

3. **Коуровская тетрадь** (нерешенные вопросы теории групп). Институт математики СО АН СССР. Изд-е 11. 1990. - 125 с.
4. **Воробьев Н.Т.** О проблеме Лауша в теории нормальных классов Фиттинга. // Докл. АН БССР. 1991. Т.35, № 6. - С. 485-487.
5. **Коуровская тетрадь** (нерешенные вопросы теории групп). Институт математики СО РАН. Изд-е 13. 1995. - 130 с.
6. **Hartley B.** On Fischer's dualization of formation theory // Proc. London Soc. 1969. Vol. 3, № 2. P. 193-207.
7. **D'Arcy P.** Locally defined Fitting classes // J. Austral. Math. Soc. 1975. Vol. 20, № 1. P.25-32.
8. **Воробьев Н.Т.** О предположении Хоукса для радикальных классов. // Сиб. матем. ж. 1996. Т. 37, № 6. - С.1296-1302.
9. **Шеметков Л.А.** Формации конечных групп. М.: Наука. 1978. - 272 с.
10. **Doerk K., Hawkes T.** Finite Solvable Groups // De Gruyter Exp. in Math. Vol.4. Berlin-New York, 1992/ - 891 p.
11. **Blessenohl D., Gaschutz W.** Über normale Schunk und Fittingklassen // Math. Z. 1970. Bd. 148, № 1. S. 1-8.
12. **Camina A.R.** A note on Fitting Classes // Math. Z. 1974. Bd. 136, № 4. S. 351-352.

S U M M A R Y

It is proved that in the local class Fitting exists a maximal subclass Fitting.

УДК 512.542

М.В. Селькин

Классы Шунка-Ферстера

Все рассматриваемые группы являются конечными.

Класс $\mathfrak{X}$ называется классом Шунка [1], если выполняются следующие условия: 1) каждая фактор-группа любой группы из $\mathfrak{X}$ также принадлежит $\mathfrak{X}$; 2) из того, что $G/\text{Core}_G(M) \in \mathfrak{X}$ для любой максимальной подгруппы M группы G , всегда следует $G \in \mathfrak{X}$. Если $\mathfrak{X}$ – непустой класс групп, то максимальная подгруппа M группы G называется: 1) $\mathfrak{X}$ -нормальной, если $G/\text{Core}_G(M) \in \mathfrak{X}$; 2) $\mathfrak{X}$ -абнормальной, если $G/\text{Core}_G(M)$ не входит в $\mathfrak{X}$. Нормальный фактор H/K группы G называется $\mathfrak{X}$ -центральным, если $[H/K](G/C_G(H/K)) \in \mathfrak{X}$ и $\mathfrak{X}$ -эксцентральным, если $[H/K](G/C_G(H/K)) \notin \mathfrak{X}$. Группа G называется примитивной, если она обладает максимальной подгруппой M с $\text{Core}_G(M)=1$. Остальные определения и обозначения можно найти в [2]. Известно (см. работу Бэра [3]), что множество $\mathcal{P}$ всех примитивных групп разбивается в объединение трех попарно непересекающихся множеств $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \mathcal{P}_3$, где $\mathcal{P}_1$ – класс примитивных монолитических групп с абелевым монолитом, $\mathcal{P}_2$ – класс примитивных монолитических групп с неабелевым монолитом, $\mathcal{P}_3$ – класс примитивных немоналитических групп. Условие $b(\mathfrak{X}) \subseteq \mathcal{P}_1 \cup \mathcal{P}_2$ означает, что Q -граница класса $\mathfrak{X}$ не содержит немоналитических примитивных групп (Q -границей класса $\mathfrak{X}$ называется класс $b(\mathfrak{X})$), состоящий из всех тех групп G , которые не принадлежат $\mathfrak{X}$, но $G/N \in \mathfrak{X}$ для всех $1 \neq N \triangleleft G$).

Впервые классы Шунка $\mathfrak{X}$ с условием $b(\mathfrak{X}) \subseteq \mathcal{P}_1 \cup \mathcal{P}_2$ исследовались в работе Ферстера [4], где было, в частности, доказано, что в любой группе $\mathfrak{X}$ -проекторы образуют единственный класс сопряженных подгрупп тогда и только тогда, когда они сопряжены в любой группе из $b(\mathfrak{X})$. В связи с этим мы бу-

дем называть классами Шунка с условием $b(\mathfrak{X}) \subseteq \mathcal{P}_1 \cup \mathcal{P}_2$ классами Шунка-Ферстера.

Следующая теорема показывает, что множество классов Шунка-Ферстера достаточно широко.

Теорема 1. *Классами Шунка-Ферстера являются:*

- 1) *каждая локальная формация;*
- 2) *всякий класс Шунка, порожденный некоторой непустой формацией;*
- 3) *каждый разрешимый класс Шунка.*

Напомним, что если $\mathfrak{X}$ – непустой класс групп, то подгруппа H группы G называется $\mathfrak{X}$ -проектом, если HN/N – $\mathfrak{X}$ -максимальная подгруппа группы G/N для любой нормальной подгруппы N группы G .

Класс $\mathfrak{X}$ называется нормально наследственным, если из $G \in \mathfrak{X}$ всегда следует, что $N \in \mathfrak{X}$ для любой нормальной подгруппы N группы G . Через $\pi(\mathfrak{X})$ обозначается множество всех простых чисел, делящих порядки групп из $\mathfrak{X}$.

Центральное место в изучении пересечений $\mathfrak{X}$ -абнормальных максимальных подгрупп занимает

Теорема 2. *Пусть $\mathfrak{X}$ – нормально наследственный класс Шунка-Ферстера. Пусть в любой группе $K \in \mathfrak{X}$, где $\mathfrak{X}$ – класс всех нильпотентных групп, все $\mathfrak{X}$ -проекты сопряжены. Тогда $\Delta^{\mathfrak{X}}(G) = A \times B$, где*

$$A \in \mathfrak{X}, B \subseteq \Phi(G), \quad \pi(\mathfrak{X}) \cap \pi(B) = \emptyset.$$

Следствие 1. Пусть $\mathfrak{F}$ – нормально наследственная локальная формация. Тогда $\Delta^{\mathfrak{F}}(G) = A \times B$, где

$$A \in \mathfrak{F}, \quad B \subseteq \Phi(G), \quad \pi(B) \cap \pi(\mathfrak{F}) = \emptyset.$$

Следующая теорема для класса Шунка-Ферстера $\mathfrak{X}$ характеризует $\mathfrak{X}$ -абнормальные и $\mathfrak{X}$ -нормальные максимальные подгруппы группы в терминах $\mathfrak{X}$ -центральности.

Теорема 3. *Пусть $\mathfrak{X}$ – класс Шунка-Ферстера. Пусть H/K – главный фактор группы G , M – максимальная подгруппа группы G , не покрывающая H/K . Тогда и только тогда подгруппа M $\mathfrak{X}$ -нормальна в G , когда фактор H/K централен в G .*

Следствие 2. Пусть $\mathfrak{X}$ – класс Шунка-Ферстера. Максимальная подгруппа M группы G $\mathfrak{X}$ -абнормальна ($\mathfrak{X}$ -нормальна) тогда и только тогда, когда M не покрывает хотя бы один $\mathfrak{X}$ -эксцентралный ($\mathfrak{X}$ -центральный) главный фактор группы G .

Так как каждая локальная формация является классом Шунка-Ферстера, то из теоремы 3 следует соответствующий результат Л.А.Шеметкова из [5]. Случай произвольной формации $\mathfrak{F}$, рассмотренный в [6], выводится из теоремы 3, если рассмотреть класс Шунка-Ферстера $\mathfrak{X} = E_{\Phi}\mathfrak{F}$.

В случае, когда $\mathfrak{X}$ – непустая формация, $\mathfrak{X}$ -абнормальная максимальная подгруппа группы может быть определена как максимальная подгруппа, не содержащая $\mathfrak{X}$ -корадикал группы. Подобная характеристика развивается в работе для классов Шунка-Ферстера. Это достигается с помощью следующего определения.

Пусть $\mathfrak{X}$ – непустой класс групп. Нормальная подгруппа N группы G называется $\mathfrak{X}$ -корадикальной подгруппой, если $G/N \in \mathfrak{X}$ и всегда из $G/K \in \mathfrak{X}$ и $K \subseteq N$ следует $K = N$. Множество всех $\mathfrak{X}$ -корадикальных подгрупп группы G мы называем $\mathfrak{X}$ -корадикалом группы G и обозначаем через $G_{\mathfrak{X}}$.

Для R_0 -замкнутого класса $\mathfrak{X}$ (в частности, для непустой формации) определенное выше множество $G_{\mathfrak{X}}$ одноэлементно. В этом случае единственную $\mathfrak{X}$ -корадикальную подгруппу группы G мы также обозначаем через $G_{\mathfrak{X}}$. Для класса Шунка-Ферстера $\mathfrak{X}$, не являющегося формацией, G может содержать

несколько $\mathfrak{X}$ -корадикальных подгрупп. Однако все они расположены одинаково по отношению ко всем максимальным подгруппам группы.

Теорема 4. Пусть $\mathfrak{X}$ – класс Шунка-Ферстера. Если M – максимальная подгруппа группы G , то либо M содержит все $\mathfrak{X}$ -корадикальные подгруппы группы G , либо M не покрывает каждую из них.

Следствие 3. Пусть $\mathfrak{X}$ – класс Шунка-Ферстера. Пусть M – максимальная подгруппа группы G . Тогда справедливы следующие утверждения:

1) подгруппа M $\mathfrak{X}$ -нормальна тогда и только тогда, когда она содержит все $\mathfrak{X}$ -корадикальные подгруппы группы G ;

2) подгруппа M $\mathfrak{X}$ -абнормальна тогда и только тогда, когда она не содержит ни одну из $\mathfrak{X}$ -корадикальных подгрупп группы G .

Указанная характеристика $\mathfrak{X}$ -нормальных максимальных подгрупп дает возможность описать строение Θ -подгруппы Фраттини группы G в случае, когда Θ – $\mathfrak{X}$ -нормальный m -функтор (т.е. m -функтор, выделяющий в каждой группе саму группу и все ее $\mathfrak{X}$ -нормальные максимальные подгруппы).

Следствие 4. Пусть $\mathfrak{X}$ – класс Шунка-Ферстера. Пусть Θ – m -функтор, выделяющий в каждой группе саму группу и все ее $\mathfrak{X}$ -нормальные максимальные подгруппы. Если A – некоторая $\mathfrak{X}$ -корадикальная подгруппа группы G , то

$$\Phi_{\Theta}(G) / A = \Phi(G/A).$$

Следствие 5. Пусть $\mathfrak{X}$ – класс Шунка-Ферстера. Пусть Θ – m -функтор, выделяющий в каждой группе саму группу и все ее $\mathfrak{X}$ -нормальные максимальные подгруппы. Если $G^{\mathfrak{X}} = \{N_1, N_2, \dots, N_t\}$, то

$$\Phi_{\Theta}(G) / N_1 N_2 \dots N_t = \Phi(G/N_1 N_2 \dots N_t).$$

Следующие теоремы устанавливают расположение подгруппы $\Delta^{\mathfrak{X}}(G)$ по отношению к другим характеристическим подгруппам группы.

Теорема 5. Пусть $\mathfrak{X}$ – класс Шунка-Ферстера. Пусть Θ – m -функтор, выделяющий в каждой группе саму группу и все ее $\mathfrak{X}$ -нормальные максимальные подгруппы. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) $Z_{\infty}^{\mathfrak{X}}(G/\Phi(G)) \subseteq \Delta^{\mathfrak{X}}(G)/\Phi(G)$;

2) если $Z_{\infty}^{\mathfrak{X}}(G/\Phi(G)) = Z/\Phi(G)$, то все G -главные факторы группы $\Delta^{\mathfrak{X}}(G)/Z$ либо фраттиниевы, либо $\mathfrak{X}$ -центральны в G ;

3) $\Delta^{\mathfrak{X}}(G)\Phi_{\Theta}(G) / \Phi_{\Theta}(G) = \Delta^{\mathfrak{X}}(G)/\Phi(G) \times \Phi_{\Theta}(G)/\Phi(G)$;

4) если $G^{\mathfrak{X}} = \{N_1, N_2, \dots, N_t\}$, то

$$\Delta^{\mathfrak{X}}(G)N_1 N_2 \dots N_t \Phi(G) = \Delta^{\mathfrak{X}}(G)/\Phi(G) \times N_1 N_2 \dots N_t \Phi(G)/\Phi(G).$$

Теорема 6. Пусть $\mathfrak{X}$ – класс Шунка-Ферстера. Пусть группа G не принадлежит классу $\mathfrak{X}$. Тогда выполняется одно из следующих двух утверждений:

1) всякая $\mathfrak{X}$ -абнормальная максимальная подгруппа группы G принадлежит $\mathfrak{X}$ и $N/N \cap \Phi(G)$ – $\mathfrak{X}$ -эксцентральный главный фактор группы G для любой $\mathfrak{X}$ -корадикальной подгруппы N группы G ;

2) группа G обладает $\mathfrak{X}$ -абнормальными максимальными подгруппами, не принадлежащими $\mathfrak{X}$, причем $\overline{\Delta^{\mathfrak{X}}(G)} = \Delta^{\mathfrak{X}}(G)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schunk H. $\mathfrak{X}$ -Untergruppen in endlichen auflösbaren Gruppen // Math. Z. – 1967. – Bd. 97, N 4. – S. 326–330.
2. Селькин М.В. Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп. – Мн.: Беларуская навука, 1997. – 145 с.
3. Baer R. Classes of finite groups and their properties // Ill. J. Math. – 1957. – Vol. 1. – P. 115–187.

4. *Forster P.* Projektive Klassen endlicher Gruppen I. Schunk- und Gaschutzklassen // Math. Z. – 1984. – Vol. 186. – P. 249–278.
5. *Шеметков Л.А.* Ступенчатые формации групп // Матем. сб. – 1974. – Т. 94, N 4. – С. 628–648.
6. *Шеметков Л.А., Скиба А.Н.* Формации алгебраических систем. – М.: Наука, 1989. – 256 с.

S U M M A R Y

At the present paper with the help of Schunk-Forster classes are investigated a normal structure of not simple finite groups.

УДК 519.86.

В.В. Шарапков, В.А. Скворцов

О математическом обеспечении метода имитационного моделирования производственных систем

На кратко-, средне- и долгосрочных интервалах времени фирме в области управления производством приходится решать различные по содержанию и масштабам задачи. Соответствующим образом формируются планы производства продукции и развития предприятия, конкретизируются функции и механизмы управления.

В этих условиях управляемость производственной системы обусловлена гармоничным сочетанием текущей производственной программы с планами среднесрочного развития предприятия на основе долгосрочной стратегии фирмы.

Разграничение условий функционирования хозяйственного субъекта на различных временных интервалах предопределяет экономико-математический аппарат логического представления предприятия в модели.

Создаваемая модель должна позволять оперативно управлять планом производства с учетом стратегии развития фирмы и тенденций изменения внешней рыночной среды, выступать инструментом тактического и стратегического управления. Исследования показывают, что в качестве такого инструмента целесообразно использовать имитационную модель.

В настоящей работе использованы два вида имитационных моделей, объединенных по целевым ориентирам с учетом концепции представления предприятия в виде сложной системы.

Управленческая имитационная модель предназначена для совершенствования текущего и оперативно-календарного планирования на предприятии по критериям оптимизации производственной программы, оптимальности схемы организации производства и структуры управления им при фиксированных параметрах внешней рыночной среды.

Вторая, более общая имитационная модель является по своей сути исследовательской, охватывает средне- и долгосрочный горизонты прогнозирования. Модели такого типа предназначены для проведения эксперимента с экономическими системами с целью проверки и отбора предложенных экономических концепций по стратегическому развитию фирмы.