

флеш или silverlight. Кроме того для относительной устойчивости от автоматического распознавания текста вопроса, расположенного на картинке или во flash-ролике, он должен содержать элементы затрудняющие машинное распознавание, подобные используемым в настоящее время в CAPTCHA-тестах. Второй вариант реализации требует предварительного составления базы синонимов для составления вопросов или чрезмерного усложнения системы элементами семантического анализа текста. Поэтому второй вариант ограничен количеством возможных комбинации синонимов или вариантов перестановки слов, сохраняющих смысловое значение вопроса и ответов на него.

Кроме того, возможна модификация клиентской части тестирующей системы, делающая вмешательство в эту систему более затруднительным, например, с помощью add-ins модуля к браузеру. Это решение также является частичным, так как легко обходится получением выводимого программой изображения с последующим его распознаванием.

**Заключение.** Таким образом, на основе рассмотренных вопросов могут быть сформулированы следующие рекомендации при разработке и использовании клиент-серверных тестирующих систем: по возможности минимизировать количество информации передаваемой клиентской части тестирующей системы, использовать случайные величины для идентификации вопросов теста, использовать нетекстовое представление вопросов и ответов теста. В случае использования существующей системы применять в финальном варианте теста альтернативную формулировку вопросов по сравнению с пробным тестированием.

## О СВОЙСТВАХ РАДИКАЛОВ И ИНЪЕКТОРОВ ДЛЯ КЛАССОВ ХАРТЛИ

*М.Г. Семенов  
Витебск, УО «ВГУ им. П.М. Машерова»*

Все рассматриваемые группы являются конечными. В определениях и обозначениях мы следуем [1,2].

Пусть  $\Sigma = \{\pi_i : i \in I\}$  – семейство попарно различных подмножеств множества  $\mathbb{P}$  такое, что  $\mathbb{P} = \bigcap_{i \in I} \pi_i$ . Функцию  $h : \Sigma \rightarrow \{\text{классы Фиттинга}\}$  будем называть функцией Хартли или  $H$ -функцией [3]. Класс Фиттинга  $H$  назовем классом Хартли [3], если  $H = \bigcap_{i \in I} h(\pi_i)E_{\pi_i}$  для некоторой  $H$ -функции  $h$ . В этом случае мы будем говорить, что  $H$  определяется локально  $H$ -функцией  $h$ . Функцию  $h$  будем называть приведенной, если  $h(\pi_i) \subseteq H$  для всех  $i$  из  $I$ .

Особый интерес для нас будут представлять  $H$ -функции  $h$ , обладающие следующим свойством:  $h(\pi_i) \subseteq h(\pi_j)E_{\pi_j}$  для всех  $i$  и  $j$  из  $I$  ( $i \neq j$ ). Возникает следующий вопрос: для каких классов Хартли существуют функции, обладающие свойством, описанным выше? Ответ на данный вопрос дает

**Лемма 1.** *Каждый класс Хартли определяется локально такой приведенной  $H$ -функцией  $h$ , что  $h(\pi_i) \subseteq h(\pi_j)E_{\pi_j}$ , для всех  $i$  и  $j$  из  $I$  ( $i \neq j$ ).*

Хорошо известен результат (см. например [4, Теорема 1.8.18]) о том, что в классе всех конечных разрешимых групп нильпотентный радикал (или  $N$ -радикал)  $F(G)$  группы  $G$  обладает одним важным свойством, а именно для него справедливо включение  $C_G(F(G)) \subseteq F(G)$ . Данное свойство имеет широкое применение в теории разрешимых групп. Развивая этот результат, было замечено, что в классе всех  $\pi$ -разрешимых групп  $\pi$ -нильпотентный радикал (или  $N^\pi$ -радикал)  $F_\pi(G)$  тоже обладает свойством  $C_G(F_\pi(G)) \subseteq F_\pi(G)$  [2, Теорема 4.1.2].

Известно, что класс всех нильпотентных групп  $N$  и класс всех  $\pi$ -нильпотентных групп  $N^\pi$  являются локальными классами Фиттинга. В связи с этими результатами, Воробьёв Н.Т. на семинаре в Витебске в 1996 году сформулировал следующую проблему: для каких локальных классов Фиттинга  $F$  и универсумов  $U$   $F$ -радикал  $G_F$  любой группы  $G$  из  $U$  обладает свойством  $C_G(G_F) \subseteq G_F$ .

В этом направлении нами доказана следующая

**Теорема 2.** *Пусть  $H = \bigcap_{i \in I} h(\pi_i)E_{\pi_i}$ , для некоторой  $H$ -функции  $h$ . Если  $X$  – непустой класс Фиттинга такой, что  $X = \bigcap_{i \in I} h(\pi_i)E_{\pi_i}$ . Тогда для любой группы  $G \in HS$ :*

$$(1) \quad C_G(G_H/G_X) \subseteq G_H;$$

$$(2) \quad \text{если } V \text{ – } H\text{-инъектор группы } G, \text{ то } V_X = G_X;$$

$$(3) \quad \text{если } h(\pi_i) \subseteq h(\pi_j)E_{\pi_j} \text{ для всех } i \text{ и } j \text{ из } I \text{ (} i \neq j \text{) и } V \text{ – } H\text{-}$$

*инъектор группы  $G$ , то  $V_{h(\pi_i)} = G_{h(\pi_i)}$  для всех  $i$  из  $I$ .*

В качестве следствия из данной теоремы можно получить следующий хорошо известный результат:

**Следствие 3.** *Если  $G$  – разрешимая группа, то  $C_G(F(G)) \subseteq F(G)$ .*

#### Список литературы

1. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York : Walter De Gruyter: Berlin-New York, 1992. – 891 p.
2. Шеметков, Л. А. Формации конечных групп / Л. А. Шеметков. – М.: Наука, 1978. – 278 с.
3. Hartley, B. On Fisher's dualization of formation theory / B. Hartley // Proc. London Math. Soc. – 1969. – Vol.3, N.2 – P193-207.
4. Guo, W. The Theory of Classes of Groups / W. Guo. – Beijing-New York-Dordrecht-Boston-London: Science Press-Kluwer Academic Publishers, 2000. – 258 p.