Основной результат представляет следующая

Теорема. *Пусть* F – *класс Фиттинга и* $\mathsf{F} = CR_{\mathsf{L}}(f)$, *где* $f(A) = \mathsf{F}$ *для всех* $A \in \mathsf{L}^{-} \cup \{\mathsf{L}'\}$ *и* $G \notin \mathsf{F}$. *Тогда либо* $G^{\mathsf{G}_{\mathsf{L}}} \nsubseteq G_{\mathsf{F}}$, *либо найдется* $A \in \mathsf{L} \cap \mathcal{K}(G/G_{\mathsf{F}})$, *такая, что* $G^{\mathsf{G}_{cA}} \notin f(A)$.

Список литературы

1. Скиба, А. Н. Алгебра формаций / А. Н. Скиба. – Минск : Беларуская навука, 1997. − 240 с.
2. Воробьев, Н. Н. Алгебра классов конечных групп / Н. Н. Воробьев. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2012. – 322 с.
3. Скиба, А. Н. Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / А. Н. Скиба, Л. А. Шеметков // Матем. труды. − 1999. − Т. 2, № 2. – С. 114–147.
4. Скиба, А. Н. Кратно L-композиционные формации конечных групп / А. Н. Скиба, Л. А. Шеметков // Украинский матем. журн. − 2000. − Т. 52, № 6. – С. 783–797.
5. Ведерников, В. А. Ω-расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп / В. А. Ведерников, М. М. Сорокина // Дискретная математика. – 2001. – Т. 13, вып. 3. – С. 125–144.

О КЛАССАХ СОПРЯЖЕННЫХ ИНЪЕКТОРОВ π-РАЗДЕЛИМЫХ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Н.Т. Воробьев, Т.Б. Василевич
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Все группы, рассматриваемые в данной работе, конечны. В теории конечных разрешимых групп известна теорема Гашюца-Фишера-Хартли [1] о том, что для любого класса Фиттинга F в любой конечной разрешимой группе существуют F-инъекторы и любые два из них сопряжены в этой группе. Данная теорема является обобщением фундаментальных теорем Силова и Холла.

Развитию и обобщению указанной теоремы были посвящены работы Л. А. Шеметкова [2], Н. Т. Воробьева и Го Вэньбиня [3], в которых найдены инъекторы и описано их строение, а также доказана сопряженность инъекторов в частично разрешимых (в частности π-разрешимых) группах.

В настоящей работе мы находим канонические классы сопряженных инъекторов в группах, которые в общем случае не являются π-разрешимыми. Напомним, что конечная группа G называется *π-разделимой*, если каждый ее главный фактор является либо π-группой, либо π'-группой.

Основная цель настоящей работы – нахождение классов сопряженных F-инъекторов в любой π-разделимой группе.

Материал и методы. Напомним, что *классом групп* [4] является множество групп, которое вместе с каждой своей группой содержит все изоморфные ей группы. *Классом Фиттинга* [4] называют класс групп F, замкнутый относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных F-подгрупп.

Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, а π – некоторое подмножество множества $\mathbb{P}$. Дополнение к π во множестве $\mathbb{P}$ обозначим через π', то есть $\pi' = \mathbb{P}\backslash\pi$. Подгруппу H группы G называют *холловой π-подгруппой G*, если порядок группы G является π-числом, а ее индекс в G – π'-число, индекс такой π-подгруппы не делится на простые числа из множества π.

Если F – непустой класс Фиттинга, то F-*радикалом* G_{F} группы G называют наибольшую среди нормальных подгрупп группы G, принадлежащих F. Произведением классов Фиттинга F и H, обозначаемым FH, называется класс всех таких групп G, что $G/G_{\mathsf{F}} \in \mathsf{H}$, то есть

$$\mathsf{FH} = (G \mid G/G_{\mathsf{F}} \in \mathsf{H}).$$

Для каждого непустого класса групп F, подгруппа V группы G называется F-*максимальной*, если $V \in \mathsf{F}$ и $V=U$ всякий раз, когда $V \le U \le G$ и $U \in \mathsf{F}$. Подгруппа V группы G называется F-*инъектором G*, если $V \cap K$ является F-максимальной подгруппой K для всякой субнормальной подгруппы K группы G [4].

Характеристика класса X определяется следующим образом

$$\mathrm{Char}(\mathsf{X}) = \{p \mid p \in \mathbb{P} \text{ и } Z_p \in \mathsf{X}\}.$$

Заметим, что максимальная нормальная π-подгруппа (максимальная нормальная π'-подгруппа) G называется π-радикалом группы G и обозначается G_{E_π} или $O_\pi(G)$ (π'-радикалом G и обозначается $G_{\mathsf{E}_{\pi'}}$ или $O_{\pi'}(G)$ соответственно), где E_π и $\mathsf{E}_{\pi'}$ – классы Фитинга всех π-групп и всех π'-групп.

Результаты и их обсуждение.

ТЕОРЕМА. Пусть F и X – классы Фиттинга, G – π-разделимая группа и $\prod \neq \pi \subseteq \mathbb{P}$. Тогда справедливо одно из следующих утверждений:

1. Если $\mathsf{F} = \mathsf{E}_{\pi}\mathsf{X}$ и $\mathrm{Char}(\mathsf{X}) = \pi'$, то G имеет единственный класс сопряженных F-инъекторов и каждый F-инъектор G представим в виде $O_{\pi}(G)V$, где V – X-инъектор некоторой холловой π'-подгруппы.
2. Если $\mathsf{F} = \mathsf{E}_{\pi'}\mathsf{X}$ и $\mathrm{Char}(\mathsf{X}) = \pi$, то G имеет единственный класс сопряженных F-инъекторов и каждый F-инъектор G представим в виде $O_{\pi'}(G)V$, где V – X-инъектор некоторой холловой π-подгруппы.

Напомним, что группа G называется *p-нильпотентной*, если G имеет нормальную холлову p'-подгруппу и G называется *π-нильпотентной*, если G p-нильпотентна для всех $p \in \pi$. Группа, имеющая нормальную π-холлову подгруппу называется *π-замкнутой* группой.

СЛЕДСТВИЕ 1. Каждая π-разрешимая группа имеет единственный класс π-нильпотентных инъекторов.

СЛЕДСТВИЕ 2. Каждая π-разрешимая группа имеет единственный класс π-замкнутых инъекторов.

Заключение. В настоящей работе найдены новые классы сопряженных F-инъекторов в π-разделимой группе.

Список литературы

1. Fischer, B. Injektoren endlicher auflösbarer Gruppen / B. Fischer, W. Gaschütz, B. Hartley // Math.Z. –1967. – Bd 102, Heft 5. – S. 337–339.
2. Шеметков, Л. А. О подгруппах π-разрешимых групп / Л. А. Шеметков // Конечные группы. – 1975. – С. 207–212.
3. Guo, W. On injectors of finite soluble groups / W. Guo, N.T. Vorob'ev // Comm. Algebra. – 2008. – Vol. 36. – P. 3200–3208.
4. Doerk, K. Finite solvable groups / K. Doerk, T. Hawkes // Berlin–New York : Walter de Gruyter. – 1992. – P.891.

О ФОРМАЦИЯХ ДЁРКА–ХОУКСА

С.Н. Воробьев

Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

В теории классов конечных групп многие исследования по описанию структуры конечных групп и их классов связаны с применением оператора Локетта «*» [1]. Напомним, что оператор «*» сопоставляет каждому непустому классу Фиттинга F наименьший из классов Фиттинга F^*, содержащий F такой, что $(G\times H)_{\mathsf{F}^*}=G_{\mathsf{F}^*}\times H_{\mathsf{F}^*}$ для всех групп G и H. При этом класс Фиттинга F – класс групп, замкнутый относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных F-подгрупп. Если F – непустой класс Фиттинга, то символом G_{F} обозначают наибольшую нормальную F-подгруппу группы G. Ее называют F-радикалом группы G.

Дуальным объектом классу Фиттинга является формация, а F-радикалу группы – ее F-корадикал. Класс групп F называется формацией, если F замкнут относительно гомоморфных образов и подпрямых произведений. Подгруппу G^{F} называют F-корадикалом группы G, если G^{F} наименьшая из нормальных подгрупп G такая, что факторгруппа G/G^{F} является F-группой.

Пусть f – отображение множества всех простых чисел P во множество классов Фиттинга и класс Фиттинга $\mathrm{LR(f)}=\mathsf{S}_{\pi}\cap(\cap \mathrm{f}(p)\mathsf{N}_p\mathsf{S}_{p'})$, где N_p – класс всех p-групп, $\mathsf{S}_{p'}$ – класс всех p'-групп ($p'= \mathrm{P}/\{p\}$) и $\pi=\{p\in \mathrm{P}: \mathrm{f}(p)\neq 0\}$.

Класс Фиттинга F называют локальным [2], если $\mathsf{F}=\mathrm{LR(f)}$. При этом отображение f называют функцией Хартли или H-функцией класса F.

Известно [3], что каждый локальный класс Фиттинга F определяется такой H-функцией F, что $\mathrm{F}(p)=\mathrm{F}(p)\mathsf{N}_p\subseteq\mathsf{F}$ для всех $p\in \mathrm{P}$. Такую H-функцию называют канонической H-функцией класса F.

Дуализируя результаты Локетта [1], Дерком и Хоуксом [4] был определен оператор «°», который сопоставляет каждой непустой формации F наименьшую формацию F°, содержащую F такую, что $(G\times H)^{\mathsf{F}^{\circ}}= G^{\mathsf{F}^{\circ}}\times H^{\mathsf{F}^{\circ}}$ для всех групп G и H.

Определение. Формацию F назовем формацией Дерка-Хоукса или DH-формацией, если $\mathsf{F}= \mathsf{F}^{\circ}$.