Например, для уравнения $x^5 + 5x^2 - 3\cdot 2^{2/3} = 0$ выполняется условие $q\left(-p/q\right)^{5/2} = -25\sqrt{15}/18$. Непосредственно убеждаемся, что его действительными корнями являются числа

$$\frac{1}{3}\left(5^{2/3} - 2^{2/3}\cdot 5^{1/3} + 2\cdot 2^{1/3}\right), \quad -2^{1/3}, \quad -2^{1/3}.$$

Заключение. Таким образом, в ходе выполнения работы разработан метод локализации и приближенного аналитического нахождения корней для различных типов трёхчленного уравнения пятой степени. Рассмотренные числовые примеры подтверждают эффективность полученных алгоритмов.

1. Кутищев, Г.П. Решение алгебраических уравнений произвольной степени / Г.П. Кутищев. – М.: Изд-во ЛКИ, 2019. – 232 с.

УПРАВЛЯЕМОСТЬ ВПОЛНЕ ИНТЕГРИРУЕМЫХ ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ ПФАФФА

О.В. Храмцов
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Рассматриваются линейные вполне интегрируемые системы дифференциальных уравнений Пфаффа с матрицами, элементы которых являются аналитическими функциями.

Цель исследования – изучение свойство полной управляемости системы в окрестности регулярной точки. Получено достаточное условие наличия у системы Пфаффа этого свойства. Обладание системой Пфаффа свойством полной управляемости определяется ранговым равенством от некоторой матрицы, построенной по известным матрицам исходной системы Пфаффа.

Материал и методы. Материалом исследования являются линейные вполне интегрируемые системы дифференциальных уравнений Пфаффа с матрицами, элементы которых являются аналитическими функциями. Используются методы матричного анализа и методы теории автоматического управления.

Результаты и обсуждение. Рассматривается процесс, описываемый вполне интегрируемой линейной нестационарной системой Пфаффа Θ:

$$dx = (A_1(t_1,t_2)x + B_1(t_1,t_2)u(t_1,t_2))dt_1 + (A_2(t_1,t_2)x + B_2(t_1,t_2)u(t_1,t_2))dt_2, \qquad (1)$$

где $t = (t_1,t_2) \in D \subset R^2$ – векторный аргумент, D – связная односвязная выпуклая область, $x \in R^n$ выход, состояние системы, $u \in R^r$ – вход, управление, непрерывно дифференцируемая вектор-функция, $r \le 2n,\ \ A_1(t), A_2(t), B_1(t), B_2(t),\ \ t \in D,$ вещественные матрицы соответствующих размерностей с аналитическими элементами.

Условия же полной интегрируемости неоднородной системы (1) состоит условий

$$\frac{\partial A_1(t)}{\partial t_2} + A_1(t)A_2(t) \equiv \frac{\partial A_2(t)}{\partial t_1} + A_2(t)A_1(t), \quad t \in D. \qquad (2)$$

$$B_1(t)\frac{\partial u}{\partial t_2} - B_2(t)\frac{\partial u}{\partial t_1} = P(t)u, \quad t \in D, \qquad (3)$$

где $P(t) \equiv A_2(t)B_1(t) - A_1(t)B_2(t) + \dfrac{\partial B_2(t)}{\partial t_1} - \dfrac{\partial B_1(t)}{\partial t_2}$.

Требования (2) и (3) должны выполнятся тождественно, поэтому в качестве допустимых управлений u рассматриваются решения системы (3). Для разрешимости системы (3) необходимо и достаточно выполнение рангового условия [1, с. 91], [2]: существует постоянный вещественный вектор $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$ такой, что имеет место равенство рангов матриц

$$rank[\alpha_1 B_1(t) + \alpha_2 B_2(t)] = rank[B_1(t), B_2(t)] = rank[B_1(t), B_2(t), P(t)] = m,$$
$$t \in D, \quad m \le n.$$

Определение 1. *Система (1) называется вполне управляемой в окрестности* D_0 *регулярной точки* t^0, *если для произвольных состояний* $x^0, x^1 \in R^n$ *существуют непрерывно дифференцируемое управление* $u = u(t, x^0, x^1)$, $t \in D_0$, *и точка* $t^1 = (t_1^1, t_2^1),\ 0 < t_1^1, t_2^1 < \infty,$ *такие, что система (1) вполне интегрируема и для некоторого частного решения системы (1) выполняются равенства*

$$x(t^0) = x^0, \qquad x(t^1) = x^1.$$

Решение задачи управляемости. Имеет место

Теорема 1. *Линейная нестационарная вполне интегрируемая система Пфаффа (1) с аналитическими элементами матриц вполне управляема в окрестности* D_0 *регулярной точки* t^0 *если существует вектор* $\alpha \in R^2$ *такой, что выполняется условие* $rank Q(\alpha, 0) = n,$

где $Q(\alpha, s) \equiv [Q_0(\alpha, s), Q_1(\alpha, s), \dots, Q_{n-1}(\alpha, s)],$

$$Q_0(\alpha, s) \equiv B(\alpha, s),\ \ Q_1(\alpha, s) \equiv A(\alpha, s)B(\alpha, s) - \frac{d}{ds}\ B(\alpha, s),$$

$$Q_{\beta+1}(\alpha, s) \equiv A(\alpha, s)Q_\beta(\alpha, s) - \frac{d}{ds}\ \mathrm{Q}_\beta(\alpha, s),$$

$$A(\alpha, s) \equiv \alpha_1 A_1(\alpha_1 s + t_1^0, \alpha_2 s + t_2^0) + \alpha_2 A_2(\alpha_1 s + t_1^0, \alpha_2 s + t_2^0),$$

$$B(\alpha, s) \equiv \alpha_1 B_1(\alpha_1 s + t_1^0, \alpha_2 s + t_2^0) + \alpha_2 B_2(\alpha_1 s + t_1^0, \alpha_2 s + t_2^0).$$

Заключение. Для линейных вполне интегрируемых систем дифференциальных уравнений Пфаффа с матрицами, элементы которых являются аналитическими функциями получено достаточное условие обладания такими системами свойства полной управляемости. Это условие имеет вид рангового равенства от некоторой постоянной матрицы, построенной по известным матрицам исходной системы. Исследование носит фундаментальный характер.

1. Рашевский П.К. Геометрическая теория уравнений с частными производными. – М.–Л.: Гостехиздат, 1947. – 354 с.
2. Храмцов О.В. К управляемости стационарных систем Пфаффа // "Дифференц. Уравнения", 1985. – Т. 21. – № 11. – С. 1933–1939.

ОБ ОДНОМ ТИПЕ НЕЛИНЕЙНОЙ СВЯЗИ МЕЖДУ КОРНЯМИ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ПОЛИНОМОВ ШЕСТОЙ И ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНЕЙ

М.М. Чернявский
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Известным фактом является то, что существуют классы алгебраических уравнений высоких степеней, которые допускают разрешения в радикалах (некоторые композиционные, возвратные и другие) [1; 2]. Для таких классов уравнений актуально получение решений в символьном виде, что удобно делать с помощью систем компьютерной алгебры.

Цель исследования – установить необходимые и достаточные условия, связывающие коэффициенты полинома комплексного аргумента шестой степени вида (1)

$$P(z) = z^6 + c_1 z^5 + c_2 z^4 + c_3 z^3 + c_4 z^2 + c_5 z + c_6 \tag{4}$$

с коэффициентами семейства полиномов четвертой степени вида (2)

$$Q_{4,i}(z) = z^4 + a_{1i} z^3 + a_{2i} z^2 + a_{3i} z + a_{4i} \tag{5}$$

при наличии определенного вида связи между корнями этих полиномов.