

Для произвольной n -кратно ω -насыщенной формации F через $L_n^\omega(F)$ обозначается решетка всех n -кратно ω -насыщенных подформаций из F .

Пусть X – произвольная непустая совокупность групп. Пересечение всех формаций, содержащих X , обозначают $\text{form}X$ и называют формацией, порожденной X [1]. Подформация M называется дополняемой в F [4], если M дополняема в решетке подформаций формации, т. е. если в F имеется такая подформация N , что $M \cap N = (1)$, $F = \text{form}(M \cup N)$.

Доказана следующая

Теорема. Пусть F – n -кратно ω -насыщенная формация. Тогда, если формация N_p дополняема в решетке $L_n^\omega(F)$ для каждого $p \in \pi(F)$, то $F \subseteq N$.

Список литературы

1. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
2. Скиба, А.Н. Кратно ω -локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / А.Н. Скиба, Л.А. Шеметков // Матем. труды, 1999. – Т. 2, № 2. – С. 114–147.
3. Скиба, А.Н. Характеризация конечных разрешимых групп заданной нильпотентной длины / А.Н. Скиба // Вопросы алгебры. – Минск: Университетское, 1987. – Вып. 3. – С. 21–31.
4. Скиба, А.Н. О насыщенных формациях с дополняемыми насыщенными подформациями / А.Н. Скиба // Изв. вузов. Сер. Математика. – 1994. – №10. – С. 75–80.

О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ ТЕОРИИ РАДИКАЛОВ И РАДИКАЛЬНЫХ КЛАССОВ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Н.Т. Воробьев

Витебск, УО «ВГУ им. П.М. Машерова»

Классом Фиттинга или радикальным классом [1] называют класс групп F , для которого выполняются следующие условия:

(а) Если $G \in F$ и $N \trianglelefteq G$, то $N \in F$;

(б) Если $G = MN$, $M \in F$, $N \in F$ и $M, N \trianglelefteq G$, то $G \in F$.

Из условия (б) следует, что для любого непустого класса Фиттинга F и любой группы G существует наибольшая нормальная подгруппа, принадлежащая F . Ее называют F -радикалом группы G и обозначают G_F .

Основная цель настоящей работы – определить ряд открытых вопросов теории радикалов и радикальных классов, связанных с изучением структуры канонических подгрупп и их классов.

1. Проблемы существования и сопряженности F -инъекторов. Напомним, что если F – класс Фиттинга, то F -инъектором группы G называют такую подгруппу V из G , для которой $V \cap N$ является максимальной из подгрупп G , принадлежащих F , для любой субнормальной подгруппы N группы G .

В теории конечных разрешимых групп хорошо известным результатом является следующее обобщение фундаментальных теорем Силова и Холла, которое получено Гашюцом, Фишером и Хартли [2]: для любого класса Фиттинга F в лю-

бой конечной разрешимой группе G существует единственный класс сопряженных F -инъекторов.

Заметим, что теорема Гашюца-Фишера-Хартли неверна в общем случае, когда класс Фиттинга F и группа G неразрешимы. В связи с этим возникает следующая

Проблема 1.1. Пусть F разрешимый класс Фиттинга и G произвольная конечная группа. Верно ли, что в G существуют F -инъекторы?

Указанная проблема положительно решена для следующих случаев локального класса Фиттинга F : класса N всех нильпотентных групп, класса S_π всех разрешимых π -групп.

Это позволяет сформулировать следующий ослабленный вариант проблемы 1.1.

Проблема 1.2. Пусть F разрешимый локальный класс Фиттинга. Верно ли, что в любой конечной группе G существуют F -инъекторы?

2. Проблемы описания структуры классов Фиттинга. В 1974 году Локеттом [3] была выдвинута гипотеза о том, что каждый разрешимый класс Фиттинга F определяется как пересечение $F^* \cap X$ классов Фиттинга F^* и X , где F^* – наименьший из классов Фиттинга, содержащих F такой, что F^* -радикал прямого произведения групп G и H совпадает с прямым произведением F^* -радикалов этих групп, и X – нормальный класс Фиттинга.

Данная гипотеза была подтверждена автором [4] для локальных классов Фиттинга. В связи с этим актуальна

Проблема 2.1. Описать нелокальные классы Фиттинга F , для которых справедлива гипотеза Локетта.

Отметим, что если локальные классы Фиттинга F и H удовлетворяют гипотезе Локетта, то их пересечение также класс, для которого справедлива эта гипотеза. В связи с этим возникает

Проблема 2.2. Пусть F и H классы Фиттинга, для которых справедлива гипотеза Локетта. Верно ли, что гипотеза Локетта верна для пересечения классов Фиттинга $F \cap H$?

Список литературы

1. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
2. Fischer, B. Injectoren endlicher auflösbarer Gruppen / B. Fischer, W. Gaschütz, B. Hartley // Math. Z. – 1967. – Bd. 102, №5. – S. 337–339.
3. Lockett, P. The Fitting class F^* / P. Lockett // Math. Z. – 1974. – Bd. 137, №2. – S. 131–136.
4. Воробьев, Н.Т. О радикальных классах конечных групп с условием Локетта / Н.Т. Воробьев // Матем. заметки. – 1988. – Т.43, вып.2. – С. 161–168.