Здесь $\| \|_1$ — норма функций в пространстве $L^1(R)$.

Справедливость теоремы 2 вытекает из (3.17).

Замечание 3. Покажем, что теорема 2 является точной. Рассмотрим задачу Коши для уравнения (1.1) с начальным условием

$$u(x, 0) = u_s(x). \tag{3.18}$$

Тогда задача (1.1), (3.18) имеет классическое решение $u_s(x)$ и ограниченное при любом $t > 0$ обобщенное решение, удовлетворяющее оценке (1.7). Таким образом, при замене в (1.8) $\varepsilon(x)$ на положительную постоянную единственности задачи Коши может не быть.

ЛИТЕРАТУРА

1. ***Kamin S., Peletler L.A., Vazquez J.L.*** A nonlinear diffusion — absorption equation with unbounded initial data. // Nonlinear Diffusion Equations and Their Equilibrium States. 1992. V.3. P.243-263.
2. ***McLeod J.B., Peletler L.A., Vazquez J.L.*** Solutions of a nonlinear ODE appearing in the theory of diffusion and absorption. // Differ. and Integral Equat. 1991. V.4. P.1-14.
3. ***Гладков А.Л.*** Задача Коши для некоторых вырождающихся квазилинейных параболических уравнений с поглощением. // Сибирский матем. журнал. 1993. Т.34. № 1. С. 47-64.
4. ***Vazquez J.L., Walias M.*** Existence and uniqueness of solutions of diffusion — absorption equations with general data. // Differ. and Integral Equat. 1994. V.7. № 1. P.15-36.
5. ***Gladkov A.L.*** Cauchy problem for equations of nonlinear heat conductibility with convection in classes of growing functions. // Pitman Research Notes in Mathematics Series. 1995. V. 325. P.106-119.
6. ***Гладков А.Л.*** О задаче Коши в классах растущих функций для уравнения фильтрации с конвекцией. // Матем.сборник. 1995. Т.186. № 6.
7. ***Гладков А.Л.*** О неограниченных решениях нелинейного уравнения теплопроводности с силовой конвекцией на бесконечности. // Журнал вычислит. математики и матем. физики. 1996. Т. 36. № 10. С.35-56.

S U M M A R Y

The existence and uniqueness theorems of the solution of the Cauchy problem in the classes of growing at an infinity functions for the equations of nonlinear heat conductibility with convection and absorption terms are proved. The exactness of the obtained results is showed too.

УДК 519.44

В.Г.Сементовский

Дисперсивные инъекторы конечных групп

Классом Фиттинга называется класс групп $\mathfrak{F}$, замкнутый относительно нормальных подгрупп и их произведений. Подгруппа V группы G называется $\mathfrak{F}$-инъектором группы G, если для любой нормальной в G подгруппы N $V \cap N$ будет максимальной в N $\mathfrak{F}$-подгруппой.

Доказано, что во всякой разрешимой группе G для любого класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ существует единственный класс сопряженных $\mathfrak{F}$ -инъекторов [1].

В настоящей работе исследуется связь между существованием дисперсивных инъекторов произвольной конечной группы и существованием холловских подгрупп этой группы.

Пусть $\Delta = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_i, \ldots)$ — некоторое линейно упорядоченное разбиение множества всех простых чисел, и γ — линейное упорядочение множества Δ.

Обозначим $\sigma_j = \bigcup_{1}^{j} \pi_i$, где i = 1, 2,... . Если для любого j в группе G существует нормальная σ_j-холловская подгруппа, то группу G назовем γ-дисперсивной. Для фиксированного упорядочения γ множества Δ множество всех γ-дисперсивных групп является S-замкнутым классом Фиттинга.

В работе доказано, что если для любого π_i из Δ в группе G существуют π_i-холловские подгруппы, а для любого σ_j — σ_j -холловские и σ'_j-холловские подгруппы, то в G существует по крайней мере один γ-дисперсивный инъектор. Изучено строение таких инъекторов. Полученная информация является новой даже в случае разрешимых групп.

Терминология работы общепринята. Все рассматриваемые группы — конечны.

Определение 1. Пусть А и В — некоторые подгруппы группы G. Если С и D — подгруппы из А, нормализуются подгруппой В, то, очевидно, подгруппа <C, D> тоже нормализуется подгруппой В. Итак, в группе G существует единственная подгруппа, порождённая всеми подгруппами из А, нормализующимися подгруппой В. Обозначим эту подгруппу через $M_A(B)$. Согласно определению $M_A(B)$ будет максимальной среди всех подгрупп из А, нормализующихся подгруппой В.

Определение 2. Пусть А и В — подгруппы группы G. Подгруппу $Ker_B(A) = \bigcap_{b\in B} A^b$ назовем ядром подгруппы А соотносительно В. Очевидно, $Ker_B(A)$ будет подгруппой из А, нормализующейся подгруппой В.

Лемма 1. Пусть А и В — подгруппа группы G. Тогда :

1) $M_A(B) = Ker_B(A)$;

2) если АВ = ВА, то $M_A(B)$ нормальна в АВ.

Доказательство. 1) Так как $Ker_B(A)$ нормализуется подгруппой В, то согласно определению 1 $Ker_B(A) \subseteq M_A(B)$.

Докажем обратное включение. Обозначим $M = M_A(B)$. Так как $M = M^b$ для любого элемента b из В, то $M \subseteq A^b$ для любого b из В. Тогда $M \subseteq \bigcap_{b\in B} A^b = Ker_B(A)$. Итак, $M_A(B) = Ker_B(A)$, и 1) доказано.

2) В случае перестановочности подгрупп А и В получим $Ker_B(A) = Ker_{AB}(A)$, где $Ker_{AB}(A)$ — ядро подгруппы А в АВ. Тогда $Ker_B(A) = M_A(B) \trianglelefteq AB$, и 2) доказано.

Лемма доказана.

Лемма 2. Пусть для некоторого множества простых чисел π группа G представима в виде $G = G_\pi\ G_{\pi'}$. Тогда $M_{G_\pi}(G_{\pi'}) = O_\pi(G)$. Кроме того, если $O_\pi(G)\, G_{\pi'} \subseteq L \subseteq G$, то $O_\pi(L) = O_\pi(G)$.

Доказательство. По лемме 1, 2) $M_{G_\pi}(G_{\pi'})$ является нормальной в группе G π-подгруппой и, следовательно, $M_{G_\pi}(G_{\pi'}) \subseteq O_\pi(G)$.

С другой стороны, подгруппа $O_\pi(G)$ из G_π нормализуется подгруппой $G_{\pi'}$ и, согласно определению 1, содержится в $M_{G_\pi}(G_{\pi'})$. Итак, $M_{G_\pi}(G_{\pi'}) =$ $= O_\pi(G)$.

Далее, так как $O_\pi(G) \subseteq L$, то $O_\pi(G) \subseteq O_\pi(L)$. Из $L = L \cap G_\pi \; G_{\pi'} = (L \cap G_\pi)\, G_{\pi'} = L_\pi G_{\pi'}$ следует, что $O_\pi(L) \subseteq G_\pi$ и нормализуется подгруппой $G_{\pi'}$. Тогда $O_\pi(L) = M_{L_\pi}(G_{\pi'}) \subseteq M_{G_\pi}(G_{\pi'}) = O_\pi(G)$. Итак, $O_\pi(L) = O_\pi(G)$, и лемма доказана.

Определение 3. Множество $\Delta = \{\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_i, \ldots\}$ где π_i — множество простых чисел и $\pi_i \cap \pi_j = \varnothing$ для $i \neq j$ назовем базой множеств простых чисел. Пусть γ — некоторое линейное упорядочение базы Δ. Базу Δ вместе с заданным на ней упорядочением γ будем называть γ-базой и обозначать $\Delta = (\pi_1, \pi, \ldots, \pi_i, \ldots)$.

Определение 4. Пусть $\Delta = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_i, \ldots)$ — некоторая γ-база. Обозначим $\sigma_j = \bigcup_1^j \pi_i$. Группу G назовем γ-дисперсивной, если для любого j=1,2,... в G существует нормальная σ_j-холловская подгруппа G_{σ_j}.

Заметим, что при изучении γ-дисперсивных подгрупп группы G всегда можно считать, что для любого i = 1, 2,... $\pi_i \subseteq \pi(G)$, где $\pi(G)$ — множество всех простых делителей порядка группы G. В этом случае база Δ будет конечной.

Лемма 3. Для фиксированной γ-базы $\Delta = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_i, \ldots)$ множество всех γ-дисперсивных групп образуют S-замкнутый класс Фиттинга.

Доказательство. Пусть G — γ-дисперсивная группа. Тогда для любого $\sigma_j = \bigcup_1^j \pi_i$, i = 1, 2,... в G существует нормальная σ_j-холловская подгруппа G_{σ_j}. Пусть A — подгруппа группы G. Тогда $A \cap G_{\sigma_j}$ будет нормальной в A σ_j-подгруппой. Покажем, что $A \cap G_{\sigma_j} = A_{\sigma_j}$. Действительно, из того, что $AG_{\sigma_j} / G_{\sigma_j}$ будет подгруппой σ'_j-группы G / G_{σ_j}, следует, что $AG_{\sigma_j} / G_{\sigma_j}$ тоже будет σ'_j-группой. Теперь, ввиду изоморфизма $AG_{\sigma_j} / G_{\sigma_j} \cong$ $\cong A / A \cap G_{\sigma_j}$ получим, что $|A / A \cap G_{\sigma_j}|$ будет σ'_j-числом. Следовательно, $A \cap G_{\sigma_j}$ — нормальная σ_j-холловская в A подгруппа.

Пусть теперь G — произвольная группа, M и N — нормальные γ-дисперсивные подгруппы группы G Покажем, что подгруппа MN тоже γ-дисперсивна. Пусть M_{σ_j} и N_{σ_j} — σ_j-холловские подгруппы соответственно подгрупп M и N. Так как в крайнем случае только одно фиксированное множество π_i из Δ содержит число 2, и все факторы нормального ряда γ-дисперсивной группы будут π_j-группами, то по теореме Фейта-Томпсона всякая γ-дисперсивная группа будет π'_i-разрешимой. Тогда все ее холловские пронормальны. Итак, $M_{\sigma_j} \trianglelefteq M \trianglelefteq MN$ и M_{σ_j} пронормальна в MN. Тогда $M_{\sigma_j} \trianglelefteq MN$. Аналогично, $N_{\sigma_j} \trianglelefteq MN$. Теперь $M_{\sigma_j} N_{\sigma_j}$ MN и будет σ_j-холловской в MN.

Лемма доказана.

Определение 5. Путь $\Delta = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n)$ — некоторая γ-база. Группу G назовем γ-спектральной, если для нее выполняются следующие условия:

1) для любого множества π_i из Δ в G существует π_i-холловская подгруппа G_{π_i};

2) в G существует цепочка σ_i-холловских подгрупп

$$G_{\sigma_1} \subset G_{\sigma_2} \subset \ldots \subset G_{\sigma_n} = G, \text{ где } \sigma_i = \bigcup_1^i \pi_j;$$

3) в G существует цепочка σ'_i-холловских подгрупп

$$G \supset G_{\sigma'_1} \supset G_{\sigma'_2} \supset \ldots \supset G_{\sigma'_{n-1}} = G\pi_n.$$

Так как пересечение холловской подгруппы с нормальной будет холловской в нормальной, то для фиксированной γ-базы Δ множество всех γ-спектральных групп будет классом, замкнутым относительно нормальных, а, следовательно, и субнормальных подгрупп.

Определение 6. Пусть $\Delta = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n)$ — некоторая γ-база и G —γ-спектральная группа. Пусть $\rho_i = \bigcup_i^n \pi_j$. Подгруппу $S = \prod_1^n S_{\pi_i}$ назовем $d\gamma$-подгруппой группы G, если для любого $i = 1, 2, \ldots, n$ $S_{\pi_i} = O_{\pi_i}(G_{\rho_i})$.

В γ-спектральной группе G всегда существует $d\gamma$-подгруппа S и она γ-дисперсивна. Действительно, так как $S_{\pi_1} = O_{\pi_1}(G) \trianglelefteq G_{\rho_1} = G$ и $S_{\pi_2} = O_{\pi_2}(G\rho_2) \trianglelefteq G\rho_2$, то подгруппа $S_{\pi_1} \leftthreetimes S_{\pi_2}$ нормализуется подгруппой G_{ρ_2}, а, следовательно, и подгруппой G_{ρ_3} из G_{ρ_2}. Тогда в G существует подгруппа $(S_{\pi_1} \leftthreetimes S_{\pi_2}) \leftthreetimes S_{\pi_3}$. Продолжая аналогичные рассуждения доказываем существование и γ-дисперсивность $d\gamma$-подгруппы S.

Из определения $d\gamma$-подгруппы следует, что для любого $j = 1, 2, \ldots, n$ подгруппа $S_{\rho_j} = \prod_j^n S_{\rho_j}$ будет $d\gamma$-подгруппой в $G_{\rho_j} = \prod_j^n G_{\rho_j}$.

Везде в дальнейшем γ-дисперсивную группу $S = (\ldots(S_{\pi_1} \leftthreetimes S_{\pi_2}) \leftthreetimes \ldots \leftthreetimes S_{\pi_n})$ будем сокращенно обозначать $S = \underset{1}{\overset{n}{\leftthreetimes}} S_{\pi_i}$.

Лемма 4. Пусть $\Delta = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n)$ — γ-база, G — γ-спектральная группа, $\sigma = \bigcup_1^s \pi_i$ и $\rho = \bigcup_j^n \pi_i$. Если $j \le S$, то $O_\sigma(G) \cap G_\rho = O_{\sigma \cap \rho}(G_\rho)$.

Доказательство. Обозначим $R = O_\sigma(G) \cap G_\rho$. Тогда R будет нормальной в G_ρ $(\sigma \cap \rho)$-подгруппой и, следовательно, $R \subseteq O_{\sigma \cap \rho}(G_\rho)$.

Докажем обратное. Так как $j \le S$, то $\sigma' \subseteq \rho$ и тогда $O_{\sigma\cap\rho}(G_\rho) \subseteq M_{G_\sigma}(G_{\sigma'})$. По лемме 2 $M_{G_\sigma}(G_{\sigma'}) = O_\sigma(G)$. Итак, $O_{\sigma\cap\rho}(G_\rho) \subseteq O_\sigma(G)$. Тогда $O_{\sigma\cap\rho}(G_\rho) \subseteq O_\sigma(G) = R$. Итак, $R = O_{\sigma\cap\rho}(G_\rho)$.

Лемма доказана.

Лемма 5. Пусть $\Delta = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n)$ — некоторая γ-база. Подгруппа $S = \mathop{\lambda}\limits_{1}^{n} S_{\pi_i}$ γ-спектральной группы G будет $d\gamma$-подгруппой в G тогда и только тогда, когда S_{π_i} будет π_i-холловской подгруппой в $O_{\sigma_i}(G)$ для любого $i=1,2,\ldots,n$.

Доказательство. По определению $d\gamma$-подгруппа $S=\mathop{\lambda}\limits_{1}^{n} S_{\pi_i}$, где $S_{\pi_i} = O_{\pi_i}(G_{\rho_i})$, $\rho_i = \bigcup\limits_{i}^{n} \pi_j$. По лемме 4 $O_{\sigma_i}(G) \cap G_{\rho_i} = O_{\pi_i}(G_{\rho_i}) = S_{\pi_i}$ и S_{π_i} является π_i-холловской подгруппой в $O_{\sigma_i}(G)$.

Лемма доказана.

Следствие. Для любого $i = 1, 2, \ldots, n$ подгруппа $S_{\sigma_i} = \mathop{\lambda}\limits_{1}^{i} S_{\pi_j}$ будет $d\gamma$-подгруппой в $O_{\sigma_i}(G)$.

Лемма 6. Пусть $\Delta = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n)$ — γ-база, $\sigma_i = \bigcup\limits_{1}^{i} \pi_j$ и $R_i = O_{\sigma_i}(G)$. Если $S = \mathop{\lambda}\limits_{1}^{n} S_{\pi_i}$ – $d\gamma$-подгруппа γ-спектральной группы G, то подгруппа S_{π_i} будет π_i-холловской в $O_{\sigma_i}(R_j)$ для всех $j \ge i$.

Доказательство. Так как подгруппа R_i является радикалом для класса Фиттинга всех σ_i-групп, то она нормальна в G. Тогда в G существует ряд нормальных подгрупп $R_1 \trianglelefteq R_2 \trianglelefteq \ldots \trianglelefteq R_n = G$, при этом $R_i = O_{\sigma_i}(R_j)$ для любого $j \ge i$. Итак, $O_{\sigma_i}(R_j) = O_{\sigma_i}(G)$ и S_{π_i} — π_i-холловская в $O_{\sigma_i}(R_j)$.

Лемма доказана.

Лемма 7. Пусть Пусть $\Delta = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n)$ — γ-база. $S = \mathop{\lambda}\limits_{1}^{n} S_{\pi_i}$ — $d\gamma$-подгруппа γ-спектральной группы G. Тогда:

1) для любого элемента g из G подгруппа S^g будет $d\gamma$-подгруппой группы G;

2) S — максимальная γ-дисперсивная подгруппа группы G;

3) если $S \subseteq A \subseteq G$, то S — $d\gamma$-подгруппа группы A.

Доказательство. 1) По лемме 5 для любого i подгруппа S_{π_i} будет π_i- холловской подгруппой в $R_i = O_{\sigma_i}(G)$, а ряд $R_1 \trianglelefteq R_2 \trianglelefteq \ldots \trianglelefteq R_n = G$ — нормальным рядом группы G. Поэтому для любого элемента g группы G подгруппа $S^g_{\pi_i}$ будет π_i-холловской в $R^g_i = R$. Но тогда, по лемме 5 S^g будет $d\gamma$-подгруппой группы G.

2) Пусть $S \subseteq L \subseteq G$ и L — γ-дисперсивная подгруппа группы G. Так как $S_{\pi_n} = G_{\pi_n}$, то $L_{\pi_n} = G_{\pi_n}$. Тогда $S = S_{\pi_n'} G_{\pi_n}$, $L = L_{\pi_n'} G_{\pi_n}$ и $S_{\pi_n'} \subseteq L_{\pi_n'}$. Подгруппа $L_{\pi_n'}$ нормализуется подгруппой G_{π_n} и поэтому $L_{\pi_n'} \subseteq M_{G_{\pi_n'}}(G_{\pi_n})$

По лемме 2 $M_{G_{\pi_n'}}(G_{\pi_n}) = O_{\pi_n'}(G)$. Итак, $S_{\pi_n'} \subseteq L_{\pi_n'} \subseteq O_{\pi_n'}(G)$.

Утверждение докажем индукцией по поряду группы G. Так как $O_{\pi_n'}(G)$ — нормальная подгруппа γ-спектральной группы G, то она тоже будет γ-спектральной. По следствию леммы 5 подгруппа $S_{\pi_n'}$ будет dγ-подгруппой в $O_{\pi_n'}(G)$. Так как $|O_{\pi_n'}(G)| < |G|$, то по индукции $S_{\pi_n'} = L_{\pi_n'}$. Но тогда $S = L$, и 2) доказано.

3) Пусть $S \subseteq A \subseteq G$. Тогда из $S_{\pi_n} = G_{\pi_n}$ следует $A_{\pi_n} = G_{\pi_n}$. Итак, $S = S_{\pi_n'} G_{\pi_n} \subseteq A_{\pi_n'} G_{\pi_n} = A$. Так как $S_{\pi_n'}$ нормализуется π_n-холловской подгруппой подгруппы A, то по лемме 7 $S_{\pi_n'} \subseteq M_{A_{\pi_n'}}(G_{\pi_n})$ следует $O_{\pi_n'}(A) = O_{\pi_n'}(G)$. Утверждение докажем индукцией по порядку группы G. Подгруппа $O_{\pi_n'}(G)$ γ-спектральна и $S_{\pi_n'} \subseteq O_{\pi_n'}(A) \subseteq O_{\pi_n'}(G)$, причем, по следствию леммы 5 подгруппа $S_{\pi_n'}$ будет dγ-подгруппой в $O_{\pi_n'}(G)$. Так как $|O_{\pi_n'}(G)| < |G|$, то по индукции $S_{\pi_n'}$ будет dγ-подгруппой в $O_{\pi_n'}(A)$. Но тогда S — dγ-подгруппа группы A, и 3) доказано.

Лемма доказана.

Теорема 8. Пусть $\Delta = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n)$ — некоторая γ-база. Тогда dγ-подгруппа S γ-спектральной группы G будет γ-дисперсивным инъектором группы G.

Доказательство. Пусть $S = \lambda_{1}^{n} S_{\pi_i}$ — dγ-подгруппа группы G. По лемме 5 в G существует такой нормальный ряд $R_1 \trianglelefteq R_2 \trianglelefteq \ldots \trianglelefteq R_n = G$, где $R_i = O_{\sigma_i}(G)$ и такая цепочка подгрупп $G = G_{\rho_1} \supset G_{\rho_2} \supset \ldots \supset G_{\rho_n}$, что для любого $i = 1, 2, \ldots, n$ $S_{\pi_i} = R_i \cap G_{\rho_i}$.

Пусть N — нормальная подгруппа группы G. Тогда в N существует ряд $R_1^* \trianglelefteq R_2^* \trianglelefteq \ldots \trianglelefteq R_n^* = N$, где $R_i^* = R_i \cap N$ и цепочка холловских подгрупп $N = N_{\rho_1} \supset N_{\rho_2} \supset \ldots \supset N_{\rho_n} = N_{\pi_n}$, где $N_{\rho_i} = G_{\rho_i} \cap N$. Пусть $S_{\pi_i}^* = R_i^* \cap N_{\rho_i}$ и $S^* = \lambda_{1}^{n} S_{\pi_i}^*$. Так как $R_i^* = O_{\sigma_i}(N)$, то по лемме 5 S^* будет dγ-подгруппой подгруппы N. Кроме того $R_i^* \cap N_{\rho_i} = (O_{\sigma_i}(G) \cap N) \cap (G_{\rho_i} \cap N) = (O_{\sigma_i}(G) \cap G_{\rho_i}) \cap N = S_{\pi_i} \cap N$. Итак, dγ-подгруппа $S^* = {}_{1}^{n}(S_{\pi_i} \cap N)$ из N содержится в γ-дисперсивной подгруппе $S \cap N$ подгруппы N, а S — γ-дисперсивный инъектор группы G.

Теорема доказана.

Следствие 1. $d\gamma$-подгруппа S γ-спектральной группы G будет γ-дисперсивной подгруппой Фишера группы G.

Данное утверждение следует непосредственно из теоремы 8 и леммы 7.3).

Следствие 2. Пусть $\Delta = (\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n)$ — некоторая γ-база. Тогда γ-дисперсивный инъектор разрешимой группы G содержит $O_{\pi_1}(G)$ и π_n-холловскую подгруппу G_{π_n} группы G.

Доказательство. Так как разрешимая группа G будет γ-спектральной для любой γ-базы Δ, то в G существуют $d\gamma$-подгруппы, которые по теореме 8 будут γ-дисперсивными инъекторами группы G. Из теоремы Фишера, Гашюца и Хартли из [1] следует, что всякий γ-дисперсивный инъектор группы G будет $d\gamma$-подгруппой группы G. Из определения $d\gamma$-подгруппы следует, что она содержит $O_{\pi_1}(G)$, где π_1 — γ-минимально и G_{π_n}, где π_n — γ-максимально.

Пусть π — некоторое фиксированное множество простых чисел, $\Delta = (\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n)$ — γ-база, в которой $\pi' \subseteq \pi_j$ для некоторого фиксированного j. Для такой γ-базы Δ всякая π-разрешимая группа G будет γ-спектральной. Тогда в G существует $d\gamma$-подгруппа S, которая по теореме 8 будет γ-дисперсивным инъектором группы G.

Теорема 9. Пусть π — фиксированное множество простых чисел, $\Delta = (\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n)$ — γ-база, в которой $\pi' \subseteq \pi_j$ для некоторого фиксированного j. Тогда всякие две $d\gamma$-подгруппы π-разрешимой группы G сопряжены.

Доказательство. Пусть $S = \leftthreetimes_{1}^{n} S_{\pi_i}$ и $\bar{S} = \leftthreetimes_{1}^{n} \bar{S}_{\pi_i}$ — $d\gamma$-подгруппы группы G. Теорему докажем индукцией по порядку группы G. Из определения $d\gamma$-подгруппы следует, что подгруппы $S_1 = \leftthreetimes_{2}^{n} S_{\pi_i}$ и $\bar{S}_1 = \leftthreetimes_{2}^{n} \bar{S}_{\pi_i}$ будут $d\gamma$-подгруппами некоторых ρ_2-холловских подгрупп G_{ρ_2} и $\bar{G}_{\rho_2}$ группы G. Так как G_{ρ_2} и $\bar{G}_{\rho_2}$ сопряжены, то можно считать, что подгруппы S_1 и $\bar{S}_1$ содержатся в G_{ρ_2}. По индукции $S_1 = \bar{S}_1^g$, где $g \in G$. Тогда $S = S_{\pi_1} \bar{S}_1^g$ и $\bar{S} = \bar{S}_{\pi_1} \bar{S}_1$. Так как $S_{\pi_1} = \bar{S}_{\pi_1} = O_{\pi_1}(G)$, то $S = O_{\pi_1}(G)\, \bar{S}_1^g = (O_{\pi_1}(G)\, \bar{S}_1)^g = \bar{S}^g$, и теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. ***Fischer B., Gaschutz W., Hartley B.*** Injektoren auflosbaren Gruppen. Math. Z., 1967, 102.

S U M M A R Y

In tht paper a relation between existence of the dispersed injectors of finite group and existence of her permutable Hall subgroups is proved.