы MNIST с помощью классических полносвязных сетей, обучаемых методом обратного распространения ошибки, составила 98,49% (ошибка 1,51%).

Далее рассмотрим три нейронные сети под номерами 7–9, в которых все скрытые слои являются сверточными либо слоями предвыборки. Во всех трех сетях последний сверточный слой содержит 60 карт признаков. Лучший результат 0,94% получен для сети № 8 с двумя сверточными слоями.

В последующих строках табл. представлены результаты для сверточных сетей, включающих два сверточных слоя и несколько скрытых полносвязных слоев. Оптимальное количество нейронов в полносвязных слоях было подобрано методом проб и ошибок. В обоих сверточных слоях использовалось ядро свертки размером 5x5. При входном размере изображения 28x28 такой размер фильтра является оптимальным. Это видно из сравнения сетей под номерами 11 и 13–15. В сети № 13 применялись ядра свертки размером 3x3 и 6x6 в первом и втором сверточных слоях соответственно, в сети № 14 – 7x7 и 4x4, в сети № 15 – 9x9 и 5x5. Лучший результат (0,52%) получен для сети № 14, однако он все равно уступает сети № 11 с ядрами 5x5 и 5x5.

Из сравнения точности распознавания для сетей под номерами 8 и 10–12 видно, что добавление по крайней мере одного скрытого полносвязного слоя в сверточную сеть позволяет уменьшить ошибку примерно в два раза. Сверточные сети с полносвязными скрытыми слоями показывают примерно одинаковый результат (ошибка в пределах 0,5–0,6%). Однако наименьшая ошибка распознавания 0,48% получена в случае двух скрытых полносвязных слоев, т.е. для сети вида CNN-f₁-f₂ (рис. 1). Поэтому далее проанализируем сверточные сети именно такой структуры.

На рис. 2 показаны зависимости ошибки распознавания и времени обучения сетей вида CNN-f₁-60 и CNN-15-f₂ от количества карт признаков в первом и втором скрытых слоях соответственно (с шагом в 5 карт признаков). Как видно, время обучения растет с увеличением количества карт признаков как в первом, так и во втором слое, и эта зависимость близка к линейной. Точность распознавания сначала улучшается с увеличением количества карт признаков, однако в некоторый момент наступает насыщение и дальнейшее добавление карт признаков не дает заметного улучшения. Так, для класса сетей CNN-f₁-60 оптимальное значение количества карт признаков в первом слое составляет 15–20, дальнейшее же увеличение не приводит к уменьшению ошиб-

ки распознавания. Среди сетей вида СНН-15- f_2 лучший результат по отношению ошибки распознавания ко времени обучения показывает сеть с $f_2 = 15$, для которой ошибка составила 0,51%, а общее время обучения – 160,8 минуты. Если же точность распознавания критична, то необходимо использовать сети с количеством карт признаков 55–60, для которых ошибка составила 0,48%, однако время обучения таких сетей будет в два раза больше (310,4–330,0 минуты).

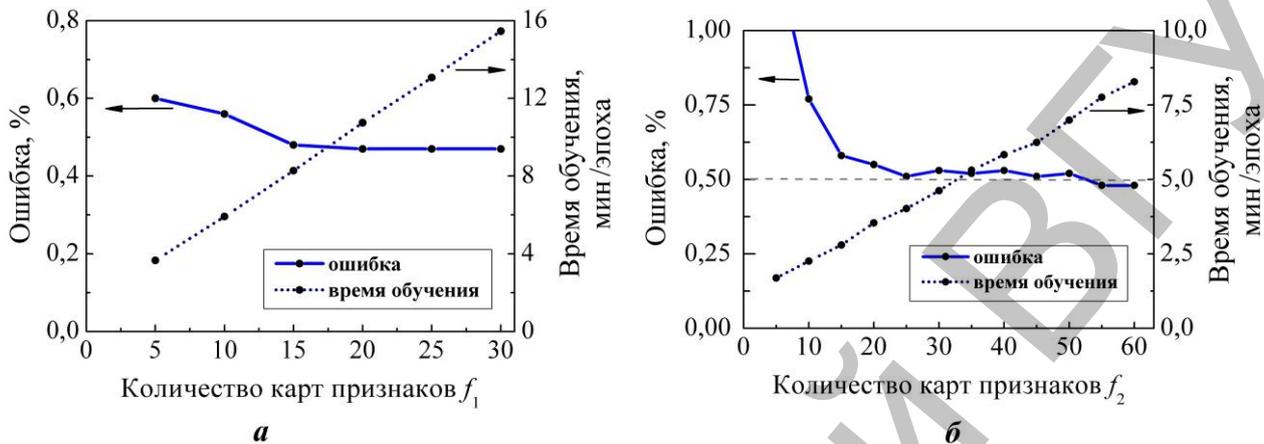


Рис. 2. Влияние количества карт признаков (f_1, f_2) в сверточных слоях сетей вида СНН- f_1 - f_2 на ошибку распознавания и время обучения: а – зависимость от f_1 при $f_2 = 60$; б – зависимость от f_2 при $f_1 = 15$.

Отметим, что одинаковая продолжительность обучения в 40 эпох для всех рассмотренных нейронных сетей была выбрана для удобства их тестирования. Однако полученная точность распознавания на этом этапе не является максимально достижимой. Дальнейшее повышение точности возможно за счет дообучения сети с меньшим значением коэффициента скорости обучения η . На рис. 3 показан график изменения ошибки распознавания по эпохам для двух сверточных сетей: на первых 40 эпохах использовалось значение $\eta = 0,05$, на последующих 40 эпохах – $\eta = 0,02$. Малое значение η делает график обучения более плавным и позволяет повысить точность распознавания. Для сети СНН-15-15 на дополнительных 40 эпохах ошибка была понижена с 0,60% до 0,52%; для сети СНН-15-60 – с 0,48% до 0,42%.

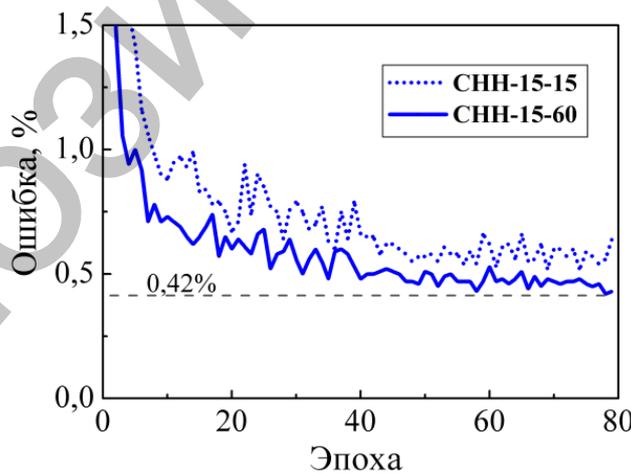


Рис. 3. Изменение ошибки распознавания в процессе обучения сверточных нейронных сетей СНН-15-15 и СНН-15-60.

Заключение. Сверточные нейронные сети показывают хорошие результаты в задаче распознавания рукописных цифр по сравнению с классическими полносвязными сетями прямого распространения. Однако для качественного распознавания изображений также требуется наличие в сверточной сети скрытых полносвязных

слоев. Нейронная сеть СНН-15-60, состоящая из двух сверточных слоев из 15 и 60 карт признаков, двух слоев макс-пулинга, двух скрытых полносвязных слоев и выходного softmax-слоя, позволяет достичь ошибки распознавания 0,48% за 40 эпох обучения, причем этот результат может быть улучшен до 0,42% за счет дообучения такой сети с коэффициентом скорости обучения $\eta = 0,02$.

Оптимальное количество карт признаков зависит от сложности распознаваемых образов. Для относительно несложных образов, таких как десятичные цифры, достаточно использовать порядка 15 карт признаков в первом сверточном слое и 25 во втором. Дальнейшее увеличение количества карт признаков не приводит к ощутимому повышению точности распознавания, однако заметно увеличивает время обучения сети.

ЛИТЕРАТУРА

1. LeCun, Y. Gradient-based learning applied to document recognition / Y. LeCun [et al.] // Proc. of the IEEE. – 1998. – Vol. 86, № 11. – P. 1-46.
2. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
3. Hubel, D.H. Receptive fields, binocular interaction and functional architecture in the cat's visual cortex / D.H. Hubel, T.N. Wiesel // J. Physiol. – 1962. – Vol. 160. – P. 106–154.
4. Кузьмицкий, Н.Н. Сверточная нейросетевая модель в задаче классификации цифр / Н.Н. Кузьмицкий // Доклады БГУИР. – 2012. – № 7. – С. 64–70.
5. Головки, В.А. Редуцированная сверточная нейронная сеть для точного распознавания рукописных цифр / В.А. Головки [и др.] // Вестн. Брестск. гос. техн. ун-та. – 2016. – № 5(101). – С. 2–7.
6. Солдатова, О.П. Применение сверточной нейронной сети для распознавания рукописных цифр / О.П. Солдатова, А.А. Гаршин // Компьютерная оптика. – 2010. – Т. 34, № 2. – С. 252–260.
7. Ciresan, D. Multi-column deep neural network for traffic sign classification / D. Ciresan [et al.] // Neural Networks. – 2012. – Vol. 32. – P. 333–338.
8. Nielsen, M.A. Deep learning / M.A. Nielsen // Neural Networks and Deep Learning [Electronic resource]. – Determination Press, 2015. – Mode of access: <http://neuralnetworksanddeeplearning.com/chap6.html>. – Date of access: 04.05.2017.
9. Srivastava, N. Dropout: a simple way to prevent neural networks from overfitting / N. Srivastava [et al.] // J. of Machine Learning Research. – 2014. – Vol. 15. – P. 1929–1958.

REFERENCES

1. LeCun, Y. Gradient-based learning applied to document recognition / Y. LeCun [et al.] // Proc. of the IEEE. – 1998. – Vol. 86, № 11. – P. 1-46.
2. Gonsales R., Woods R. Tsifrovaya obrabotka izobrazhenii [Digital Processing of Images], M., Tekhnosfera, 2005, 1072 p.
3. Hubel, D.H. Receptive fields, binocular interaction and functional architecture in the cat's visual cortex / D.H. Hubel, T.N. Wiesel // J. Physiol. – 1962. – Vol. 160. – P. 106–154.
4. Kuzmitski N.N. *Dokladi BGUIR* [Reports of Belarusian State University of Informatics], 2012, 7, pp. 64–70.
5. Golovko V.A. *Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Newsletter of Brest State Technical University], 2016, 5(101), pp. 2–7.
6. Soldatova O.P., Garshin A.A. *Kompyuternaya optika* [Computer Optics], 2010, 34(2), pp. 252–260.
7. Ciresan, D. Multi-column deep neural network for traffic sign classification / D. Ciresan [et al.] // Neural Networks. – 2012. – Vol. 32. – P. 333–338.
8. Nielsen, M.A. Deep learning / M.A. Nielsen // Neural Networks and Deep Learning [Electronic resource]. – Determination Press, 2015. – Mode of access: <http://neuralnetworksanddeeplearning.com/chap6.html>. – Date of access: 04.05.2017.
9. Srivastava, N. Dropout: a simple way to prevent neural networks from overfitting / N. Srivastava [et al.] // J. of Machine Learning Research. – 2014. – Vol. 15. – P. 1929–1958.

Поступила в редакцию 10.07.2017

Адрес для корреспонденции: e-mail: kukharev.av@mail.ru – Кухарев А.В.