О ГИПОТЕЗЕ ЛОКЕТТА ДЛЯ ПРОИЗВЕДЕНИЙ РАЗРЕШИМЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

Е.Н. Залесская
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все рассматриваемые в работе группы конечны.

Классическими объектами исследования в теории классов групп и ее приложениях являются разрешимые группы. Более полуторовековая история развития теории разрешимых групп связана с крупнейшими достижениями в этой области.

Со второй половины 60-х годов важное место в теории разрешимых групп стали занимать исследования, связанные с классами Фиттинга. Напомним, что классом Фиттинга или радикальным классом называется класс групп, замкнутый относительно нормальных подгрупп и их произведений. Впервые классы Фиттинга упоминаются в статье Фишера [1] в 1966 году.

В 70-е годы XX века в теории разрешимых групп сформировался ряд проблем, связанных с построением структурной теории классов Фиттинга. Среди них центральное место занимала общая проблема определения структуры класса Фиттинга, известная в теории классов групп под названием «гипотеза Локетта».

Гипотеза (Локетт, 1974, [2]). Каждый ли класс Фиттинга F определяется как пересечение некоторого нормального класса Фиттинга и класса Локетта, порожденного F?

Напомним, что нормальный класс Фиттинга – такой класс Фиттинга F, у которого в любой группе G ее F-радикал G_{F} является F-максимальной подгруппой G. Кроме того, каждому непустому классу Фиттинга F Локетт [2] сопоставляет класс F^*, который определяется как наименьший из классов Фиттинга, содержащий F, такой, что для все групп G и H справедливо равенство $(G\times H)_{\mathsf{F}^*}=G_{\mathsf{F}^*}\times H_{\mathsf{F}^*}$, и класс F_* как пересечение всех таких классов Фиттинга X, для которых $\mathsf{X}^*=\mathsf{F}^*$. Класс Фиттинга F называют классом Локетта [2], если $\mathsf{F}=\mathsf{F}^*$.

Примечателен тот факт, что первоначально гипотеза Локетта была подтверждена для следующих отдельных случаев локального класса Фиттинга: наследственного (Брайс, Косси, 1975 г., [3]), классов вида XN, $\mathsf{XS}_\pi\mathsf{S}_{\pi'}$ (Бейдлеман, Хаук, 1979 г., [4]), классов вида $\mathsf{X}(\cap_{p\in\pi}\mathsf{S}_\pi\mathsf{S}_{\pi'})$ (Дерк, Хоукс, 1992 г., [5]). Для произвольных локальных классов Фиттинга указанная гипотеза подтверждена в разрешимом случае в 1988 году Н.Т.Воробьевым [6] и в произвольном случае в 1996 году Галледжи [7].

Для отдельных случаев частично локальных классов Фиттинга гипотеза Локетта была подтверждена Н.Т. Воробьевым, Е.Н. Залесской и Н.Н. Воробьевым в 2007 году [8], Е.Н. Залесской и Ж.П. Макаровой в 2012 году [9]. Для некоторых семейств произведений классов Фиттинга конечных групп гипотеза Локетта была подтверждена Е.Н. Залесской в 2016 году [10].

Однако проблема описания классов Фиттинга, являющихся произведениями разрешимых классов Фиттинга и удовлетворяющих гипотезе Локетта, остается по-прежнему актуальной.

Целью данной работы является описание произведений разрешимых классов Фиттинга, которые удовлетворяют гипотезе Локетта.

Материал и методы. Объектом исследования являются классы Фиттинга конечных групп. В работе используются методы теории классов Фиттинга, методы теории формаций, методы теории решеток.

Следующая теорема доказана в классе S всех конечных разрешимых групп.

Теорема. Пусть X и Y – разрешимые классы Фиттинга, причем $\mathsf{S}_*\subseteq\mathsf{XY}$. *Тогда класс* XY удовлетворяет гипотезе Локетта.

Список литературы

1. Fischer, B. Klassen konjugirter Untergruppen in endlichen auflosbaren Gruppen / B. Fischer. - Habilitationsschrift, Universitat Frankfurt (M). – 1966.
2. Lockett, P. The Fitting class F* / P.Lockett. – Math. Z. – 1974. – Vol.137, №2. – P. 131-136.
3. Bryce, R.A. A problem in Theory of normal Fitting classes / R.A. Bryce, J. Cossey // Math. Z. – 1975. – Vol. 141, №2. – P. 99-110.
4. Beidleman, J.C. Uber fittingklassen und Lockett-Vermutung / J.C. Beidleman, P. Hauck // Math. Z. – 1979. Bd.167, №2. – S. 161-167.
5. Doerk, K. Finite solvable groups / K. Doerk, T. Hawkes // Walter de Gryeter. – 1992. – New York, Berlin. – 891p.
6. Воробьев, Н.Т. О радикальных классах конечных групп с условием Локетта / Н.Т. Воробьев // Матем. заметки. – 1988. – Т.43, №2. – С. 161-168.

7. Gallego, M.P. Fitting pairs from direct limits and the Lockett conjecture / M.P. Gallego // Comm. Algebra - 1996 - Vol.24, №6. – P. 2011-2023.
8. Воробьев, Н.Т. О проблемах структуры классов Фиттинга / Н.Т. Воробьев, Е.Н. Залесская, Н.Н. Воробьев // Веснік ВДУ. – 2007. – №2 (44). – С. 105-108.
9. Залесская, Е.Н. О гипотезе Локетта для классов Фиттинга конечных групп / Е.Н. Залесская, Ж.П.Макарова // Веснік ВДУ. – 2012. – №6. – С.15-19.
10. Залесская, Е.Н. Гипотеза Локетта для произведений классов Фиттинга конечных групп / Е.Н. Залесская // Веснік ВДУ. – 2016. – №1. – С. 5-8.

ПОСТРОЕНИЕ И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В ЛЕСОПРОМЫШЛЕННОМ КОМПЛЕКСЕ

В.В. Игнатенко
Минск, БГТУ

Основой любого развитого государства является мощная экономика, но она немыслима без точных наук, краеугольным камнем которых является математика. Используя математические методы, строятся математические модели для технологических процессов, технических устройств, экономических задач и т.д. Решая эти модели и проводя анализ полученных решений, принимаются производственные решения, которые позволяют вести эффективное управление тем или иным процессом. Эта задача особенно актуальна на современном этапе развития экономики.

Цель работы – показать, как можно строить и использовать стохастические математические модели в лесопромышленном комплексе.

Материал и методы. В качестве объекта исследования рассматриваются лесопромышленные систем без запаса древесины. К ним могут относиться: сортировочные лесотранспортеры, окорочные станки, лесопильные рамы и другие [1, с. 96-116]. Математические модели строятся методами теории массового обслуживания с использованием дифференциальных уравнений Колмогорова для состояний системы [2].

Результаты и их обсуждение. Пусть лесопромышленная система состоит только из одного станка и к нему поступает на обработку пуассоновский поток предметов труда с интенсивностью λ_1, зависящий, в общем случае, от времени $\lambda_1 = \lambda_1(t)$.

Обработка предмета труда осуществляется с изменяющейся продолжительностью цикла $t_ц$, распределенного по показательному закону с параметром $\mu_1 = \mu_1(t)$.

Запишем математическую модель задачи. Функционирование рассматриваемой системы можно представить следующей схемой (графом) состояний:

$$\boxed{S_0} \underset{\mu_1}{\overset{\lambda_1}{\rightleftarrows}} \boxed{S_1}$$

Система может находиться в следующих состояниях: S_0 – оборудование исправно и простаивает из-за отсутствия предметов обработки по организационным причинам; S_1- оборудование осуществляет обработку предмета труда.

Обозначим вероятности состояния S_0 как $P_0(t)$, а S_1 как $P_1(t)$. Для любого времени функционирования системы t: $P_0(t)+ P_1(t)=1$.

Математическая модель функционирования системы представляет собой систему дифференциальных уравнений Колмогорова

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0}{dt} = -\lambda_1 P_0 + \mu_1 P_1 \\ \dfrac{dP_1}{dt} = -\mu_1 P_1 + \lambda_1 P_0 \end{cases}$$

В первое уравнение системы подставим вместо P_1 его выражение $P_1=1-P_0$, тогда