

результат верен и в классе \mathcal{S}^π всех π -разрешимых групп в предположении, что формация \mathcal{F} будет π -насыщенной.

Работа выполнена при частичной поддержке Фонда Сороса - Беларусь.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Lockett P.** On the theory of Fitting classes. // Math. Z. 1973. Bd.131, №3. P.103-115.
2. **Doerk K. and Hawkes T.** Ein Beispiel aus der Theorie der Schunckklassen. // Arch. Math. 1978. Vol.31. P.539-544.
3. **Galleo M.** A note on Hall operators for Fitting classes. // Bull. London Math. Soc. 1985. Vol.17. P.248-252.
4. **Чунихин С.А.** Подгруппы конечных групп. Мн., Наука и техника, 1964.
5. **Шеметков Л.А.** Формации конечных групп. М., Наука, 1978.
6. **Doerk K. and Hawkes T.** Finite soluble groups. W. de Gruyter. Berlin-N.Y., 1992.
7. **Brewster B.** \mathcal{F} -projectors in finite π -solvable groups. // Arch. Math. 1972. Vol.23, №2. P.133-138.

S U M M A R Y

In a present paper it is proved that a class of all those solvable groups in which every \mathcal{F} -projector contains some normal (into \mathcal{F} -projector) Hall's π -subgroup is a local formation. Besides a local screen of such formation is described.

УДК 517.97+519.21+612+616

А.А. Чиркин, В.Т. Приставко,
И.В. Солдатенко, А.А. Чиркина

К математической теории ЛИПИДНЫХ СИСТЕМ

Рассмотрим основы математической теории липидных систем на примере радиационно-экологических дислиппротеинемий, исследования которых послужили началом синтеза математических моделей липидных систем.

Анализ медицинской ситуации в постчернобыльский период показал, что среди нестохастических последствий аварии на ЧАЭС видное место будут занимать клинические проявления атеросклероза [1, с.144-145; 2, с.170-186]. В 1994 году была сформулирована концепция ускоренного развития атеросклероза при действии комплекса неблагоприятных факторов аварии на ЧАЭС [3, с.89]. В патогенезе этого патологического состояния ведущую роль играют нарушения липидтранспортной системы (ЛТС), так называемые радиационно-экологические дислиппротеинемии — ДЛП [4, с.108; 5, с.93-96]. В эксперименте показано, что изолированный радиационный фактор (внешнее гамма-облучение) способен вызывать транзиторную ДЛП [6, с.24-28; 7, с.46-50]. Дислиппротеинемия отражает сложные взаимоотношения в функционировании ЛТС, включающей механизмы прямого и обратного транспорта холестерина. Существующий аппарат математико-статистических методов анализа

параметров ЛТС не позволяет получить обобщенную характеристику этой сложной системы, что существенно усложняет оперативную оценку ее роли при действии разнообразных экзогенных и эндогенных факторов [8, с.46-47]. Отсюда возникла задача синтеза математической модели ЛТС при развитии радиационно-индуцированных ДЛП, характеризуемых множеством показателей.

В качестве экспериментальных данных были взяты исследования на 210 крысах-самцах, подвергнутых однократному воздействию внешнего гамма-облучения в дозах 0.25-5.0 Гр. В сыворотке крови контрольных и облученных животных определяли содержание свободного и эфирносвязанного холестерина; холестерина липопротеинов высокой (Х-ЛПВП), низкой (Х-ЛПНП) и очень низкой (Х-ЛПОНП) плотности; белково-липидный состав ЛПВП и апо-В-содержащих микропротеинов, активность лецитин-холестерина-цилтрансферазы (ЛХАТ). Все методы и основной фактический материал, использованный для математической и машинной обработки, приведены в предшествующей статье [7, с.46-50]. Синтез математической модели ЛТС производился в три этапа.

Этап 1. Вычисление значимости отдельных изучаемых показателей для характеристики прямого и обратного транспорта холестерина (ПТ, ОТ). Для этого использовали уравнение линейной функции многомерного статистического анализа [10, 13, с.11-114]:

$$F(x) = \sum_{k=1}^m \alpha_k x_k \quad (1)$$

где α_k — неизвестные (весовые) коэффициенты k-го показателя объекта X. Принято, что x_k — показатели объекта X представляют собой экспериментально наблюдаемые данные (Х-ЛПВП, Х-ЛПНП и т.д.) из многомерной генеральной нормально распределенной совокупности. Неизвестные коэффициенты α_k определяются [10, с.440-445] по критерию максимального значения отношения дисперсии межклассового различия значений показателей объекта X к их общему рассеиванию:

$$\alpha_k = \sum_{i=1}^m (M[X_i] - M[S_i]) \gamma_{ik}^{-1} \quad (2)$$

где γ_{ik}^{-1} — элемент обратной матрицы ковариаций (рассеяния), а S_i — стандартные значения (значения показателей интактных крыс) показателей X_i . Расчеты на ПЭВМ показали, что коэффициенты X_k прямого и обратного транспорта холестерина имеют значения, представленные в таблице 1.

Исследования проводились по 14 показателям сыворотки крови. В таблице 1 приведены наиболее значимые.

**Величины коэффициента α_k для ЛТС сыворотки крови
облученных крыс**

ПРЯМОЙ ТРАНСПОРТ			ОБРАТНЫЙ ТРАНСПОРТ		
№	α_k	ПОКАЗАТЕЛЬ	№	α_k	ПОКАЗАТЕЛЬ
1	0.14787	Х-ЛПОНП	1	0.62562	Х-ЛПВП
2	0.79021	Х-ЛПНП	2	- 0.00163	БЕЛКИ ЛПВП
3	0.20190	БЕЛКИ ЛПНП+ЛПОНП	3	- 0.00101	ЛИПИДЫ ЛПВП
4	0.55941	ЛИПИДЫ ЛПНП+ЛПОНП	4	0.14856	СВОБОДНЫЙ ХОЛЕСТЕРИН
			5	0.76585	ЛХАТ

Из данных таблицы 1 следует, что при расчете показателя $F(X)$ для прямого транспорта холестерина наиболее значимыми показателями являются Х-ЛПНП и липиды апо-В-содержащих липопротеинов (ЛПОНП + ЛПНП). Для обратного транспорта холестерина — наиболее значимыми могут быть активность ЛХАТ и Х-ЛПВП.

Этап 2. Вычисление интегрального показателя, характеризующего прямой или обратный транспорт холестерина. Каждый из этих двух процессов можно охарактеризовать отношением величины конечного компонента транспорта к сумме величин начального и конечного компонентов:

$$\text{ИП(ПТ)} = \frac{X - \text{ЛПНП}}{(X - \text{ЛПОНП}) + (X - \text{ЛПНП})}, \quad (3)$$

$$\text{ИП(ОТ)} = \frac{X - \text{ЛПВП}}{\text{ЛХАТ} + (X - \text{ЛПВП})}$$

где ИП(ПТ) — показатель прямого, ИП(ОТ) — обратного транспорта холестерина, ЛХАТ — количество Х-ЛПВП на выходе клетки. Хорошо известны патологические состояния, при которых отсутствует Х-ЛПНП (семейная абеталипопротеинемия), Х-ЛПВП (семейный дефицит ЛПВП-транспортная болезнь), ЛХАТ (семейный дефицит ЛХАТ), а также имеются различные отклонения в величинах этих параметров при ДЛП [11].

Простейший математический анализ формулы 3 показывает, что при значениях Х-ЛПНП и Х-ЛПВП равных 0 величины ИП(ПТ и ОТ)=0; при значениях Х-ЛПОНП или ЛХАТ равных 0, величины ИП(ПТ и ОТ)=1. Таким образом представляется возможность охарактеризовать прямой или обратный транспорт величинами обобщенных показателей в координатах [0;1].

Абстрагируясь от данного явления, введем понятие липидной системы и липидности.

Определение 1. Липидной системой будем называть объект X , компонента фазовой траектории которого изменяется на отрезке [0;1], характеризующим рождение объекта ($t = 0$; $X_t = 1$).

Определение 2. Компонента фазовой траектории X_t липидной системы X , принимающая значения на отрезке $[0;1]$, называется липидностью системы.

Липидность системы будем обозначать символом $L_p(X)$, $L_p(X) = x_t$. Из данных определений и формулы (1) следует, что липидность любого многомерного объекта X можно определить следующим отношением:

$$L_p(X) = (F(X) - F_m) / (F_M - F_m), \quad (4)$$

где $F_M = \sup(F(X))$, $F_m = \inf(F(X))$.

Этап 3. Вычисление показателя характеризующего ЛТС в целом. Будем характеризовать ЛТС отношением суммы величин конечных компонент транспорта к сумме величин начальных и конечных компонент. Тогда, так как показатели (X-ЛПНП, X-ЛПВП, X-ЛПОНП, ЛХАТ) физиологически являются несовместимыми событиями, характеризующими ЛТС, получаем:

$$\text{ИП(ЛТС)} = \frac{\text{ИП(ПТ)}P(\text{ПТ}) + \text{ИП(ОТ)}P(\text{ОТ})}{P(\text{ПТ} + \text{ОТ})}, \quad (5)$$

где P — вероятность события.

Вывод формулы (5). Пусть (Ω, F, P) — заданное конечное вероятностное пространство и $A \in F$ некоторое событие. Пусть

$$A = \{A_1, A_2, A_3, A_4\} \text{ есть разбиение}$$

$$\Omega(A_i \in F, P(A_i)) > 0 \quad i = 1, 2, 3, 4, A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = \Omega$$

и $A_i \cap A_j = \emptyset$ при $i \neq j$. Тогда события A_i образуют полную группу несовместных событий [12]. В нашем случае: A_1 — X-ЛПНП, A_2 — X-ЛПОНП, A_3 — X-ЛПВП, A_4 — ЛХАТ. Введем для простоты изложения обозначения: $\text{mer}(X\text{-ЛПНП}) = x_1$, $\text{mer}(X\text{-ЛПОНП}) = x_2$, $\text{mer}(X\text{-ЛПВП}) = x_3$, $\text{mer}(ЛХАТ) = x_4$. Вполне очевидно, что применив геометрическое определение вероятности события и разделив числитель и знаменатель отношений (3) на $\text{mer}(\Omega) = S$, получим:

$$\begin{aligned} \text{ИП(ПТ)} &= \frac{x_1}{x_1 + x_2} = \frac{x_1 / S}{x_1 / S + x_2 / S} = \frac{P(x_1 | A_1)}{P(x_1 + x_2 | A_1 + A_2)}, \\ \text{ИП(ОТ)} &= \frac{x_3}{x_3 + x_4} = \frac{x_3 / S}{x_3 / S + x_4 / S} = \frac{P(x_3 | A_3)}{P(x_3 + x_4 | A_3 + A_4)}, \quad (6) \end{aligned}$$

где $P(x_i | A_i)$ — условная вероятность).

Аналогично, рассматривая ИП(ЛТС) как отношение суммы конечных компонент транспорта холестерина к сумме всех компонент (что и является основной новизной данной работы в биохимии), получим

формулу (5). Данная формула дает возможность оценивать ЛТС как индивидуального объекта, так и группы.

Результаты математической обработки представлены в таблице 2.

Таблица 2.

Величины интегральных показателей липидтранспортной системы при развитии радиационно-индуцированной дислипидотеинемии

ГРУППА ЖИВОТНЫХ	СРОКИ НАБЛЮДЕНИЯ				
	3 с.	10 с.	17 с.	30 с.	7 мес.
КОНТРОЛЬ	$\frac{0.50 - 0.50}{0.50}$	—	—	—	$\frac{0.68 - 0.67}{0.68}$
0.25 Гр.	$\frac{0.52 - 0.62}{0.57}$	$\frac{0.65 - 0.53}{0.61}$	$\frac{0.94 - 0.83}{0.90}$	$\frac{0.72 - 0.42}{0.61}$	$\frac{0.82 - 0.66}{0.72}$
0.50 Гр.	$\frac{0.52 - 0.61}{0.55}$	$\frac{0.50 - 0.71}{0.59}$	$\frac{0.83 - 0.79}{0.81}$	$\frac{0.58 - 0.43}{0.53}$	$\frac{0.79 - 0.61}{0.71}$
1.00 Гр.	$\frac{0.74 - 0.62}{0.69}$	$\frac{0.64 - 0.61}{0.64}$	$\frac{0.96 - 0.99}{0.96}$	$\frac{0.53 - 0.41}{0.48}$	$\frac{0.67 - 0.51}{0.62}$
5.00 Гр.	$\frac{0.67 - 0.49}{0.58}$	$\frac{0.68 - 0.76}{0.71}$	$\frac{0.79 - 0.89}{0.79}$	$\frac{0.53 - 0.65}{0.52}$	$\frac{0.70 - 0.67}{0.63}$

Применение: Числитель — величина ИП(ПТ) и ИП(ОТ). Знаменатель — величины ИП(ЛТС).

Установлено, что с возрастом нарастают величины, ИП(ПТ), ИП(ОТ) и ИП(ЛТС) в равной степени. Это указывает на то, что экспортная функция печени (Х-ЛПОНП) и функция снятия холестерина с мембран клеток (ЛХАТ) [11] с возрастом угасают синхронно. В ранние сроки после облучения (3 суток) в липидтранспортной системе выявлены изменения как обратного (0.25, 0.5 Гр), так и прямого (1, 5 Гр) транспорта холестерина. Судя по данным таблицы 2, однократное внешнее гамма-облучение вызывает транзиторную дислипидотеинемии с максимумом на 17-е сутки, характеризуемую резким увеличением значений всех трех интегральных показателей — ИП(ПТ, ОТ, ЛТС). Эти изменения можно расценить как проатерогенные. Наибольшие нарушения ЛТС обнаружены в это время у крыс, облученных в дозе 1 Гр. Спустя 30 суток после облучения в дозах 0.25 - 1.0 Гр, обнаружено уменьшение ИП(ОТ), что может указывать на дефицит антиатерогенных ЛПВП. Через 7 месяцев у крыс, облученных в дозах 0.25 и 0.5 Гр, выявлено увеличение значений ИП(ПТ), вероятно связанное с недостаточной эффективностью ЛХАТ-системы. Эти данные обосновывают целесообразность гепатотропной терапии в условиях воздействия относительно низких доз ионизирующего излучения.

Из введенных определений и вывода формулы (5), вполне очевидно, имеет место основная теорема математической теории липидных систем:

Теорема. Теорема сложения. Липидность суммы двух несовместных объектов равна отношению суммы произведений липидностей этих объектов на соответствующую им вероятность к вероятности их суммы:

$$Lp(A+B) = \frac{Lp(A)P(B) + Lp(B)P(A)}{P(A+B)}$$

Примечание. Математическое моделирование показало, что липидность ЛТС в периоде транзисторной радиационно-индуцированной дислипидотеинемии описывается линейной системой стохастических дифференциальных уравнений 3-го порядка с постоянными коэффициентами и изменяется в пределах от 0,4 до 0,9 по шкале жизни ($[0; 1]$).

Заключение. Использование ИП позволяет дать суммарную характеристику транспорта холестерина, определить и охарактеризовать ДПП и обосновать направленную корректирующую терапию в динамике. Приведенные материалы показывают возможность оперативного контроля за состоянием ЛТС при развитии радиационно-индуцированной дислипидотеинемии. Вполне очевидно из вышеизложенных определений и теоремы следуют теоремы сложения липидностей совместных объектов, умножения липидностей и т.д., что открывает широкие возможности применения всего аппарата теории вероятностей и математической статистики в решении целого ряда проблем качественной и количественной оценки липидной фазы живых систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чаяло П.П., Мойбенко А.А., Чобатько Г.М.* // Всесоюзная конф. "Радиобиологические последствия аварии на Чернобыльской АЭС" (Тез. докл.) 1991, Минск.
2. *Чиркин А.А., Конопля Е.Ф., Степаненко Н.И.* и др. // Катастрофа на Чернобыльской АЭС и оценка состояния здоровья населения Республики Беларусь, 1991, Минск.
3. *Chirkin A., Konevalova N., Kulikow V.* et al. // XXX Zjazd Polskiego Towarzystwa Biochemicznego. 1994, Szczecin.
4. *Chirkin A.A., Konevalova N.Y.* // 20th Meeting of the FEBS. Abstracts. 1990, Budapest.
5. *Чаяло П.П., Чобатько Т.М., Шименис И.В., Преварский Б.П.* // Укр. биохим. журн. 1991. Т.63, N 6.
6. *Чиркин А.А., Коневалова Н.Ю., Гребенников И.Н.* и др. // Вопр. мед. химии, 1994. Т.40, N 2.
7. *Янушевский Д.С., Коневалова Н.Ю., Чиркин А.А.* и др. // Весці АН Беларусі, Сер. Біял. навук. 1992, N 3-4.
8. *Чиркин А.А., Приставко В.Т., Коневалова Н.Ю.* и др. // Актуальные вопросы гепатологии. 1994, Гродно.
9. *Приставко В.Т., Рабкин М.С., Чиркин А.А.* // 1-я респ. конф., "Информатика в медицине", 1992, Минск.
10. *Кендалл М., Стюарт А.* Многомерный статистический анализ и временные ряды. М., 1976.
11. *Лопухин Ю.М., Арчаков А.И., Владимиров Ю.А., Коган Э.М.* Холестериноз. М., 1983.
12. *Ширяев А.Н.* Вероятность. М., 1980.
13. *Приставко В.Т., Чиркина А.А.* // III Международный семинар "Негладкие и разрывные задачи управления. Оптимизации и их приложения". Санкт-Петербург, 1995. Ч. II.

S U M M A R Y

Introduction of new mathematical concepts of lipidity and lipid-relativity spase is given ground. A lipid phase model of living systems can be created with the help of these concepts using the relativity theory, mathematical statistics, multi-factored analysis.