

На текущий момент, для решения данной проблемы предлагается представлять сложные импедансные нагрузки не в виде схемных реализаций, а в аналитической математической форме [4]. Данный метод позволяет не только анализировать любые изменения импеданса нагрузки в зависимости от условий эксплуатации, но и применять различные методы и способы широкополосного согласования, где наиболее предпочтительными являются адаптивные согласующие устройства, позволяющие, за счет перестройки параметров СУ, обеспечить максимальный уровень передачи мощности при изменении условий эксплуатации согласуемого устройства.

1. American Ceramic Society Bulletin, Ceramic materials for 5G wireless communication systems, ACSBA7, 98 (6) (2017) 20-25.
2. M.T. Sebastian, R. Uvic, H. Jantunen, Microwave Materials and Applications, John Wiley & Sons, New Jersey, 2017.
3. Y. Song, H. Zhou, C. Wang, Small-size planar printed loop antenna for octa-band WWAN/LTE smartphone application, IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1074 (2018) 1-7.
4. Исаев, В.О., Дубовик, И.А., Бойкачев, П.В., Сутько, А.А., Математическая модель радиотехнических устройств / В. О. Исаев, И. А. Дубовик, П. В. Бойкачев, А.А. Сутько // II Международная Научно-Практическая Конференция «Endless Light in Science», г. Нур-Султан, Казахстан, 2020. – С.27-33.

ОБ ОДНОМ ТИПЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ШЕСТОЙ СТЕПЕНИ, РАЗРЕШИМЫХ В РАДИКАЛАХ

Кадырова О.С.,

*студентка ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь
Научный руководитель – Трубников Ю.В., доктор физ.-мат. наук, профессор*

Классической математической проблемой является вопрос о проверке разрешимости в радикалах алгебраических уравнений непосредственно по их коэффициентам без использования сложного математического аппарата. При этом, для конкретных классов уравнений, допускающих решение в радикалах, важна также разработка алгоритмов решения в символьном виде. С развитием вычислительной техники и современных программных средств это направление стало очень быстро развиваться, о чём свидетельствует, например, статья [1].

Цель исследования – получить в символьном виде выражения связи коэффициентов полинома комплексного аргумента шестой степени вида

$$P(z) = z^6 + c_1 z^5 + c_2 z^4 + c_3 z^3 + c_4 z^2 + c_5 z + c_6 \quad (1)$$

с коэффициентами семейства полиномов четвертой степени

$$Q_{4,i}(z) = z^4 + a_{1i} z^3 + a_{2i} z^2 + a_{3i} z + a_{4i} \quad (2)$$

при существовании конкретной нелинейной связи между корнями этих полиномов.

Материал и методы. Материалом исследования является конкретный тип алгебраических уравнений шестой степени, разрешимых в радикалах. Методы исследования – методы алгебры с использованием системы компьютерной математики *Maple 2019*.

Результаты и их обсуждение. Обозначим корни i -го полинома из семейства (2) через $p_{1i}, p_{2i}, p_{3i}, p_{4i}$, а все попарные комбинации их сумм и произведений через

$$q_1 = p_{1i} p_{2i} (p_{3i} + p_{4i}), \quad q_2 = p_{1i} p_{3i} (p_{2i} + p_{4i}), \quad q_3 = p_{1i} p_{4i} (p_{2i} + p_{3i}), \\ q_4 = p_{2i} p_{3i} (p_{1i} + p_{4i}), \quad q_5 = p_{2i} p_{4i} (p_{1i} + p_{3i}), \quad q_6 = p_{3i} p_{4i} (p_{1i} + p_{2i}).$$

Тогда справедлива следующая

Теорема. Числа q_j ($j=1, 2, \dots, 6$) являются корнями полинома (1) тогда и только тогда, когда разрешима относительно a_k ($k=1, 2, 3, 4$) система уравнений

$$c_1 = 3a_3, \quad (3)$$

$$2a_2 a_4 + 3a_3^2 - c_2 = 0, \quad (4)$$

$$a_3(4a_2a_4 + a_3^2) - c_3 = 0, \quad (5)$$

$$a_4(a_1a_3a_4 + a_2^2a_4 + 2a_2a_3^2 - 4a_4^2) - c_4 = 0, \quad (6)$$

$$a_3a_4^2(a_1a_3 + a_2^2 - 4a_4) - c_5 = 0, \quad (7)$$

$$a_4^3(a_1^2a_4 - a_1a_2a_3 + a_3^2) + c_6 = 0. \quad (8)$$

В свою очередь, необходимым и достаточным условием разрешимости системы уравнений (3) – (8) относительно a_k ($k = 1, 2, 3, 4$) являются соотношения

$$c_3 = -\frac{5}{27}c_1^3 + \frac{2}{3}c_1c_2, \quad (9)$$

$$c_5 = \frac{1}{3}c_1c_4 + \frac{1}{81}c_1^5 - \frac{1}{27}c_1^3c_2. \quad (10)$$

При этом, решением системы (3) – (8) являются ровно 6 различных наборов чисел a_k ($k = 1, 2, 3, 4$), в которых все a_3 определены единообразно

$$a_3 = c_1 / 3,$$

а остальные элементы находятся по формулам:

$$a_{4,1} = \frac{1}{36} \sqrt[3]{2916c_2^2 - 234c_1^4 - 324c_1^2c_2 - 11664c_4 + s};$$

$$a_{4,2} = \frac{1}{72} (-1 + i\sqrt{3}) \sqrt[3]{2916c_2^2 - 234c_1^4 - 324c_1^2c_2 - 11664c_4 + s};$$

$$a_{4,3} = \frac{1}{72} (-1 - i\sqrt{3}) \sqrt[3]{2916c_2^2 - 234c_1^4 - 324c_1^2c_2 - 11664c_4 + s};$$

$$a_{4,4} = \frac{1}{36} \sqrt[3]{2916c_2^2 - 234c_1^4 - 324c_1^2c_2 - 11664c_4 - s};$$

$$a_{4,5} = \frac{1}{72} (-1 + i\sqrt{3}) \sqrt[3]{2916c_2^2 - 234c_1^4 - 324c_1^2c_2 - 11664c_4 - s};$$

$$a_{4,6} = \frac{1}{72} (-1 - i\sqrt{3}) \sqrt[3]{2916c_2^2 - 234c_1^4 - 324c_1^2c_2 - 11664c_4 - s},$$

где $s = 18\sqrt{61c_1^8 - 180c_1^6c_2 + 1296c_1^4c_4 - 46656c_1^2c_6}$;

$$a_{2,i} = \frac{3c_2 - c_1^2}{6a_{4,i}}; a_{1,i} = \frac{c_1^4 + 432a_{4,i}^3 + 6c_1^2c_2 - 27c_2^2 + 108c_4}{36c_1a_{4,i}^2} \quad (i = 1, 2, \dots, 6).$$

Рассмотрим конкретный числовой пример. Пусть

$$x^6 - 66x^5 + 1116x^4 + 4136x^3 - 240384x^2 + 1710720x - 3483648 = 0. \quad (11)$$

Для коэффициентов этого уравнения выполнены условия связи (9) и (10). По формулам для $a_{k,i}$ ($k = 1, 2, \dots, 4$) вычислим значения коэффициентов интересующих нас шести полиномов четвертой степени и построим их:

$$Q_{4,1}(x) = x^4 + 4x^3 - 7x^2 - 22x + 24; \quad (12)$$

$$Q_{4,2}(x) = x^4 + (-2 + 2i\sqrt{3})x^3 + \left(\frac{7}{2} + \frac{7i\sqrt{3}}{2}\right)x^2 - 22x - 12 + 12i\sqrt{3}; \quad (13)$$

$$Q_{4,3}(x) = x^4 + (-2 - 2i\sqrt{3})x^3 + \left(\frac{7}{2} - \frac{7i\sqrt{3}}{2}\right)x^2 - 22x - 12 - 12i\sqrt{3}; \quad (14)$$

$$Q_{4,4}(x) = x^4 + \frac{4054 \cdot 4199^{1/3}}{4199}x^3 - \frac{168 \cdot 4199^{2/3}}{4199}x^2 - 22x + 4199^{1/3}; \quad (15)$$

$$Q_{4,5}(x) = x^4 + \left(-\frac{2027 \cdot 4199^{1/3}}{4199} + \frac{2027i\sqrt{3} \cdot 4199^{1/3}}{4199} \right) x^3 + \left(\frac{84 \cdot 4199^{2/3}}{4199} + \frac{84i\sqrt{3} \cdot 4199^{2/3}}{4199} \right) x^2 - 22x - \frac{4199^{1/3}}{2} + \frac{i\sqrt{3} \cdot 4199^{1/3}}{2}; \quad (16)$$

$$Q_{4,6}(x) = x^4 + \left(-\frac{2027 \cdot 4199^{1/3}}{4199} - \frac{2027i\sqrt{3} \cdot 4199^{1/3}}{4199} \right) x^3 + \left(\frac{84 \cdot 4199^{2/3}}{4199} - \frac{84i\sqrt{3} \cdot 4199^{2/3}}{4199} \right) x^2 - 22x - \frac{4199^{1/3}}{2} - \frac{i\sqrt{3} \cdot 4199^{1/3}}{2}. \quad (17)$$

Ниже построчно приведены значения корней многочленов (12) – (17):

$$\begin{aligned} & 1, \quad 2, \quad -3, \quad -4; \\ & \frac{3}{2} - \frac{3i\sqrt{3}}{2}, \quad -1 + i\sqrt{3}, \quad -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}, \quad 2 - 2i\sqrt{3}; \\ & \frac{3}{2} + \frac{3i\sqrt{3}}{2}, \quad -1 - i\sqrt{3}, \quad -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}, \quad 2 + 2i\sqrt{3}; \\ & -u, \quad -\frac{u}{13}, \quad \frac{u}{19}, \quad \frac{u}{17}; \\ & \frac{u}{2}(1 - i\sqrt{3}), \quad -\frac{u}{38}(1 - i\sqrt{3}), \quad \frac{u}{26}(1 - i\sqrt{3}), \quad -\frac{u}{34}(1 - i\sqrt{3}); \\ & \frac{u}{2}(1 + i\sqrt{3}), \quad -\frac{u}{38}(1 + i\sqrt{3}), \quad \frac{u}{26}(1 + i\sqrt{3}), \quad -\frac{u}{34}(1 + i\sqrt{3}). \end{aligned}$$

где $u = 4199^{1/3}$.

Несложно убедиться в том, что комбинации этих корней в соответствии с формулами для q_j ($j=1, 2, \dots, 6$) дают один и тот же результат, а именно, числа:

$$q_1 = -14; \quad q_2 = 4; \quad q_3 = 6; \quad q_4 = 16; \quad q_5 = 18; \quad q_6 = 36.$$

После подстановки их в уравнение (11) убеждаемся, что все они обращают его в тождество.

Заключение. В ходе выполнения исследования получены необходимые и достаточные условия связи между коэффициентами полиномов шестой и четвертой степеней при существовании между их корнями конкретной нелинейной связи.

1. Астапов, И.С. Алгоритмы символьного решения алгебраических уравнений / И.С. Астапов, Н.С. Астапов // Программная инженерия. – 2017. – Т. 8, № 9. – С. 422–432.

ПРОЕКТНЫЙ ПОДХОД КАК ФАКТОР ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯМИ

Ким П.В.,

*магистрант КемГУ, г. Кемерово, Российская Федерация
Научный руководитель – Жидкова Е.А., канд. экон. наук, доцент*

На современном этапе развития менеджмента в экономике России продолжает развиваться одно из самых эффективных направлений – проектный подход, основанный на теории менеджмента, маркетинга и других научных теориях, при этом направленный на стратегическое планирование и управление бизнесом, а также достижение устойчивого успеха компаний по любому виду деятельности, что является актуальными проблемами организаций на сегодняшний день.

Материал и методы. Цель работы: определить эффективность применения проектного подхода при управлении предприятием.