$$\frac{\|x(t)\|R(s)}{R(t)} \le D\|x(s)\|\exp\left(\int_{s_1}^{t_1}\delta d\tau + \int_{s_2}^{t_2}\delta d\tau\right) = D\|x(s)\|\exp\delta(t_1 + t_2 - s_1 - s_2),$$

$$\frac{\|x(t)\|}{\|x(s)\|} \le \frac{R(t)\exp(\delta t)}{R(s)\exp(\delta s)},$$

т.е. $R(t)\exp(\delta t)$ - верхняя функция, откуда и следует заключение теоремы.

Следствие. Для асимптотической устойчивости системы с возмущениями (2) достаточно, чтобы начало координат вместе с некоторой окрестностью принадлежало СМ-множеству системы(1).

ЛИТЕРАТУРА

1. ***Былов Б.Ф., Виноград Р.Э., Гробман Д.М., Немыцкий В.В.*** Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам устойчивости. М., Наука, 1966. - 576 с.
2. ***Грудо Э.И.*** Характеристические векторы и множества функций двух переменных и их основные свойства. - Дифференциальные уравнения, 1976, т.12, № 12. С. 2115-2128.
3. ***Демидович Б.П.*** Лекции по математической теории устойчивости. М., Наука, 1967. С.148, 472.
4. ***Грудо Э.И., Янчук Л.Ф.*** Неравенства вида Гронуолла, Бихари и Лангенхопа для систем Пфаффа. - Дифференциальные уравнения, 1977, т.13, № 4. С. 749-752.

S U M M A R Y

In this article the definitions of bounding sets of many variable functions and central characteristic set are given. The criterion of stability of perturbed system in roved also.

УДК 517.935.4+519.218.82

В.Ф. Асташонок, В.Т. Приставко, В.И. Толкачев

Технология проектирования фильтров случайных процессов

1. Введение

В настоящей работе рассматривается технология проектирования фильтров случайных процессов. Теория фильтрации случайных процессов, описываемых *стохастическими дифференциальными уравнениями и последовательностями*, бурно развивается с момента опубликования в 1960 году новых работ [1, 2] Р. Калманом. Мощным импульсом фундаментальных исследований в этом направлении послужила монография [3] А.Н. Ширяева и Р.Ш. Липцера. В работах [4,5,6] рассматривается теория аналитического конструирования оптимальных фильтров при наличии ограничений. Значимость этих исследований была отмечена академиком Н.П. Еругиным при представлении работы [4] в ДАН БССР.

Развитию теории посвящено более тысячи работ, все нюансы которых трудно обозреть инженеру-конструктору, что, следовательно, и затрудняет в значительной мере качественный синтез оптимального калмановского фильтра случайных процессов для решения конкретной технической проблемы. В то же время известен ряд блестящих применений этой теории в медицине, военной технике, экономике и различных других отраслях человеческой деятельности.

Суть технологии заключается в полной компьютерной автоматизации процесса конструирования фильтра. С появлением мощных ЭВМ появилась возможность разработки высокотехнологических современных систем проектирования фильтров случайных процессов, представляющих собой совокупность программных, графических и технических средств, позволяющих полностью автоматизировать этот процесс, причем решение задачи проводить в масштабе реального времени. Другими словами, инженер-конструктор осуществляет только постановку задачи фильтрации в наиболее удобной для него форме, а на выходе получает полный отчет проведенного исследования с рекомендуемым оптимальным фильтром, его схемой и элементной базой его технической реализации. Предлагаемая технология конструирования оптимальных фильтров позволит более качественно решить большинство задач прогнозирования и оптимального управления на современных мощных вычислительных машинах.

На основании вышеизложенного, в статье дается систематическое и, на наш взгляд, наиболее общее краткое описание калмановской теории фильтрации и предлагаются математические основы технологии проектирования фильтров случайных процессов.

2. Классификация.

В соответствии с известными публикациями все фильтры случайных процессов в непрерывном и/или дискретном времени можно условно классифицировать по:

— типу фильтра (непрерывный, описываемый стохастическими дифференциальными уравнениями; дискретный, описываемый случайными последовательностями и разностными уравнениями; непрерывно-дискретный, описываемый стохастическими дифференциальными уравнениями и разностными уравнениями);

— структуре (линейные стационарные системы уравнений (СУ); линейные нестационарные СУ; нелинейные СУ; реализация одного случайного процесса; совокупность реализаций случайного процесса);

— критерию качества работоспособности (минимум среднеквадратичного отклонения [1, 2, 3]; обобщенно-квадратичный [4, 5, 6]);

— методике оценки работоспособности (теоретическая; по заданной реализации случайного процесса; по заданной совокупности реализаций случайного процесса; по «стандартному» значению случайного процесса; полное математическое моделирование). Таким образом получается $150=3\cdot5\cdot2\cdot5$ модификаций возможных технически реализуемых фильтров, и задача конструирования фильтра представляет собой определенную проблему, решению которой и посвящена данная статья.

Замечание. Оценка случайных процессов может достигаться и другими способами, в частности [7].

3. Типы фильтров.

3.1. Рассмотрим первый тип фильтра — непрерывный. Пусть на некотором полном вероятностном пространстве (Ω, F, P) с неубывающим непрерывным справа семейством σ-подалгебр, $0 \le t \le T$, задан $(n \times m)$ — мерный гауссовский случайный процесс $(x_t, y_t) = [(x_1(t), \dots, x_n(t)), \ (y_1(t), \dots, y_n(t))]$, определяемый стохастическими дифференциальными уравнениями [3, 4, 5, 6]:

$$dx_t = (a_1 x_t + a_2)dt + b_1 dw_t + b_2 dv_t \qquad (1)$$

$$dy_t = (A_1 x_t + A_2)dt + B_1 dw_t + B_2 dv_t \qquad (2)$$

где, по предположению, $w_t = [w_1(t), \dots, w_\rho(t)]$, $v_t = [v_1(t), \dots, v_\beta(t)]$ — два независимых между собой винеровских процесса; (x_0, y_0) — гауссов вектор начальных условий, не зависящий от процессов w_t и v_t; $M[x_0] = \bar{x}_0$ и $\operatorname{cov}(x_0, y_0) = \gamma^0$ — заданы и конечны; $M[\dots]$ — знак математического ожидания; ненаблюдаемые значения x_t процесса (x_t, y_t) вполне наблюдаемы по y_t; измеримыми, не упреждающими функционалами являются вектор-функции

$$a_2 = a_2(t, y_t) = [a_{21}(t, y_t), \dots, a_{2n}(t, y_t)],$$
$$A_2 = A_2(t, y_t) = [A_{21}(t, y_t), \dots, A_{2m}(t, y_t)]$$

и элементы матриц

$$a_1 = a_1(t, y_t) = \left\| a_{ij}^{(1)}(t, y_t) \right\|_{n \times m}, \ A_1 = A_1(t, y_t) = \left\| A_{ij}^{(1)}(t, y_t) \right\|_{m \times n},$$
$$b_1 = b_1(t, y_t) = \left\| b_{ij}^{(1)}(t, y_t) \right\|_{n \times \rho}, \ B_1 = B_1(t, y_t) = \left\| B_{ij}^{(1)}(t, y_t) \right\|_{m \times \rho},$$
$$b_2 = b_2(t, y_t) = \left\| b_{ij}^{(2)}(t, y_t) \right\|_{n \times \beta}, \ B_2 = B_2(t, y_t) = \left\| B_{ij}^{(2)}(t, y_t) \right\|_{m \times \beta},$$

удовлетворяющие условиям (I) — (X) [3, с.471]. При выполнении этих условий система стохастических дифференциальных уравнений (1), (2) имеет единственное сильное решение, а условное распределение оценки x_t по y_t будет гауссовским [3, с. 474 — 476]. Тогда вектор $z_t = M[x_t | F_t^\xi]$ и матрица $\gamma_t = M[(x_t - z_t)(x_t - z_t)^* | F_t^\xi]$ определяют оптимальный в смысле минимума обобщенно-квадратичного функционала $Y(T, \gamma^0, U_t)$ [4, 6] фильтр Z

$$Y(T, \gamma^0, U) = M[\varepsilon_T^* \Theta(T) \varepsilon_T +$$
$$+ \int_0^T e^{\alpha t} (\varepsilon_t^* (A + HU_t^* \Theta_t + \Theta_t U_t H^*) \varepsilon_t + Sp(U_t C U_t^* \Theta_t)) dt | F_t^\xi] \qquad (3)$$

где $H = H(t)$ — $(n \times m)$ — мерная известная матричная функция; $C = C(t)$ — симметрическая известная положительно-определенная матрица размерности $n \times m$; $A = A(t)$ — симметрическая известная положительно-определенная матрица размерности $n \times n$; величина α известна ($\alpha \in R$); * — операция транспонирования матрицы; Sp — след матрицы; $\Theta(T)$ — $(n \times n)$ — мерная заданная симметрическая, положительно-определенная матрица, характеризующая процесс ε_t, $\varepsilon_t = x_t - z_t$, при $t = T$, $\Theta = \Theta_t$ — $(n \times m)$ — мерная, по предположению, положительно-определенная неизвестная матричная функция, $\Theta_t = \Theta(T)$ при $t = T$. Уравнение фильтра Z:

$$dz_t = (a_1 z_t + a_2)dt + U_{opt}(dy_t - (A_1 z_t + A_2)dt), \tag{4}$$

$$\dot{\gamma} = \gamma_t F_1^* + F_1 \gamma_t - U_{opt} R_1^* - R_1 U_{opt}^* + U_{opt} R_2 U_{opt}^* + R_3, \tag{5}$$

с начальными условиями $z_0 = \bar{x}_0$ и $\gamma_0 = \gamma^0$, где $F_1 = a_1 - U_{opt} A_1$, $\dot{\Theta}_t = -G_1 \Theta_t - \Theta_t G_1^* - Ae^{\alpha t}$, $\varphi = -(G_2 + G_2^*)\Theta_t$ с начальными условиями $\Theta_0 = \Theta(T)$, $\varphi_0 = \varphi(T) = 0$, где

$$R_1 = b_1 B_1^* + b_2 B_2^*, \; R_2 = B_1 B_1^* + B_2 B_2^*, \; R_3 = b_1 b_1^* + b_2 b_2^*,$$

$$G_1 = a_1^* - A_1^* U_{opt}^* + HU_{opt}^* e^{\alpha t},$$

$$G_2 = -R_1 U_{opt}^* + \tfrac{1}{2}(R_3 + U_{opt} C U_{opt}^* e^{\alpha t} + U_{opt} R_2 U_{opt}^*),$$

$$U_{opt} = U_{opt}(t) = (\gamma_t (A_1^* - He^{\alpha t}) + R_1)(R_2 + Ce^{\alpha t})^{-1}. \tag{6}$$

Оптимальное (минимальное) значение функционала (3) определяются формулой:

$$Y(T, \gamma^0, U_{opt}) = Sp(\gamma^0 \Theta(0) + \varphi(0)). \tag{7}$$

3.2. Второй тип фильтра дискретный. Пусть на некотором полном вероятностном пространстве (Ω, F, P) с неубывающим непрерывным справа семейством σ-подалгебр (F_t), $t = 0,1,2,\ldots,T$, задана $(n \times m)$ — мерная условно-гауссовская последовательность $(x_t, y_t) = [(x_1(t),\ldots,x_n(t)), \; (y_1(t),\ldots,y_n(t))]$, определяемая рекуррентными уравнениями [3, 4]:

$$x_{t+1} = a_1 x_t + a_2 + b_1 w_{t+1} + b_2 v_{t+1} \tag{8}$$

$$y_{t+1} = A_1 x_t + A_2 + B_1 w_{t+1} + B_2 v_{t+1} \tag{9}$$

где, по предположению, $w_t = [w_1(t),\ldots,w_\rho(t)]$, $v_t = [v_1(t),\ldots,v_\beta(t)]$ — два независимых между собой гауссовских вектора с независимыми компонентами процесса; (x_0, y_0) — гауссов вектор начальных условий, не зависящий от процессов w_t и v_t; $M[x_0] = \bar{x}_0$ и $\mathrm{cov}(x_0, y_0) = \gamma^0$ — заданы и конечны; ненаблюдаемые значения x_t процесса (x_t, y_t) вполне наблюдаемы по y_t; измеримыми, не упреждающими элементами являются вектор-функции $a_2(t, y_t)$ и $A_2(t, y_t)$, и матрицы $a_1(t, y_t)$, $A_1(t, y_t)$, $b_1(t, y_t)$, $B_1(t, y_t)$, $b_2(t, y_t)$, $B_2(t, y_t)$ размерностей, указанных выше (1-2), удовлетворяющие условиям (I) — (X) [3]. Тогда вектор $z_t = M[x_t | F_t^{\xi}]$ и матрица $\gamma_t = M[(x_t - z_t)(x_t - z_t)^* | F_t^{\xi}]$ определяют оптимальный нелинейный фильтр Z с обобщенно-квадратичным критерием качества работы, описываемым функционалом вида

$$Y(T,\gamma^0,U) = M[\varepsilon_T^*\Theta(T)\varepsilon_T +$$

$$+\sum_{t=0}^{T-1} e^{\alpha t}(\varepsilon_t^*(A + HU_t^*\Theta_t + \Theta_t U_t H^*)\varepsilon_t + Sp(U_t C U_t^*\Theta_t)], \qquad (10)$$

где A, H, Θ_t, $\Theta(T)$ — аналогичные матричные функции функционала (3) и обладают свойствами элементов правых частей уравнений (8, 9). Уравнения фильтра Z имеют вид :

$$z_{t+1} = a_1 z_t + a_2 + U_{opt}(Y_{t+1} - A_1 z_t - A_2),$$

$$\gamma_{t+1} = a_1\gamma_t a_1^* - U_{opt}R_1^* - R_1 U_{opt}^* + U_{opt}R_2 U_{opt}^* + R_3,$$

с начальными условиями $z_0 = \bar{x}_0$ и $\gamma_0 = \gamma^0$,

$$\Theta_t = a_1\Theta_{t+1}a_1^* + U_{opt}a_1^*\Theta_{t+1}A_1^* +$$

$$+ A_1\Theta_{t+1}a_1^* U_{opt} + e^{\alpha t}\Theta_{t+1}(A + BU_{opt}^* + U_{opt}B^*),$$

$$\varphi_t = (U_{opt}(R_2 + A_1\varphi_{t+1}A_1^*)U_{opt}^* -$$

$$- R_1 U_{opt}^* + U_{opt}R_1^* + R_3 + e^{\alpha t}U_{opt}CU_{opt}^*)\Theta_{t+1}$$

с начальными условиями $\Theta_0 = \Theta(T)$ и $\varphi_0 = \varphi(T) = 0$, где R_1, R_2, R_3 — аналогичны формулам непрерывного времени (6). Оптимальное (минимальное) значение функционала (10) определяется формулой

$$Y(T,\gamma^0,U_{opt}) = Sp(\gamma^0\Theta(0) + \varphi(0)). \qquad (11)$$

3.3. Третий тип фильтра — непрерывно-дискретный. Непрерывно-дискретный тип фильтра Z на вероятностном пространстве (Ω, F, P) определяется композицией указанных выше типов фильтра в зависимости от заданности случайного процесса (x_t, y_t) уравнениями (1, 9) или (8, 2). Тогда вектор z_t и матрица γ_t определяют оптимальный нелинейный фильтр Z с обобщенно-квадратичным критерием качества работы (3) для случайного процесса (1, 9):

$$dz_t = (a_1 z_t + a_2)dt,, \qquad (12)$$

$$\dot{\gamma}_t = a_1\gamma_t + \gamma_t a_1^* + R_3, \qquad (13)$$

при $t = k$, $k = 0,1,2,\ldots$ — дискретное время,

$$z_{k+1} = z_t + U_{opt}(y_{k+1} - A_1 z_k - A_2)), \qquad (14)$$

$$\gamma_{k+1} = \gamma_t - U_{opt}R_1^* - R_1 U_{opt}^* + U_{opt}R_2 U_{opt}^* \qquad (15)$$

с начальными условиями $z_0 = \bar{x}_0$ и $\gamma_0 = \gamma^0$,

$$\dot{\Theta}_t = -a_1^*\Theta_t - \Theta_t a_1 - Ae^{\alpha t},$$

$$\dot{\varphi}_t = -R_t\Theta_t,$$

$$\Theta_{k+1} = \Theta_t - (U_{opt} + a_1\Theta_t A_1^* + A_1\Theta_t a_1^* U_{opt}^* + e^{\alpha t}\Theta_t(BU_{opt}^* + U_{opt}B^*)), \qquad (16)$$

$$\varphi_{k+1} = \varphi_t - (U_{opt}(R_2 + A_1\varphi_t A_1^*)U_{opt}^* -$$

$$- R_1 U_{opt}^* - U_{opt} R_1^* + e^{\alpha t}(U_{opt} C U_{opt}^*)\Theta_{k+1} \quad (17)$$

с начальными условиями $\Theta_0 = \Theta(T)$ и $\varphi_0 = \varphi(T) = 0$,

$$U_{opt} = (\gamma_k(A_1 - He^{\alpha t}) + R_1)(R_2 + Ce^{\alpha k})^{-1}; \quad (18)$$

$Y(T, \gamma^0, U_{opt})$ определяется формулой (7) по уравнениям (16-18).

Замечание. Случай (8,2) теоретически легко выводится, но практически, на наш взгляд, не имеет смысла.

4. Структура.

Рассмотрим классификацию оптимальных фильтров Z по структуре.

4.1. Первая структура фильтра Z определяется простейшим видом — линейных стационарных систем уравнений:

$$a_1(t, y_t) = \|a_1\|_{n\times n},\ a_2(t, y_t) = \|a_2\|_{n\times m} \cdot y_t,$$

$$b_1(t, y_t) = \|b_1\|_{n\times\rho},\ b_2(t, y_t) = \|b_2\|_{n\times\beta},$$

$$A_1(t, y_t) = \|A_1\|_{m\times n},\ A_2(t, y_t) = \|A_2\|_{m\times m} \cdot y_t,$$

$$B_1(t, y_t) = \|B_1\|_{n\times\rho},\ B_2(t, y_t) = \|B_2\|_{n\times\beta}, \quad (19)$$

где элементы всех матриц являются постоянными действительными числами.

4.2. Вторая структура фильтра Z — линейные нестационарные системы уравнений определяется равенством (19), где элементы всех матриц могут быть постоянными действительными числами или являются функциями времени t, удовлетворяющими ограничениям налагаемым на функции правых частей уравнений (1, 2, 8, 9).

4.3. Третья структура фильтра Z — нелинейные системы уравнений определяются уравнениями (1, 2) или (8, 9) в зависимости от выбранного типа фильтра. Если СУ нелинейны по неизмеряемым параметрам x_t случайного процесса (x_t, y_t), то тогда данные функции, удовлетворяющие указанным выше ограничениям, линеаризуем относительно z_t и строим нелинейные фильтры Z:

$$F_1(t, y_t, z_t) = a_1(t, y_t, z_t) - U_t A_1(t, y_t, z_t) + \tfrac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n}(a_3 - U_t A_3)\gamma_{ij}(t),$$

где $$a_3 = \frac{\partial^2 F_1(t, y_t, z_t)}{\partial z_i \partial z_j},\qquad A_3 = \frac{\partial^2 A_1(t, y_t, z_t)}{\partial z_i \partial z_j},$$

$$dz_t = F_1(t, y_t, z_t)dz_t + U_t dy_t, \text{ или } z_{t+1} = F_1(t, y_t, z_t) + U_t y_{t+1}.$$

При этом остальные уравнения оптимального фильтра Z разных типов не изменяются.

4.4. Четвертая структура фильтра Z — реализация одного случайного процесса определяется часто встречающейся в технике, экономике, медицине, социологии и т.д. постановкой задачи оценки и прогноза. Эта задача состоит в том, чтобы по одной реализации случайного процесса

(x_t, y_t) определить его динамику и неизвестные параметры, а затем дать прогноз. Таким образом доступна для решения задачи фильтрации лишь одна реализация вектора y_t неизвестного случайного процесса (x_t, y_t). В этом случае, по выбору инженера-конструктора, определяется тип фильтра, а методом многопараметрической оптимизации определяется аппроксимация структуры, по которой строится фильтр Z, дается «оптимальная» оценка и прогноз.

4.5. Пятая структура фильтра Z — совокупность реализаций случайного процесса. В отличии от четвертой, определяется множеством реализаций (наблюдений) вектора y_t. В этом случае по выбранному типу фильтра Z методами многопараметрической оптимизации определяется аппроксимация его структуры, решающая задачу.

5. Критерий качества.

5.1. Рассмотрим классификацию фильтра Z по критерию качества работоспособности. На наш взгляд, наиболее часто находит применение классический фильтр Калмана [3, 4, 5, 6, 8] с оптимальной оценкой в смысле минимума среднеквадратической ошибки оценки ε_t, $\varepsilon_t = x_t - z_t$;

$$Y = \min_{U_t} \sum_{i=1}^{n} M[(x_i(t) - z(t)_i)^2] = \min_{U_t} M[\varepsilon_t^* \varepsilon_t | F_t^s] = \min_{U_t} Sp(\gamma_t)$$

5.2. Однако этот критерий качества работоспособности фильтра Z сугубо теоретический и не учитывает имеющиеся технические ограничения на вектор фазовых координат самого фильтра и его сигналов управления. Более того, фильтр Р. Калмана вообще теряет смысл в случае сингулярности матрицы $R_2(t)$. Введение обобщенно-квадратичного критерия $Y(T, \gamma^0, U_t)$ (3, 10) учитывает эти ограничения и позволяет получить технически реализуемые структуры фильтра Z. При этом сама структура фильтра незначительно отличается от структуры фильтров Р. Калмана и является их обобщением.

Легко осуществим при проектировании фильтров Z переход от функционалов (3, 10) к классическому функционалу ($\Theta(t) = E$, [6]) и к минимуму среднеквадратичной ошибки оценки путем замены параметров: $\alpha = 0$; $A = E$, E — единичная матрица; $\Theta(t) = E$; $H = C = 0$, 0 — нулевая матрица.

6. Методика оценки.

В известной авторам литературе, недостаточно внимания уделяется основному вопросу теории фильтрации — оценки эффективности его применения. Расширение областей успешного применения теории фильтрации заключается, прежде всего, в методике оценки работоспособности фильтра заданной структуры, так как практически во всей литературе рассматриваются, в основном, линейные стационарные СУ максимум третьего порядка со стационарным гауссовым процессом случайных воздействий и ошибок измерений. В то же время узким специалистам достаточно давно известна эффективность работы фильтра Р. Калмана в реальных системах управления неадекватных его теории.

6.1. Теоретическая методика оценки работоспособности фильтра Z состоит в вычислении значения функционала Y по формулам (7, 11). Полученные значения позволяют дать теоретическую оценку инженеру-конструктору возможности применения той или иной модификации фильтра на первом этапе решения задачи синтеза фильтра конкретного случайного процесса.

6.2. Методика оценки работоспособности фильтра Z по заданной реализации y_t случайного процесса (x_t, y_t) позволяет выбрать инженеру-конструктору из множества теоретически допустимых фильтров те фильтры, которые с его точки зрения наиболее успешно решают конкретную задачу и технически реализуемы. Данная методика состоит в том, что по конкретной известной реализации y_t методом математического моделирования на ЭВМ решается поставленная задача оценки вектора x_t. Например из всего множества фильтров Z, решающих задачу оценки и прогноза динамики цен на какой-либо товар мирового рынка, необходимо выбрать «лучший». Тогда в качестве процесса y_t берется не его математическое описание, а статистические цены товара и затем вычисляется реальная оценка и прогноз вектора x_t, которые сравниваются с данными биржи. После этого принимается решение о целесообразности использования данного фильтра.

6.3. Методика оценки работоспособности фильтра Z по заданной совокупности реализаций случайного процесса (x_t, y_t) отличается от предыдущей лишь тем, что из множества фильтров Z, решающих задачу, выбираются те, которые успешно «работают» не по одной реализации, а по нескольким. Так, в рассмотренном выше примере, работоспособность фильтра Z по оценке и прогнозу цены на товар оценивается по статистическим данным нескольких бирж.

6.4. Методика оценки работоспособности фильтра Z по «стандартному» значению случайного процесса (x_t, y_t) состоит в том, что синтезированный фильтр, решающий задачу, проверяется на неадекватный теории, но реально возможный процесс y_t. Например, $y_t = M[x_t | F_t^{\xi}]$, $0 \le t \le T$; или при возможном, но маловероятном изменении элементов матриц $R(t, y_t)$ на большую величину.

6.5. Полное математическое моделирование оценки работоспособности фильтра Z проводится по математической модели всей эволюционной системы, в которой присутствуют синтезированные фильтры, на не менее, чем 30 различных реализациях случайных процессов, присущих системе. При этом за критерий качества работы фильтра Z берется статистическая оценка ошибок фильтрации ε_t вместе с доверительной вероятностью и оценкой надежности статистических выводов.

7. Заключение.

Предлагаемая технология позволяет любому инженеру-конструктору грамотно и за короткое время рассмотреть достаточно большое множество возможных технически реализуемых фильтров и синтезировать необходимый для решения задачи фильтр Z. На основании данной технологии авторами разрабатывается автоматизированная система проектирования фильтров случайных процессов «САПФИР» для IBM – совместимых машин.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kalman R.E.* A new approach to linear filtering and predication problem. J. Basic. Eng., 1960, № 1, p.35-45.
2. *Калман Р.Е., Бьюси Р.С.* Новые результаты в линейной фильтрации и теории предсказания. Техническая механика. 1963, Т.83, С.123.
3. *Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н.* Статистика случайных процессов. Нелинейная фильтрация и смежные вопросы. М., 1974.
4. *Приставко В.Т., Шерегов С.В.* Билинейные матричные квадратичные системы управления. Докл. АН БССР. 1990., Т.34, №2. С.105-108.
5. *Приставко В.Т.* Аналитическое конструирование оптимальных фильтров. Сб. Некоторые вопросы качественной теории дифференциальных уравнений и теории управления движением. Саранск, 1980. С.81-92.
6. *Приставко В.Т., Толкачев В.И.* Стохастические дифференциальные уравнения. //Дифференц. Уравн. 1996. Т.32, № 4. С.509-513.
7. *Приставко В.Т., Стовманенко Л.М.* Последовательность фильтров в задаче оценки. Сб. Математические методы оптимизации и управления в сложных системах.ЛГУ-КГУ,Калинин,1982,С.166-172.
8. *Брайсон А., Хо Ю-Ши.* Прикладная теория оптимального управления. Москва. Мир. 1972. С.402-455.

SUMMARY

New classification of posible P.Kalman filteres is given. It alloows to consider the problem of automatization of Kalman filters designing for real techical systems.

УДК 512.542

В.Н.Рыжик

О наибольшем нормально наследственном подклассе локальной формации

Все рассматриваемые нами группы конечны. Используются стандартные определения и обозначения.

В работе [1] было доказано, что наибольший (нормально) наследственный подкласс разрешимой локальной формации сам является локальной формацией. Позднее [2] было доказано, что в общем случае такой результат не верен, т.е. существуют такие неразрешимые локальные формации, у которых наибольший наследственный подкласс локальной формацией не является. В данной работе мы покажем, что для любой локальной формации $\mathfrak{F}$ наибольший ее нормально наследственный подкласс всегда является локальной формацией.