Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Витебский государственный университет им. П.М. Машерова»
(ВГУ имени П.М. Машерова)

УДК 512.542
Рег. № 20181384

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе
ВГУ имени П.М. Машерова,
доктор биологических наук,
профессор

_______________ И.М. Прищепа
«_____» _____________ 2020 г.

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

Алгебраические решетки классов конечных групп
(заключительный)
№ Ф18У-007 от 30 мая 2018 г.

Руководитель НИР, профессор кафедры алгебры и методики преподавания математики, доктор физико-математических наук, доцент	_________ Н.Н. Воробьев «____» _______ 2020 г.
Нормоконтролер	_________ Т.В. Харкевич «____» _______ 2020 г.

Витебск 2020

РЕФЕРАТ

Отчет 48 с., 1 кн., 73 источника.

КЛАСС ФИТТИНГА, ФОРМАЦИЯ, L-КОМПОЗИЦИОННЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, ω-КОМПОЗИЦИОННЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, ИНДУКТИВНАЯ РЕШЕТКА ФОРМАЦИЙ, СТОУНОВА РЕШЕТКА, ПОЛНАЯ РЕШЕТКА ФОРМАЦИЙ, МОДУЛЯРНАЯ РЕШЕТКА

Объектом исследования являются алгебра классов Фиттинга и алгебра формаций. Целью работы является создание новых методов изучения решеток классов конечных групп и их применение к описанию структуры классов Фиттинга и формаций конечных групп. Результаты работы и их новизна: найдены методы построения стоуновых решеток с заданными свойствами в рамках теории ω-локальных классов Фишера; найдены достаточные условия модулярности решетки всех частично композиционных классов Фиттинга; найдены новые серии полных индуктивных решеток кратно σ-локальных радикальных классов; установлено, что решетка всех σ-локальных фиттинговых множеств группы G алгебраична; доказано, что решетка всех ω-локальных формаций является полной подрешеткой решетки всех ω-композиционных формаций; доказано, что решетка всех τ-замкнутых n-кратно ω-композиционных формаций недистрибутивна для всякого бесконечного множества простых чисел ω и всякого целого неотрицательного n. Все полученные результаты являются новыми. Область применения результатов: научно-исследовательская работа математических факультетов университетов.

Рекомендации по внедрению или итоги внедрения результатов НИР: полученные результаты могут быть использованы в учебном процессе на факультете математики и информационных технологий ВГУ имени П.М. Машерова при чтении спецкурсов, выполнении курсовых и дипломных работ, при написании магистерских и кандидатских диссертаций. Результаты НИР внедрены в учебный процесс Витебского государственного университета им. П.М. Машерова. Экономическая эффективность или значимость работы: полученные результаты являются новыми в современной теории конечных групп и их классов. Они имеют теоретический характер.

Прогнозные предположения о развитии объекта исследования: полученные результаты могут быть использованы при изучении решеточных и подгрупповых свойств классов конечных групп и канонических подгрупп, решении классификационных задач в теории корадикалов в рамках ГПНИ "Конвергенция–2020".

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Решеткой называют частично упорядоченное множество, в котором любые два элемента имеют точную верхнюю и точную нижнюю грани. Возникновение теории решеток восходит к концу XIX столетия и, благодаря основополагающим трудам Буля [1], Шредера [2] и Дедекинда [3], привело к интенсивному развитию математической логики и алгебры. В последующем теория решеток стала эффективным инструментом в доказательстве многих основных структурных теорем теории групп и алгебраических систем вцелом, что нашло свое отражение в работах Оре [4,5], Бэра, Дж. фон Неймана (см. [6]), Судзуки [7] и др.

Во второй половине XX столетия новым мощным стимулом для дальнейшего развития теории решеток и ее приложений явились задачи, возникшие естественным образом в общей теории классов алгебраических систем. Напомним, что *классом алгебраических систем* называют всякую совокупность однотипных алгебраических систем, замкнутую относительно изоморфизмов. Следует отметить, что в “чистом” виде такая теория начинает свое развитие лишь в 30-е годы прошлого столетия с выходом работ Г. Биркгофа [8] и Б.Х. Неймана [9], связанных с изучением многообразий групп. В дальнейшем наряду с многообразиями были выделены и изучались и другие классы алгебраических систем (реплично полные классы, квазимногообразия и др.). Значительное влияние на процесс становления теории классов оказал, как известно, А.И. Мальцев [10–12].

Напомним, что *многообразие групп* можно определить как непустой класс групп, замкнутый относительно взятия гомоморфных образов и поддекартовых произведений [13]. *Формацией* называют всякий класс конечных групп, замкнутый относительно взятия гомоморфных образов и поддекартовых произведений
(с конечным числом сомножителей). Двойственным объектом по отношению к формации является *класс Фиттинга*, т. е. класс конечных групп, замкнутый относительно взятия нормальных подгрупп и их произведений.

Очевидное родство в определениях многообразия и формации приводит к тому, что теория формаций близка в определенных аспектах теории многообразий. Вместе с тем следует отметить, что методы исследований, разработанные в теориях классов Фиттинга и формаций, практически не имеют пересечений с методами теории многообразий.

Особое место в теории классов алгебраических систем занимают исследования операций на классах и сопутствующих им объектов – полугрупп и решеток классов алгебраических систем. Наиболее ярко это проявилось в теории классов групп, в частности, в теории многообразий групп, поскольку теория расширений групп играет определяющую роль в теории расширений алгебраических систем. Было доказано, что полугруппа многообразий свободна, а решетка многообразий групп модулярна и не является дистрибутивной; изучение такой решетки тесно связано с изучением относительно свободных групп. В дальнейшем А.Н. Скибой [14] (см. также [15,16]), было доказано, что *полугруппа всех многообразий вкладывается в полугруппу всех наследственных формаций, а решетка всех локально конечных многообразий вкладывается в решетку всех наследственных формаций.*

Отметим, что первоначально теория классов конечных групп рассматривалась исключительно как аппарат исследования непростых конечных групп [17–20]. По мере развития такого направления возникла необходимость изучения самих классов (классов Фиттинга, формаций, классов Шунка, классов Локетта и др.) и, в частности, изучения алгебры таких классов, связанной в основном с исследованием полугрупп и решеток классовконечных групп. На этом этапе развития теории классов открылся ее второй прикладной аспект, а именно: в рамках теорий формаций и классов Фиттинга стали успешно разрабатываться методы построения решеток и полугрупп с различными заданными свойствами. И, наконец, следует отметить, что в последние годы появился новый и несколько неожиданный аспект применения теории классов в рамках теории формальных языков [21–23].

Особую роль в общей теории решеток и различных ее приложениях играют алгебраические решетки, т. е. решетки, у которых каждый элемент является объединением некоторого множества компактных элементов решетки и решетки, удовлетворяющие каноническим системам тождеств (тождествам модулярности, дистрибутивности, булевости и др.). Это обстоятельство делает особо актуальной задачу нахождения и описания алгебраических решеток классов конечных групп и их тождеств.

В 70–80-х гг. прошлого столетия были получены замечательные результаты, связанные с изучением решеток классов Фиттинга, что дало существенный дальнейший импульс к развитию всей алгебры классов конечных групп вцелом (см. книги [20,24, а также работы 25–30]). В частности, Лаушем [31] было установлено, что *решетка всех разрешимых нормальных классов Фиттинга изоморфна решетке подгрупп некоторой бесконечной абелевой группы* (и поэтому является алгебраической [32]), которая в теории классов известна как *группа Лауша*.

Следует отметить, что вопрос об алгебраичности решеток формаций, наиболее часто встречающихся в математической практике, был впервые поставлен Б.И. Плоткиным в 1984 году на XVIII Всесоюзной алгебраической конференции (г. Москва) во время обсуждения совместного пленарного доклада Л.А. Шеметкова и А.Н. Скибы "Алгебра классов конечных групп". Такая задача была положительно решена А.Н. Скибой в монографии [16] относительно решетки всех насыщенных формаций. В дальнейшем были найдены и другие бесконечные серии алгебраических решеток классов конечных групп и описаны их компактные элементы (см., например, [33–36]).

В 1986 г. А.Н. Скибой [37] была установлена модулярность решетки всех насыщенных формаций. Впоследствии этот факт нашел много приложений при исследовании структуры насыщенных формаций [15,16,38].

Поэтому этот результат получил развитие в исследованиях многих авторов. В частности, в монографии Л.А. Шеметкова и А.Н. Скибы [15] было доказано, что решетка всех n-кратно насыщенных формаций модулярна при любом n. Позднее Баллестер-Болинше и Л.А. Шеметков [39] установили модулярность решетки всех p-насыщенных формаций. В это же время в монографях [16,40] было соответственно доказано, что решетка всех функторно замкнутых n-кратно насыщенных формаций модулярна, а решетка всех классов Шунка дистрибутивна. А.Н. Скиба и Л.А. Шеметков [33,41] установили модулярность решеток n-кратно ω-насыщенных формаций и n-кратно L-композиционных формаций. Впоследствии И.П. Шабалина [42] установила модулярность решетки всех функторно замкнутых n-кратно ω-насыщенных формаций, а В.Г. Сафоновым была доказана модулярность, а затем и дистрибутивность решетки всехтотально насыщенных формаций [43–45].

Отметим также, что в работе Го Вэньбиня и К.П. Шама [46] были описаны тотально насыщенные формации с булевой решеткой всех тотально насыщенных подформаций, а в работе Го Вэньбиня [47] получено описание n-кратно насыщенных формаций, у которых решетка всех n-кратно насыщенных подформаций является решеткой с дополнениями.

Отметим наконец, что некоторые из упомянутых выше результатов получили развитие в рамках оригинальной теории расслоенных формаций, построенной В.А. Ведерниковым и его учениками (см., например [48–50]).

Таким образом, в теории групп сформировалось новое активно развивающееся направление, связанное с исследованием алгебры классов конечных групп, которое приводит к необходимости целостного и систематического изучения, анализа алгебраических решеток классов групп и их применения к решению ряда открытых вопросов и проблем, сформулированных в разное время Дерком, Хоуксом, Лаушем, Локеттом, Б.И. Плоткиным, Л.А. Шеметковым и А.Н. Скибой. На реализацию этой актуальной задачи и направлены исследования, проводимые посредствам выполнения данного проекта.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Boole G. An investigation into the Laws of Thought. – Chicago: Open Court Publishing Co., 1854 (original edition); Reprinted edition. – 1940.
2. Schröder E. Algebra der Logik. – 3 volumes. – Leipzig, 1890 (original edition); Reprinted edition. – 1995.
3. Dedekind R. Über Zerlengungen von Zahlen durch ihre grössten gemeinsamen Teiler // Braunschweig: Festschrift der Herzogl. technische Hochschule zur Naturforscher-Versammlung, 1897 (original edition); Reprinted edition. – Chelsea–New York, 1968. – P. 103–148. – (Gesammelte mathematische Werke; vol. 2).
4. Ore O. On the foundations of abstract algebra I // Ann. Math. – 1935. – Vol. 36. – P. 406–437.
5. Ore O. Structures and group theory I // Duke Math. Journ. – 1937. – Vol. 3. – P. 149–173.
6. Холл М. Теория групп; пер. с англ. Н.В. Дюмина, З.П. Жилинской; под ред. Л.А. Калужнина. – М.: изд-во иностранной литературы, 1962. – 468 с.
7. Suzuki M. Structure of a Group and the Structure of its Lattice of Subgroups. – Berlin: Springer-Verlag, 1956.
8. Birkhoff G. On structure of algebras // Proc. Cambridge Phil. Soc. – 1935. – Vol. 31. – P. 433–454.
9. Neumann B.H. Identical relations in groups I // Math. Ann. – 1937. – Vol. 114. – P. 506–525.
10. Мальцев А.И. Некоторые вопросы теории классов моделей // Труды IV Всесоюзн. матем. съезда. Т. 1: Пленарные докл. / Ленинградский гос. ун-т, Ленинградское математическое общество, Ин-т математики им. В.А. Стеклова АН СССР; под ред. А.Д. Александрова. – Ленинград, 1963. – С. 188–198.

11. Мальцев А.И. О некоторых пограничных вопросах алгебры и логики // Труды Междунар. конгр. математиков: сб. науч. тр. / Ин-т математики им. В.А. Стеклова АН СССР; под ред. И.Г. Петровского. – М.: Мир, 1968. – С. 217–231.

12. Мальцев А.И. Алгебраические системы – М.: Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1970. – 392 с. – (Соврем. алгебра).

13. Нейман Х. Многообразия групп. – М.: Мир, 1969. – 264 с.

14. Скиба А.Н. О подформациях многообразий алгебраических систем // Докл. АН БССР. – 1986. – Т. 30, № 1. – С. 9–12.

15. Шеметков Л.А, Скиба А.Н. Формации алгебраических систем. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1989. – 256 с. – (Соврем. алгебра).

16. Скиба А.Н. Алгебра формаций. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.

17. Huppert B. Endliche Gruppen I. – Berlin–Heidelberg–New York: Springer-Verlag, 1967. – 796 s. – (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit besonderer Berücksichtigung der Anwendungsgebiete; Band 134).

18. Шеметков Л.А. Формации конечных групп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1978. – 272 с. – (Соврем. алгебра).

19. Between Nilpotent and Solvable / H.G. Bray [at all]; edited by M. Weinstein. – Passaic: Polygonal Publishing House, 1982. – 231 p.

20. Doerk K, Hawkes T. Finite Soluble Groups – Berlin–New York: Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math., vol. 4).

21. Behle Ch., Krebs A, Reifferscheid S. An Approach to characterize the Regular Languages in TC^0 with Linear Wires // Electronic Colloquium on Computational Complexity. – 2009. – Vol. 16, № 85. – P. 1–7.

22. Ballester-Bolinches A., Pin J.-É., Soler-Escrivà X. Formations of finite monoids and formal languages: Eilenberg's variety theorem revisited // Forum Math. (in Press).

23. Ballester-Bolinches A., Pin J.-É., Soler-Escrivà X. Languages associated with saturated formations of groups // Forum Math. (in Press).

24. Gaschütz W. Selected topics in the theory of soluble groups. Lectures given at the 9th Summer Research Institute of the Australian Math. Soc. Notes by J. Looker. – Canberra, 1969.

25. Doerk K, Hawkes T. Finite Soluble Groups. – Berlin – New York: Walter de Gruyter & Co., 1992. – 891 p. – (De Gruyter Expo. Math., vol. 4).

26. Blessenohl D, Gaschütz W. Über normale Schunk- und Fittingklassen // Math. Z. – 1970. – Bd. 118. – S. 1–8.

27. Lockett F.P. On the theory of Fitting classes of finite soluble groups // Math. Z. – 1973. – Bd. 131. – S. 103–115.

28. Lockett F.P. The Fitting class F^* // Math. Z. – 1974. – Bd. 137, № 2. – S. 131–136.

29. Hauck P. On products of Fitting classes // J. London Math. Soc. – 1979. – Vol. 20, № 2. – P. 423–434.

30. Bryce R.A., Cossey J. Subgroup closed Fitting classes are formations // Math. Proc. Cambrige Philos. Soc. – 1982. – Vol. 91. – P. 225–258.

31. Lausch H. On normal Fitting classes // Math. Z. – 1973. – Bd. 130, № 1. – S. 67–72.

32. Курош А.Г. Общая алгебра (лекции 1969–1970 учебного года). – М.: Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит., 1974. – 160 с.

33. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Кратно L-композиционные формации конечных // Украинский матем. журн. – 2000. – Т. 52, № 6. – С. 783–797.

34. Шабалина И.П. Алгебраичность решетки τ-замкнутых *n*-кратно ω-локальных формаций // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. Вопросы алгебры–18. – 2002. – № 5 (14). – С. 59–67.

35. Сафонов В.Г. Об алгебраичности решетки τ-замкнутых тотально насыщенных формаций // Алгебра и логика. – 2006. – Т. 45, № 5. – С. 620–626.

36. Камозина О.В. О неоднопорожденных кратно ω-веерных классах Фиттинга конечных групп // Матем. заметки. – 2006. – Т. 79, вып. 3. – С. 396–408.

37. Скиба А.Н. О локальных формациях длины 5 // Арифметическое и подгрупповое строение конечных групп: труды Гомельского семинара / Ин-т математики АН БССР; под ред. М.И. Салука. – Минск: Наука и техника, 1986. – С. 135–149.

38. Guo Wenbin. The Theory of Classes of Groups. –Beijing–New York–Dordrecht–Boston–London: Science Press / Kluwer Academic Publishers, 2000. – 261 p. – (Mathematics and Its Applications; vol. 505).

39. Ballester-Bolinches A., Shemetkov L.A. On lattices of *p*-local formations of finite groups // Math. Nachr. – 1997. – Vol. 186. – P. 57–65.

40. Селькин М.В. Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 144 с.

41. Скиба А.Н, Шеметков Л.А. Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Матем. труды. – 1999. – Т. 2, № 2. – С. 114–147.

42. Шабалина И.П. О решетке τ-замкнутых *n*-кратно ω-локальных формаций конечных групп // Весці НАН Беларусі. Сер. фiз.-матэм. навук. – 2003. – № 1. – С. 28–30.

43. Safonov V.G. On modularity of the lattice of totally saturated formations of finite groups // Comm. Algebra. – 2007. – Vol. 35, № 11. – P. 3495–3502.

44. Сафонов В.Г. О модулярности решетки τ-замкнутых тотально насыщенных формаций конечных групп // Украинский матем. журн. – 2006. – Т. 58, № 6. – С. 852–858.

45. Safonov V.G. On a question of the theory of totally saturated formations of finite groups // Algebra Colloquium. – 2008. – Vol. 15, № 1. – P. 119–128.

46. Guo Wenbin, Shum K.P. On totally local formations of groups // Comm. Algebra. – 2002. – Vol. 30, № 5. – P. 2117–2131.

47. Го Вэньбинь. Об одном вопросе теории кратно локальных формаций // Сибирский матем. журн. – 2004. – Т. 45, № 6. – С. 1263–1270.

48. Ведерников В.А., Сорокина М.М. Ω-расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп // Дискретная математика. – 2001. – Т. 13, вып. 3. – С. 125–144.

49. Ведерников В.А. Максимальные спутники Ω-расслоенных формаций и классов Фиттинга // Труды ин-та математики и механики УрО РАН. – 2001. – Т. 7, № 2. – С. 55–71.

50. Ведерников В.А., Демина Е.Н. Ω-расслоенные формации мультиоператорных *T*-групп // Сибирский матем. журн. –2010. – Т. 51, № 5. – С. 990–1009.

51. Chi Zhang, Safonov V.G., Skiba A.N. On *n*-multiply σ-local formations of finite groups // Comm. Algebra. – 2019. doi.org/10.1080/00927872.2018.1498875 (in press).

52. Vorob′ev N. N., Staselka I. I., Hojagulyyev A. On inductance property of the lattice of multiply σ-local formations // International Conference “MAL’TSEV MEETING”. Collection of Abstracts / Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk State University. – Novosibirsk, 2019. – P. 152.

53. Ведерников В.А., Сорокина М.М. *ω*-Веерные формации и классы Фиттинга конечных групп // Матем. заметки. – 2002. – Т. 71, вып. 1. – С. 43–60.

54. Титова А.И. О стоуновых подрешетках решетки ω-локальных классов Фишера // Сборник научных работ студентов Республики Беларусь

«НИРС 2017» / редкол. : В. А. Богуш (пред.) [и др.]. — Минск : Изд. центр БГУ, 2018. – С 29–30.

55. Воробьев Н.Н. Алгебра классов конечных групп: монография / Н.Н. Воробьев. – Витебск: ВГУ имени П.М. Машерова, 2012. – 322 с.

56. Skiba A.N., Vorob’ev N.N. On Stone sublattices of the lattice of totally local Fitting classes // Algebra and Discrete Mathematics. 2007. № 4. P. 138–146.

57. Yang Nanying, Vorob’ev N.N., Filimonova A.R. On modularity property of the lattice of partially composition Fitting classes // Rend. Sem. Mat. Univ. Padova. – URL: http://rendiconti.math.unipd.it/forthcoming/downloads/FilimonovaVorobevYang.pdf (дата обращения 31.03.2020).

58. Воробьев Н.Н., Филимонова А.Р. О частично композиционных классах Фиттинга конечных групп // XII школа-конференция по теории групп, посвященная 65-летию А.А. Махнева, Геленджик, 13–20 мая 2018 г. / Кубанский государственный университет, Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН; оргкомитет: С.П. Грушевский, А.В. Бочаров [и др.]. – Геленджик, 2018. – С. 1–2.

59. Воробьев Н.Н., Филимонова А.Р. О модулярных решетках частично композиционных классов Фиттинга // Международная алгебраическая конференция, посвященная 110-летию со дня рождения профессора А.Г. Куроша, Москва, 23–25 мая 2018 г. / Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова; оргкомитет: В.Н. Чубариков, В.А. Артамонов [и др.]. – Москва, 2018. – С. 61–63.

60. Артамонов В.А., Салий В.Н., Скорняков Л.А. [и др.] Общая алгебра: в 2 т.; под общ. ред. Л.А. Скорнякова, Т. 2. – М.: Наука, 1991. – (Справ. матем. б-ка).

61. Сафонов В.Г., Шеметков Л.А. О подрешетках решетки тотально насыщенных формаций конечных групп // Докл. НАН Беларуси. – 2008. – Т.– 52, №–4. – С. 34–37.

62. Воробьев Н.Н. О полноте подрешеток формаций конечных групп // Изв. вузов. Матем. – 2018. – № 1.– С. 21–26.

63. Skiba A.N., Vorob'ev N.N. On the Lattices of Saturated and Solubly Saturated Formations of Finite Groups // Southeast Asian Bulletin of Mathematics. – 2013. – Vol. 37. – P. 771–780.

64. Воробьев Н.Н., Филимонова А.Р. Об индуктивных решетках кратно σ-локальных классов Фиттинга // Международная конференция, посвящённая 90-летию кафедры высшей алгебры механико-математического факультета МГУ, Москва, 28–31 мая 2019 г. / Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова; оргкомитет: В.Н. Чубариков, В.А. Артамонов [и др.]. – Москва, 2019. – С. 20–21.

65. Vorob'ev N.T., Lantsetova K. On σ-local Fitting sets // XII International Algebraic Conf. in Ukraine : Book of Abstracts, Vinnytsia, July 02–06, 2019 / Institute of Mathematics of Ukrainian National Academy of Sciences, Kyiv Taras Shevchenko National University, Vasyl' Stus Donetsk National University ; Org. com.: R. Grynyuk (chairman) [and others]. Progr. com.: Yu. Drozd (chairman) [and others]. – Vinnytsia, 2019. – P. 128–129.

66. Yang N., Guo W., Vorob'ev N.T. On F-injectors of Fitting set of a finite group // Comm. Algebra. – 2018. – Vol. 46, N 1. – P. 217–229.

67. Guo Wenbin, Zhang Li, Vorob'ev N.T. On σ-local Fitting classes // J. Algebra. – 2020. – Vol. 542. – P. 116–129.

68. Neumann H. Varieties of Groups. – Berlin: Springer, 2012.

69. Vorob'ev N.N. On Sublattices of the Lattice of all ω-Composition Formations of Finite Groups // Advances in Group Theory and Applications. – 2018. – № 6. – P. 89–100.

70. Скиба А.Н. О дополняемых подформациях // Вопросы алгебры. – Гомель: изд-во Гомельского гос. ун-та, 1996. – Вып. 9. – С. 114–118.

71. Воробьев Н.Н., Стаселько И.И., Ходжагулыев А. О прямых разложениях кратно σ-локальных формаций // Весн. Віцебскага дзярж. ун-та. – 2020 (в печати).

72. Tsarev A.A., Vorob′ev N.N. Lattices of composition formations of finite groups and the laws // Journal of Algebra and Its Applications. – 2018. – Vol. 16, No. 2. – P. 1850084-1– 1850084-16.

73. Ballester-Bolinches A, Ezquerro L.M. Classes of Finite Groups. – Berlin: Springer, 2006.